Ministère des Enseignements Secondaires
GROUPE « AGIR COMPETENT »
Sis à L'ECOLE PUBLIQUE DE SONGMINKOUGUI EDEA
Tel : 697 26 38 45 / 682 80 90 67
Responsable : T. N . AWONO MESSI

Année scolaire : 2019-2020
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h 08h00-11h00
Samedi, 15 Février 2020

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES N° 22 : CLASSE DE 1ère C,D,TI

ETUDE DE FONCTIONS(3)

EXERCICE 1

Soit f la fonction définie sur $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. **(a)** Calculer les limites aux bornes de D_f.
   (b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x+2$ est asymptote à la courbe (C_f).
2. Montrer que le point $\Omega(-1;1)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_f).
3. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
4. Tracer (D) et (C_f) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique : 1 cm)
5. **(a)** Tracer sur le même graphique la courbe (C_g) représentative de la fonction g définie par $g(x) = |f(x)|$.
   (b) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $g(x) = m$.

EXERCICE 2

Le tableau ci-contre est le tableau de variation d'une fonction f. On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
f	1 ↗		$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

1. Donner l'ensemble de définition de f.
2. Donner les équations des asymptotes de $\mathscr{C}$.
3. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 3$? Comparer en justifiant $f(2)$ et $f(3)$.
4. Ecrire une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point $A(0,-1)$; Construire $\mathscr{C}$.
5. On admet que $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1;1\}$, $f(x) = \dfrac{ax^2+1}{x^2+b}$.
   (a) En utilisant le tableau de variations de f, déterminer a et b.
   (b) Montrer que la restriction g de f à l'intervalle $I =]1;+\infty[$ réalise une bijection de I vers un intervalle J à préciser, puis expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

EXERCICE 3

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + x^2 + x - 1$.
   (a) Etudier les variations de g.
   (b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α.

(c) Vérifier que $0,5 < \alpha < 0,6$ et préciser le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1-x^2}{1+x^2}$.

   (a) Vérifier que $f(\alpha) = \alpha$.

   (b) Etudier les variations de f.

   (c) Tracer la courbe $\mathscr{C}$ de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. *(unité graphique : 2 cm)*

EXERCICE 4

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit f la fonction définie sur $D = \mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$. On note (C_f) la courbe représentative de f.

1. **(a)** Calculer les limites aux bornes de D.

   (b) En déduire une asymptote à la courbe (C_f).

   (c) Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout x de D, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$.

   (d) Montrer que la droite $(\Delta) : y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C_f).

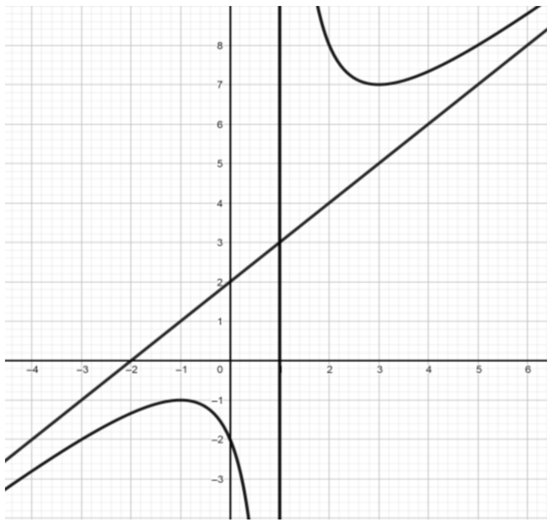
2. **(a)** Déterminer la fonction dérivée de f et dresser le tableau de variation de f.

   (b) Existe-t-il des points de (C_f) où la tangente à (C_f) est parallèle à la droite (Δ) ?
   Justifier votre réponse.

3. Tracer la courbe (C_f).

EXERCICE 5

La courbe (C_f) ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



A) Par lecture graphique :

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f ainsi que les limites en $-\infty, +\infty, 1^-$ et en 1^+.
2. Préciser le sens de variation de f.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations :
   i) $f(x) < 0$; **ii)** $f(x) > 0$.
4. Déterminer $f(-1)$; $f(0)$; $f'(-1)$ où f' est la fonction dérivée de f.
5. Dresser le tableau de variation de f.

B) On suppose que pour tout réel $x \neq 1$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$.

1. En utilisant la question **A4)** , montrer que les réels a, b et c vérifient le système :

$$\begin{cases} 2a - 2b + c = 2 \\ b - c = -2 \\ 4a - c = 0 \end{cases}$$

2. Déterminer alors les réels a, b et c.