Ministère des Enseignements Secondaires
GROUPE « AGIR COMPETENT »
Sis à L'ECOLE PUBLIQUE DE SONGMINKOUGUI EDEA
Tel : 697 26 38 45 / 682 80 90 67
Responsable : T. N . AWONO MESSI

Année scolaire : 2019-2020
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h 15h00-18h00
Mercredi, 12 Février 2020

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES N° 21 : CLASSE DE $1^{ère}$ C,D,TI

ETUDE DE FONCTIONS$^{(2)}$

EXERCICE 1

Soit f la fonction définie sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-4}$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

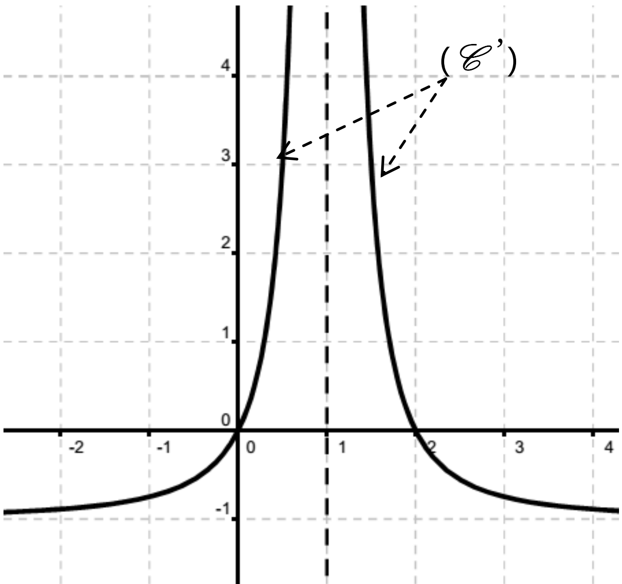
1. Calculer les limites de f aux bornes de D_f.
2. **(a)** Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = \dfrac{x}{2} + 1 + \dfrac{2}{x-2}$.

   (b) Montrer que la droite ($\mathscr{D}$) d'équation $y = \dfrac{x}{2} + 1$ est une asymptote à $\mathscr{C}$.

   (c) Etudier la position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à ($\mathscr{D}$).
3. Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f'(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{2(x-2)^2}$.
4. Dresser le tableau de variation de f.
5. Montrer que le point $\Omega(2;2)$ est centre de symétrie de $\mathscr{C}$.
6. Construire $\mathscr{C}$ et ses asymptotes.

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.



1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ dont la représentation graphique ($\mathscr{C}$') est donnée ci-contre.

   (a) Résoudre l'équation $g(x) = 0$.

   (b) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$.

   (c) Etudier le signe de g sur $\mathbb{R} - \{1\}$.
2. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ telle que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{1\}$, on ait : $f'(x) = g(x)$.
   On désigne par ($\mathscr{C}$) , la courbe de f.
   Déduire de la question 1.(c) les variations de f sur $\mathbb{R}$
3. Déduire des questions précédentes les réels a, b et c tels que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{1\}$, on ait : $f(x) = \dfrac{ax^2 + 3x + b}{x + c}$.
4. On suppose dans la suite que $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 3}{1 - x}$.

   (a) Déterminer les réels α, β et γ tels que pour tout $x \neq 1$, $f(x) = \alpha x + \beta + \dfrac{\gamma}{1-x}$.

(b) Préciser en justifiant, toutes les asymptotes à la courbe ($\mathscr{C}$).

(c) Etudier la position relative de ($\mathscr{C}$) avec la droite ($\mathscr{D}$) d'équation $y = -x + 2$.

(d) Démontrer que le point $\Omega(1;1)$ est un centre de symétrie de ($\mathscr{C}$).

5. Construire la courbe ($\mathscr{C}$) avec précision.

6. Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R} - \{-1;1\}$ par $h(x) = f(|x|)$.

(a) Etudier la parité de h, puis comparer $h(x)$ et $f(x)$ pour x positif.

(b) Tracer la courbe (C_h) représentative de h dans le même repère que ($\mathscr{C}$).

EXERCICE 3

A) Déterminer les nombres réels a, b et c, sachant que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax^3 + bx + c$, est impaire et que le point $A(1,2)$ est un extrémum relatif pour sa courbe représentative C_g.

B) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x$. On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. **(a)** Etudier la parité de f. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

(b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

2. Soit (T) la tangente à $\mathscr{C}$ en O.

Ecrire une équation de (T) et étudier sa position par rapport à $\mathscr{C}$.

3. **(a)** Etudier la parité de la fonction $f,'$ dérivée de f.

(b) Soit α un réel non nul. Montrer que les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points A et A' d'abscisses respectives α et $-\alpha$ sont parallèles.

4. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la tangente (T).

5. Utiliser la courbe $\mathscr{C}$ pour résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'inéquations : $0 \leq -x^3 + 3x \leq 2$.

EXERCICE 4

La fonction h de la variable réelle x est définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \dfrac{3}{x^2 + 1}$. $\mathscr{C}$ désigne la courbe représentative de h dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$.

2. Calculer la dérivée de h.

3. Dresser le tableau de variations de h.

4. **(a)** Ecrire les équations des tangentes à $\mathscr{C}$ aux points A et B d'abscisses respectives 1 et -1.

(b) Tracer $\mathscr{C}$ ainsi que les tangentes T_A et T_B aux points A et B.

5. Dire en justifiant si chacune des affirmations proposées est vraie ou fausse :

Affirmation 1 : h est une fonction paire ;

Affirmation 2 : Pour tout nombre réel $x, 0 \leq h(x) \leq 3$.

Affirmation 3 : h est une fonction positive sur $\mathbb{R}$.