MINESEC	EPREUVE DE MATHEMATIQUES	Année scolaire 2018-2019
DDES-CENTRE	classe : Pc	DUREE : 3H
INSTITUT PRIVE LAIC ZANG MABENGA	SEQUENCE : V	Prop par: patrick FOUMENA

NB : la qualité et la clarté de la rédaction seront prises en compte dans les critères de notation.

EXERCICE 1 : (3pts)

$\mathcal{E}$ est un plan vectoriel muni d'une base $B = (\vec{i}, \vec{j})$, et f un endomorphisme de $\mathcal{E}$ défini tel que : $f(\vec{i}) = \vec{i} - 2\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = -\frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}$

1- a) Donner la matrice M de f dans la base B. 0,25pt

b) Soit le vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Donner l'expression de $f(\vec{u})$. 0,5pt

2- Déterminer le noyau de f, noté kerf et l'image de f, notée Imf. 1pt

3- f est-il un automorphisme de $\mathcal{E}$? 0,25pt

4- Soient les vecteurs $\vec{e}_1 = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \vec{i} - 2\vec{j}$.

a) Montrer que $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est une base de $\mathcal{E}$. 0,5pt

b) Donner la matrice M' de f dans la base B'. 0,5pt

EXERCICE 2 : (3pts)

1- Soit un réel α de $\left]0, \frac{\pi}{2}\right]$ et

$$\sum = \cos(\alpha + 331\pi) + \sin(\frac{11\pi}{2} + \alpha) + \sin(\alpha - \frac{31\pi}{2}) + \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$$

a) Démontrer que $\sum = -2\cos\alpha$. 0,75pt

b) Déterminer les valeurs de α pour lesquelles $\sum < -1$. 0,75pt

2- Dans une maison, une somme S est distribuée équitablement tous les matins aux enfants qui vont à l'école et chacun reçoit 400 francs. Le père annonce l'arrivée prochaine de trois autres enfants qui partageront tous les jours la même somme S avec ceux qui sont déjà à la maison. En apprenant cette nouvelle, l'un des enfants s'écrie : « chacun d'entre nous ne recevra désormais que 250francs tous les matins ».

Déterminer le nombre n d'enfants dans la maison, ainsi que la somme S partagée. 1,5pt

EXERCICE 3 : (3pts)

Dans le contrôle de l'accroissement d'une espèce de plante, un ingénieur a réparti suivant la taille en cm, 34 hectares de la culture de cette espèce dans le tableau suivant :

classes	$[1,6[$	$[6,8[$	$[8,11[$	$[11,13[$	$[13,16[$	$[16,21[$
Effectifs	4	9	12	2	6	1

1- Calculer la moyenne de cette série statistique. 0,5pt

2- Donner l'écart type de cette série. 1pt

3- Construire l'histogramme de cette série sachant que la classe $[1,6[$ est représentée par un rectangle de base 5cm et de hauteur 8 mm. 1,5pt

NB : On donnera les troncatures d'ordre 2.

Mi

$-\frac{9}{2}$ 30 $\frac{2m(x)}{2m}$

PROBLEME : (11pts)

On considère la fonction f définie par $f(x)=\frac{2x^2+16x+27}{2x+7}$. Soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

PARTIE A

1- a) Déterminer l'ensemble de définition Df de f — 0,5pt

b) Calculer $f(-8)$; $f(-5)$; $f(-4)$ et $f(1)$. — 1pt

c) Etudier les limites de f aux bornes de Df. — 0,5pt

d) Déterminer la dérivée f' de f. — 0,5pt

e) Dresser le tableau de variation de f — 0,5pt

2- a) Déterminer les coordonnés des points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses. — 0,5pt

b) Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que $f(x)=ax+b+\frac{c}{2x+7}$ — 0,75pt

c) Montrer que le point I($\frac{-7}{2}$; 1) est centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$. — 0,5pt

d) Construire soigneusement $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$,unité graphique : 1cm — 0,75pt

3- Construire sur le même graphique, la courbe $(\mathcal{C}g)$ de la fonction g définie par $g(x)=|f(x)|$ — 0,5pt

PARTIE B

Soit J un point du plan euclidien orienté P , C(J,r) le cercle de centre J et de rayon r. On considère le carré ABCD inscrit dans le cercle C(J,r) telle qu'une mesure en radian de l'angle orienté $(\overline{AB},\overline{AD})$ est $\frac{\pi}{2}$. Un point M du plan a pour image M_1 par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et M_2 par la rotation R' de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

1- Réaliser une figure soignée. — 0,5pt

2- a) Déterminer une mesure en radian de l'angle $(\overline{DM_1},\overline{DM_2})$ — 0,5pt

b) En déduire que D est le milieu du segment $[M_1\ M_2]$ — 0,5pt

3- Un point N du plan a pour image N_1 par R , N_1 a pour image N_2 par R'

a) Construire l'image de C par R'oR. — 0,5pt

b) En déduire que $\overline{NN_2}=2\overline{BC}$. — 0,5pt

4- On donne $J(-3,-2)$ et $A(0,-2)$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ orthonormé direct

a) Calculer r. — 0,25pt

b) Déterminer une équation cartésienne de C (J, r) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ — 0,25pt

c) Déterminer les coordonnées des points B, C et D. — 0,75pt

d) Déterminer une équation de la tangente (T) en A à C (J,r) . — 0,25pt

e) Soient L(4,-2) et (C') le cercle de diamètre $[AL]$.

i) Donner une équation de (C') en déterminant son centre J' et son rayon r'. — 0,5pt

ii) Vérifier que (T) est tangente à (C') en A . — 0,25pt

iii) En déduire que les points J,A et J' sont alignés. — 0,25pt

$\frac{9}{2}/0$

$\frac{9}{2}\ x\ \frac{1}{0}$

$(2x+7)^2\neq 0$ $Df=]-\infty;+\infty[$

$(2x+7)(2x+7)\Rightarrow 4x^2+28x+49$