L'épreuve comporte 2 exercices et un problème tous obligatoires.

Exercice 1 : 5 points

I- Un promoteur d'établissement scolaire observe durant les 6 premiers années suivant l'ouverture de son établissent le chiffre d'affaires de la structure en dizaine de milles de francs CFA. Le résultat de cette observation est regroupé dans le tableau ci-dessous :

numéro de l'année X	1	2	3	4	5	6
chiffre d'affaire Y	12	13	15	19	21	22

1. Calculer les moyennes $\bar{x}$ et $\bar{y}$ des variables X et Y respectivement. **[0.5 pt]**
2. Représenter le nuage des points associé à la série (X,Y).
   (Prendre 1 cm pour un rang et 1 cm pour 20 000F) **[1 pt]**
3. Démontrer qu'une équation de la droite de régression de Y en X est $(D) : y = \frac{78}{35}$ x+9,2. **[0.75 pt]**
4. Déterminer une estimation du chiffre d'affaire de l'établissement à la 10^{ieme} année. **[0.5 pt]**

II- Lors d'un test de recrutement dans cette établissement scolaire, on pose une question à un en lui candidat proposant trois (3) réponses parmi lesquelles une seule réponse correcte.

1. Quelle est la probabilité p que le candidat donne la réponse correcte à la question posée ? **[0.25 pt]**
2. On constitue un test d'aptitude composé de 3 questions posées dans les conditions ci-dessus. (C'est-à-dire à chaque question on propose 3 réponses dont la Réponse correcte). On note X est la variable aléatoire associée au nombre de réponses correctes données par le candidat à l'issue du test.
   (a) Déterminer les valeurs possibles de X. **[0.25 pt]**
   (b) Déterminer la loi de probabilité de X. **[1 pt]**
   (c) Calculer l'espérance mathématique E(X) la variance V(X) et l'écart-type $\sigma(X)$ de X. **[0.75 pt]**

Exercice 2 : 5 points

Le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A,B et C d'affixes respectifs a=-1+i, b=2 et c= 3+3i.

1. Écrire les nombres complexes a et c sous forme trigonométrique. **[0.5 pt]**
2. (a) Placer les points A,B et C dans le repère. **[0.75 pt]**
   (b) Démontrer que le triangle ABC est isocèle en B. **[0.5 pt]**
   (c) Déterminer le nombre complexe d, affixe du point D, telle que le quadrilatère $ABCD$ soit un losange. **[0.5 pt]**
3. Soit f l'application du plan (P) dans lui-même qui à tout point M d ?affixe z on associe le point M'd'affixe z' tel que : $z' = 2iz + (1 - 2i)$.
   (a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f. **[1 pt]**
   (b) Déterminer a', b' et c' affixes respectif des points A', B' et C' image respectives des points A,B et C par f. **[0.75 pt]**
   (c) Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$? Justifier votre réponse **[0.25 pt]**
   (d) Calculer $w = \frac{c'-b'}{c-b}$, puis mettre le résultat sous forme trigonométrique. **[0.5 pt]**
   (e) Que peut-on dire des droites (BC) et $(B'C')$ **[0.25 pt]**

PROBLÈME : (10 points)

Le problème comporte trois parties A, B et C liées.

On considère la fonction f définie par $f(x) = ln\left(3x + \sqrt{9x^2+1}\right)$. (C) désigne la courbe de f dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ d'unité 1 cm.

Partie A : 6 points

1. Justifier que l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$ et montrer que f est impaire. **[0.5 pt]**
2. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis vérifier que pour tout nombre réel x, $f'(x) = \dfrac{3}{\sqrt{9x^2+1}}$. **[0.5 pt]**
3. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition puis dresser son tableau de variation. **[1 pt]**
4. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - x$.
   (a) Étudier les variation de g puis dresser son tableau de variation. **[0.5 pt]**
   (b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet trois solutions dont l'une α strictement positive est telle que $\alpha \in]2,7\ ;\ 2,9[$. **[0.75 pt]**
   (c) Vérifier que $f(\alpha) = \alpha$. **[0.25 pt]**
5. Montrer que f admet une bijection réciproque h sur un intervalle J à préciser. **[0.5 pt]**
6. Tracer la courbe (C) de f et la courbe (H) de h dans le repère en prenant $\alpha = 2,8$. **[1.5 pt]**

Partie B : 2 points

1. Montrer que pour tout x de l'intervalle $[2; 3]$, on a : $|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$. **[0.5 pt]**
2. Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout entier naturel n.
   (a) Montrer par récurrence que pour entier naturel n on a $2 \leq U_n \leq 3$. **[0.5 pt]**
   (b) En utilisant l'inégalité des accroissements finis montrer que pour tout entier naturel n on a, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{4}|U_n - \alpha.|$ **[0.25 pt]**
   (c) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a, $|U_{n+1} - \alpha| \leq 2(\dfrac{1}{4})^n$ **[0.5 pt]**
   (d) Déduire la limite de Un. **[0.25 pt]**

Partie C : 2 points

1. Résoudre l'équation différentielle (E_1) : $y'' - 2y' + y = 0$. **[0.5 pt]**
2. On considère maintenant l'équation différentielle (E_2) : $y'' - 2y' + y = 2e^x$. Montrez que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (x^2 - 5x + 7)e^x$ est solution de (E_2). **[0.75 pt]**
3. En déduire sans la formule d'intégration par partie le calcul de $\int_1^3 g(x)dx$. **[0.75 pt]**

« Rien n'est plus proche du vrai que le faux.» **Albert Einstein**
Travaillez, travaillez par vous même, c'est là la clé du succès.

Bonne chance ! ! !