

EVALUATION DE LA DEUXIEME SEQUENCE

Classe:	PREMIERE	Série:	C	Année scolaire:	2017 - 2018
Epreuve:	MATHEMATIQUES	Coef:	6	Durée:	3 heures

Exercice1: 3.5 pts

1) Résoudre dans IR^3 le système suivant :
$$\begin{cases} x + y + z = 90 \\ 6x + 3y + 4z = 380 \\ 2x + y + z = 125 \end{cases} \quad \text{2pts}$$

2) Deux hommes d'affaires organisent une partie de chasse aux antilopes, aux autruches et aux oies. A leur retour, on lit sur le rapport de chasse : « 90 têtes et 250 pattes d'animaux tués ». Le transporteur perçoit une somme de 190 000F à raison de 3 000F par antilope, 1 500F par autruche et 2 000F par oie. Combien d'antilopes, d'autruches et d'oies ont été ramenés de cette partie de chasse ? 1,5pt

Exercice2: 4. 5pts

Soit f l'application définie de $IR - \{3\}$ dans $IR - \{2\}$ par : $f(x) = \frac{2x - 7}{x - 3}$

1) Montrer que f est bijective et déterminer sa bijection réciproque notée f^{-1} 1pt

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(0, I, J)$.

2- a) Montrer que le point $A(3 ; 2)$ est centre de symétrie à la courbe (C) de f . 0.5pt

b) Montrer que pour tout $x \in IR - \{3\}$ on a : $f(x) = 2 - \frac{1}{x - 3}$. 0.25pt

3) a) Construire la courbe de la fonction u définie sur $IR - \{0\}$ par $u(x) = \frac{1}{x}$. 0.75pt

b) Montrer que (C) s'obtient à partir de la courbe de u à partir d'une transformation simple que l'on déterminera. 0.75 pt

c) Construire la courbe (C) dans le même repère. 1pt

Exercice 3: 4.5pts

Soit E de base $B = (\vec{i}; \vec{j})$. On considère les vecteurs $\vec{u}_1 = -\vec{i} + \vec{j}$; $\vec{u}_2 = 2\vec{i} - \vec{j}$; $\vec{u}_3 = 3\vec{i} + \vec{j}$ et $F = \{(x; y) \in E \text{ tel que } 3x + 4y = 0\}$

1) a) Montrer que $\vec{u}_3$ est une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$. 0.5pt

b) En déduire que la famille $(\vec{u}_1; \vec{u}_2; \vec{u}_3)$ est une famille liée. 0.5pt

2) Montrer que F est un sous espace vectoriel de E 0.75pt

On définit l'application f de E vers E par : Pour tout $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$; $\vec{u}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ de E , on a : $f(\vec{u}) = (x - 2y)\vec{i} + (-x + 2y)\vec{j}$

3) Montrer que f est un endomorphisme de E 0.25pt

4) a) Déterminer la matrice M de f dans la base B . 0.5pt

b) f est-elle un automorphisme de E ? 0.25pt

4) Déterminer $\ker f$ et $\text{Im} f$ 1pt

5) On considère les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ tels que $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{w} = -\vec{i} + \vec{j}$

a) Montrer que $B' = (\vec{v}, \vec{w})$ est une base de E 0.25pt

b) Déterminer la matrice M' de f dans la base B' 0.75pt

PROBLEME : 7.5pts**Partie A : 5. 5 pts**

Dans le plan (P) , on considère un triangle équilatéral ABC . On pose $AB=a$. Soit I le milieu du segment $[BC]$ et O le centre du triangle ABC . Les points K et J sont tels que $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AC}$

- 1) Démontrer que les points A, O et I sont alignés. 0.5pt
- 2) a) Justifier l'existence du point G barycentre des points pondérés $(A, -1), (B, 2)$ et $(C, 2)$ puis placer les points I, J, K, G et O sur la même figure. 1pt
- c) Calculer AG, BG et CG en fonction de a . 0.75pt
- d) Démontrer que le triangle ACG est rectangle en C . 0.25pt
- e) Montrer que les droites $(AI), (CK)$ et (BJ) sont concourantes en un point que l'on précisera. 0.5pt

3) On désigne par (D) l'ensemble des points M du plan tels que

$$(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{CG} = a^2 \quad (1)$$

- a) Montrer que la relation (1) est équivalente à la relation $\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{CG} = \frac{a^2}{3}$ (2) 0.25pt
- b) Démontrer que le point A appartient à (D) . 0.5pt
- c) Montrer que la relation (2) est équivalente à $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CG} = 0$ 0.25pt
- d) En déduire l'ensemble (D) . 0.25pt
- 4) Déterminer en fonction de a , l'ensemble (E) des points M du plan tels que $-MA^2 + 2MB^2 + 2MC^2 = \frac{110}{9}a^2$ 0.75pt

Partie B : 2pts

On donne les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tels que $A(2\sqrt{3}, 1 - 3\sqrt{3}), B(-3, -4), C(3, 2)$ et $a = 6\sqrt{2}$.

- 1) Déterminer les coordonnées du point G . 0.5pt
- 2) Ecrire une équation cartésienne et une équation paramétrique de (E) . 0.75pt
- 3) Ecrire une équation cartésienne de (D) . 0.5pt
- 4) Etudier la position relative de (E) et (D) . 0.5pt