LYCEE BILINGUE DE NKOL-ETON
Département de Mathématiques

Année scolaire 2018-2019
EVALUATION DE LA 3ème SEQUENCE
Classe Tle D_{1+2} Durée : 4h

OK
L'AP

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice 1 : (5,75pts)

A- GEOMETRIE DES NOMBRES COMPLEXES

1- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases} i\bar{z} + \bar{z}' = (1+\sqrt{3}) + i \\ z + z' = 2 + (1+\sqrt{3})i \end{cases}$ **/1pt**

2- Soient A et B deux points du plan d'affixes respectives :
$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = 1 + i$, on pose $z = \frac{z_1}{z_2}$.

a) Donner la forme trigonométrique de Z. **/0,25pt**

b) Donner l'écriture algébrique de Z et en déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$ **/0,25pt x 2**

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) :
$(E) : (\sqrt{6}+\sqrt{2})\, cos x - (\sqrt{6}-\sqrt{2})\, sin\, x = 2.$ **/0,5pt**

d) Représenter les solutions de (E) sur un cercle trigonométrique. **/0,75pt**

3- Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{-\pi}{2}$.

a) Déterminer l'image B' de B par r. **/0,25pt**

b) Déterminer l'image A' de A par r. **/0,25pt**

c) Déterminer l'image de la droite (AB) par r puis écrire son équation cartésienne à cette image. **/0,5pt**

d) Déterminer la forme complexe de r. **/0,5pt**

B- NUMERIQUE DES NOMBRES COMPLEXES

On considère la fonction f de $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$ définie par $\forall$ $Z \in \mathbb{C}$
$f(Z) = 2Z^3 + (2+3i)Z^2 + (-5+5i)Z - 2(1+i).$

1- Soit α un nombre réel. Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de $f(\alpha)$. En déduire $f(Z) = 0$ admet une solution réelle. **/0,5pt**

2- Déterminer trois réels a, b et c tel que $\forall$ $Z \in \mathbb{C}$
$f(Z) = (Z+2)(aZ^2 + bZ + c).$ **/0,75pt**

3- Résoudre dans $\mathbb{C}$. L'équation $f(Z) = 0.$ **/0,5pt**

Exercice 2 : SUITES (5,75pts)

A- Suites complexes

$(U_n)_n$ est une suite de nombre complexes défini par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = (1+i\sqrt{3})U_n + 3 \end{cases}$

N.B : U_{n+1} est une relation de récurrence.

On pose $\forall_{n\in\mathbb{N}}, V_n = U_n - i\sqrt{3}$

1- Calculer V_0. **/0,25pt**

2- Déterminer la relation entre V_{n+1} et V_n. **/0,5pt**

3- En déduire que $(V_n)_n$ est une suite géométrique. **/0,25pt**

4- On pose.
$S_n = V_o + V_1 + \cdots \ldots + V_n$
$Q_n = U_o + U_1 + \cdots \ldots + U_n$
Exprimer S_n puis $Q_n$en fonction de n puis calculer leurs limites **/1.5pt**

B- Suites numériques

$(U_n)_n$ est une suite des nombres réels défini par : $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{6}{U_n+1} \end{cases}$

1) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n \neq -3$. **/0,75pt**

2) $(V_n)_n$ est une suite définir par $V_n = \frac{U_n-2}{U_n+3}$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

   a) Démontrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique. **/0,5pt**

   b) Etudier la convergence éventuelle de la suite $(V_n)_n$. **/0,5pt**

3) Exprimer U_n en fonction de n. **/0,5pt**

4) Etudier la convergence éventuelle de la suite $(U_n)_n$. **/0,5pt**

PROBLEME (8,5pts)

A- Fonction racine carrée

f est la fonction numérique d'une variable réelle définie par $f(x) = x \times \sqrt{\frac{x}{x-1}}$ et Cf sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer l'ensemble de définition. **/0,25pt**

2) Calculer les limites aux bornes de cet ensemble. **/1pt**

3) Déterminer l'équation de l'asymptote oblique à Cf quand x tend vers $+\infty$. **/0,5pt**

4) Etudier les variations de f et construire Cf. **/1pt**

5) Déduire de la courbe Cf la courbe C de la fonction $g(x) = f(-x)$. **/0,25pt**

B- Fonction polynôme et fonction rationnelle

1- Soit g la fonction définie par $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$. **/1pt**

   a) ~~Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.~~ **/1pt**

   b) Montrer que $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$, une unique solution $\alpha \in]1{,}6 ; 1{,}7[$. **/0,75pt**

   c) Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **/0,5pt**

2- Soit f la fonction définie par $Df =]-1, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}$. **/0,5pt**

   a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x^3)^2}$. **/0,5pt**

   b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **/0,75pt**

   c) Montrer que $f(\alpha) = \frac{2(1-\alpha)}{3(\alpha^2+1)}$. **/0,5pt**

   d) Donner un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 0,1. **/0,5pt**

   e) Tracer la courbe f. **/1pt**

$6x^2-6x$