

DEVOIR HARMONISE DU 22 OCTOBRE 2018 : EPREUVE DE PHYSIQUE

XERCICE 1 : Solides en mouvement / 6 points

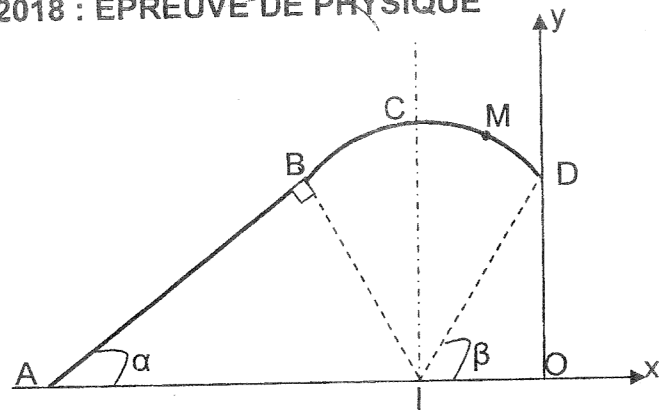
V Mouvement d'un solide. / 3,50 points

On considère les points A, B, C, D d'une piste se trouvant dans un plan vertical contenant deux points O et I.

AB est une piste rectiligne de longueur  $\ell = 1,8$  m formant un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec le plan horizontal contenant les points A, I, O.

CD est une partie circulaire de centre I et de rayon  $R = 1,1$  m.

Un solide ponctuel de masse  $m = 150$  g a été lancé en A avec une vitesse  $\vec{v}_0$  et glisse sans frottement jusqu'au point B. Il atteint B avec une vitesse  $v_B = 2,7$  m.s<sup>-1</sup>. Dans la portion BC, le solide est soumis à une force de frottement  $\vec{f}$  qui s'oppose à la vitesse. Il arrive en C avec une vitesse nulle, puis aborde la partie CD sans frottement jusqu'à ce qu'il quitte la piste en D.



1- Quel est le module du vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  ? 0,50 pt

2- Quelle est l'intensité de la force de frottement  $\vec{f}$  ? 0,50 pt

3- Sur la piste CD, la position M du solide est repérée par l'angle  $\theta = (\vec{IO}, \vec{IM})$ .

Exprimer en fonction de R, g et  $\theta$ , le module de la vitesse du solide au point M. 0,50 pt

Quelle est la valeur de la vitesse en D ? 0,25 pt

4- Exprimer en fonction de m, g et  $\theta$ , l'intensité  $R_N$  de la réaction de la piste sur le solide au point M de la piste CD. 0,50 pt

5- Le solide quittant la piste en D, on raisonnera dans le repère  $(Ox, Oy)$ .

a) Montrer que le vecteur vitesse a pour coordonnées :  $\vec{v}(t) \begin{cases} \dot{x} = v_D \sin \beta \\ \dot{y} = -gt - v_D \cos \beta \end{cases}$  0,50 pt

b) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire. 0,50 pt

c) A quelle distance du point O, cette trajectoire coupe-t-elle l'axe (Ox) ? 0,25 pt

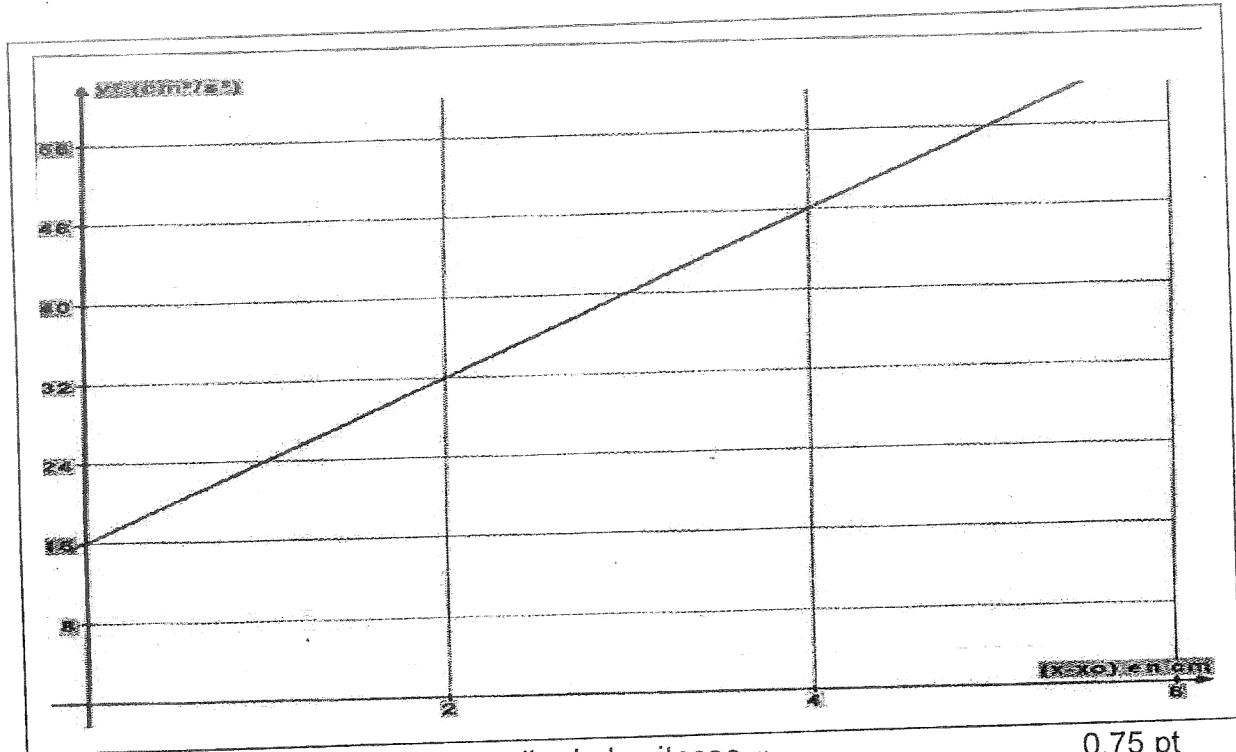
On donne :  $g = 9,80$  m.s<sup>-2</sup> et  $\sin \beta = \frac{2}{3}$ .

B/ Trajectoires rectilignes / 2,50 points

Un point matériel (M) se déplace sur une trajectoire rectiligne associée à un repère  $(O, \vec{i})$  du référentiel terrestre.

1. Le point mobile (M), ayant une accélération a constante, part à un instant  $t = 0$  d'une position  $M_0$  d'abscisse  $x_0$ , avec la vitesse  $v_0$  négative.

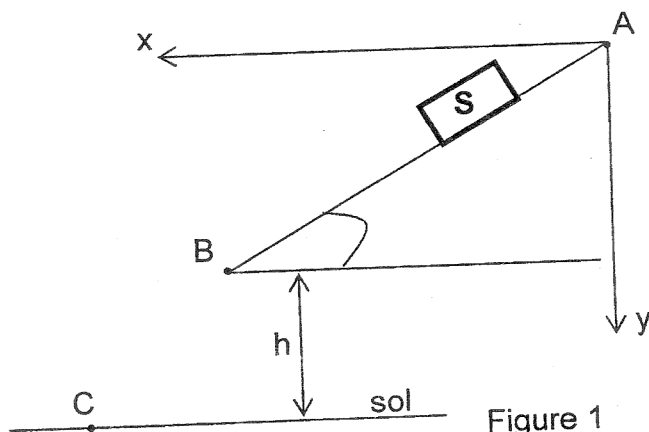
la courbe ci-dessous représente l'évolution du carré de la vitesse  $v$  du mobile en une position  $x$ , en fonction de  $(x-x_0)$ .



- Déterminer la valeur de l'accélération  $a$  et celle de la vitesse  $v_0$ . 0,75 pt
2. Le mobile (M) passe par la position d'abscisse  $x_2 = 3,5 \text{ cm}$  avec la vitesse  $v_2 = 2 \text{ cm.s}^{-1}$ . En déduire la valeur de l'abscisse  $x_0$ . 0,25 pt
3. Ecrire l'équation horaire  $x = f(t)$  du mouvement du mobile (M). 0,25 pt
- 4.
- 4.1. Montrer que le mouvement du mobile (M) possède deux phases dont on déterminera la nature. 0,75 pt
- 4.2. Calculer l'abscisse  $x_r$  de la position où le mobile (M) rebrousse chemin. 0,5 pt

### EXERCICE 2 : Mécanique. / 4 points

Un mobile autoporteur S de masse  $m = 285 \text{ g}$  est abandonné sans vitesse initiale sur une table inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale. A l'instant choisi comme origine des dates, son centre d'inertie G se situe en A. On étudiera le mouvement du centre d'inertie G dans le repère  $(A, x, y)$ , avec Ax horizontal et Ay vertical vers le bas (figure 1).



Le mouvement de S se fait suivant la ligne de plus grande pente du plan incliné. Le solide S est soumis sur la table à une force de frottement unique, s'opposant au mouvement et d'intensité f instantanée inconnue. Le solide quitte la table en B, il n'est plus soumis qu'à l'action de la pesanteur. Le point B se situe à une hauteur  $h = 90$  cm au-dessus du sol. On négligera l'action de l'air sur S. Un dispositif informatisé permet d'enregistrer les coordonnées du centre d'inertie sur le plan incliné. On prendra :  $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$ .

temps t (s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
(mm)	0	43	172,1	387,1	688,2	1075,3
(mm)	0	22	87,8	197,4	350,9	550

- Montrer que la valeur de l'angle d'inclinaison de la table est  $\alpha = 27^\circ$ . 0,75 pt
- Calculer la valeur de la force de frottement s'appliquant sur le mobile. 0,75 pt
- La valeur de la vitesse en B est  $v_B = 2,69 \text{ m/s}$ . Quelle est la longueur de la table ? 0,50 pt
- Le solide quitte la table avec la vitesse  $v_B$  précédente. 0,50 pt
  - Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
  - En déduire les coordonnées du point C de contact avec le sol. 0,50 pt

Rappel : A partir de B, le solide est en chute libre. Dans le repère (B, x, y), on a :

$$\begin{cases} x = v_B \cos \alpha t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 + v_B \sin \alpha t \end{cases}$$

- Calculer la durée du mouvement entre le point A et le point C. 1,00 pt

### EXERCICE 3 : Mouvement de solides / 6 points

#### A/ Mouvement de translation. / 2,75 points

On prendra :  $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$ .

Un train se compose d'une locomotive de masse  $M = 100$  tonnes et de dix wagons ayant chacun une masse  $m = 50$  tonnes. La résistance au mouvement de ce train est équivalente à une force unique opposée au vecteur vitesse et de valeur 100 newtons par tonne.

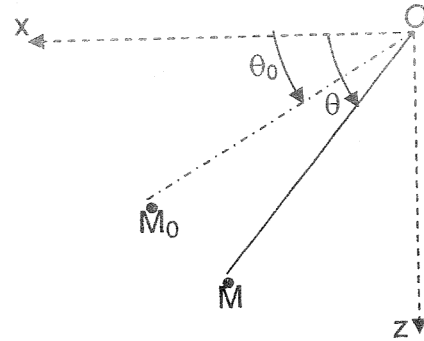
- Le train se déplace sur une voie horizontale à une vitesse constante de valeur 108 km/h.
  - Calculer la valeur de la tension d'attelage réunissant les deux derniers wagons. 0,50 pt
  - Quelle est la valeur de la force de freinage nécessaire pour arrêter le train sur une distance de 1 km, moteur coupé ? 0,75 pt
- Le train se déplace à présent sur une voie de côte à 8 % ( $\sin \alpha = \frac{8}{100}$ ). Sur cette rampe, le train,

partant du repos, accélère uniformément pour atteindre une vitesse de valeur 108 km/h en 20 minutes.

- Quelle distance parcourt-il pendant cette phase ? 0,75 pt
- Déterminer la valeur de la force de traction au crochet de la locomotive. 0,75 pt

**Mouvement circulaire.** / 3,25 points

Une bille ponctuelle de masse  $m$  est suspendue à un point fixe  $O$  par un fil inextensible de masse négligeable de longueur  $\ell$ . On écarte le fil de sa position d'équilibre jusqu'à la position définie par l'angle  $\theta_0 = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM_0})$ , et on lance la bille dans le plan vertical  $(Ox ; Oz)$  avec un vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  tangent au cercle trajectoire et dirigé vers le bas. On repère la position de la bille à la date  $t$  par l'angle  $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$ . On néglige les frottements.



1. Faire le bilan des forces appliquées à la bille à la date  $t$ . 0,50 pt
2. Exprimer la valeur  $v$  de la vitesse de la bille à l'instant  $t$ , en fonction de  $v_0, g, \ell, \theta$  et  $\theta_0$ . 0,75 pt
3. Exprimer la valeur  $T$  de la tension du fil à l'instant  $t$ , en fonction de  $v_0, g, \ell, \theta, \theta_0$  et  $m$ . 1,00 pt
4. Exprimer la valeur minimale  $v_{0min}$  de  $\vec{v}_0$  pour que la bille effectue un tour complet. 1,00 pt

**EXERCICE 4 : Expérience au laboratoire** / 4 points.

Le document de la feuille annexe donne la position, à intervalles de temps égaux de durée  $\tau = 20$  ms, du centre d'inertie  $G$  d'un solide tombant en chute libre sans vitesse initiale (d'un point non représenté).

Rappel : L'équation horaire du mouvement de chute libre sans vitesse initiale est :  $z = \frac{1}{2} g t^2$

1. Démontrer que la vitesse moyenne de  $G$  entre les dates  $t - \tau$  et  $t + \tau$  est égale à sa vitesse à l'instant  $t$ . 0,50 pt
2. Utiliser la propriété précédente pour déterminer les valeurs de la vitesse  $v$  aux points enregistrés. Tracer le graphe de  $v$  en fonction de  $t$  et en déduire la valeur  $g$  de la pesanteur. 2,00 pt
3. Démontrer que les espaces parcourus pendant les intervalles de temps successifs de même durée  $\tau$  croissent en progression arithmétique dont on déterminera la raison. 1,00 pt
4. Justifier cette formule de Galilée dans une lettre de 1604 : « Les espaces parcourus dans les temps égaux sont entre eux comme les nombres impairs à partir de l'unité ». 0,50 pt

**CORRIGE DEVOIR HARMONISE DU 22 OCTOBRE 2018 : EPREUVE DE PHYSIQUE**

**EXERCICE 1 : Mouvement d'un solide. / 4,50 points**

**A/ Mouvement d'un solide. / 3,50 points**

1- le module du vecteur vitesse  $\vec{V}_0$  :

$$v_0 = \sqrt{v_B^2 + 2gl \sin \alpha} ; v_0 = 5 \text{ m/s}$$

2- Intensité de la force de frottement  $\vec{f}$  :

$$f = \frac{\frac{1}{2}mv_B^2 - mgR(1 - \cos \alpha)}{R\alpha} ; f = 0,57 \text{ N}$$

Vitesse du solide au point M :  $v = \sqrt{2gR(1 - \sin \theta)}$  ; En D,  $v_D = 2,7 \text{ m/s}$

3- Exprimons l'intensité  $R_N$  de la réaction de la piste sur le solide au point M de la piste CD.  $R_N = mg(3 \sin \theta - 2)$  ;

4- a) Exprimons dans le repère  $(Ox, Oy)$  l'équation de la trajectoire du mouvement du solide quand il quitte le point D.

$$\vec{v}(t) \begin{cases} \dot{x} = v_D \sin \beta \\ \dot{y} = -gt - v_D \cos \beta \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = v_D \sin \beta t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_D \cos \beta t + R \sin \beta \end{cases} \text{ , soit } y(x) = -\frac{1}{2} \frac{gx^2}{v_D^2 \sin^2 \beta} - x \cot \beta + R \sin \beta ;$$

$$y(x) = -1,53x^2 - 1,12x + 0,73.$$

b) distance du point O. on a  $y = 0$  pour  $x = 0,41 \text{ m}$ .

**B/ Trajectoires rectilignes / 2,50 points**

**B/ Trajectoires rectilignes / 2,50 points**

1.  $v^2 = 2a(x - x_0) + v_0^2 \Rightarrow v^2 = f(x - x_0)$  est une droite de coefficient directeur  $2a$  et d'ordonnée à l'origine

$$v_0^2. 2a = \frac{\Delta v^2}{\Delta(x - x_0)} = 8 \Rightarrow a = 4 \text{ cm}^{-2} \text{ et } v_0^2 = 16 \text{ donc } v_0 = 4 \text{ cm.s}^{-1} (v_0 \text{ est négatif}).$$

$$2. v_2^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow x_0 = 5 \text{ cm}$$

0,25 pt

$$3. x = 2t^2 - 4t + 5. \quad 0,25 \text{ pt}$$

4.

$$4.1 \vec{v} = (4t - 4)\vec{i} \text{ et } \vec{a} = 4\vec{i}. \text{ Etudions lesigne de } \vec{a} \cdot \vec{v} = 4(4t - 4).$$

t	0	1	$+\infty$
$4(4t-4)$	-	0	+

- Pour  $t \in [0;1]$  le mouvement de M est rectiligne uniformément décéléré.
- Pour  $t \in [1; +\infty[$  le mouvement de M est rectiligne uniformément accéléré.

4.2. M rebrousse chemin à  $t_r=1s$  ( $v=0$ )  $\Rightarrow x_r = 2t_r^2 - 4t_r + 5 = 3\text{ cm}$  0,5 pt

**EXERCICE 2: Mécanique. / 5 points**

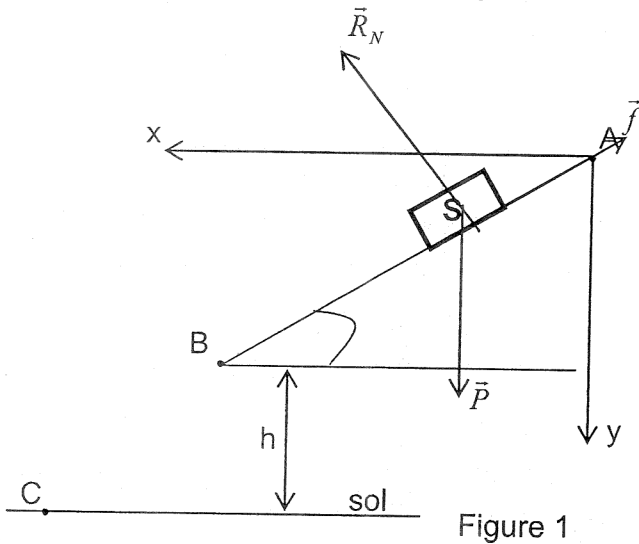


Figure 1

1. Valeur de l'angle d'inclinaison de la table est  $\alpha = 27^\circ$ .

Le mouvement est uniformément varié sur chacun des axes :  $a_x = \frac{2x}{t^2} = 2,15 \text{ m.s}^{-2}$  et

$$a_y = \frac{2y}{t^2} = 1,1 \text{ m.s}^{-2}. \quad a_x = a \cos \alpha \text{ et } a_y = a \sin \alpha ; \quad \tan \alpha = \frac{a_y}{a_x} ; \alpha = 27^\circ. \quad \mathbf{1,00 \text{ pt}}$$

2. Valeur de la force de frottement s'appliquant sur le mobile.

Appliquons le TCI au solide dans le référentiel terrestre supposé galiléen :  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ , soit  $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}$ .

Par projection suivant un axe colinéaire à la ligne de plus grande pente du plan incliné orienté vers le bas, on obtient :  $f = m(g \sin \alpha - \sqrt{a_x^2 + a_y^2})$ .  $f = 0,58 \text{ N}$  **1,00 pt**

3. Longueur de la table .

On a :  $AB = \frac{v_B^2}{2\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}$ . **AB = 1,50 m. 0,50 pt**

4. Coordonnées du point C de contact avec le sol.

A partir de B, le solide est en chute libre. Dans le repère (B, x, y), on a :

$$\begin{cases} x = v_B \cos \alpha t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 + v_B \sin \alpha t \end{cases} \text{ et}$$

$$y(x) = \frac{1}{2v_B^2 \cos^2 \alpha} gx^2 + x \tan \alpha ; \text{ au sol, } y = h = 0,90 \text{ m, soit } 0,853x^2 + 0,51x - 0,9 = 0 ; x = 0,768 \text{ m.}$$

Finalement  $C \begin{cases} AB \cos \alpha + 0,768 = 2,1 \text{ m} \\ AB \sin \alpha + h = 1,58 \text{ m} \end{cases}$  **1,50 pt**

5. Durée du mouvement entre le point A et le point C.

Entre A et B,  $t_1 = \sqrt{\frac{2AB}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}} = 1,11 \text{ s.}$

Entre B et C,  $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,43 \text{ s. } t = 1,54 \text{ s.}$  **1,00 pt**

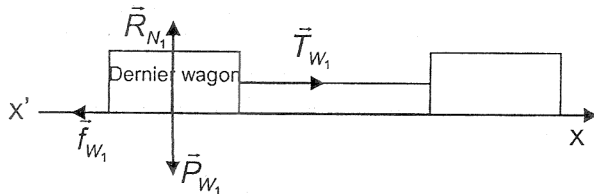
### EXERCICE 3 : Forces et Champs / 6 points

1. Mouvement de translation. / 3 points

1.1. Calculons la valeur de la tension d'attelage réunissant les deux derniers wagons.

Système : le dernier wagon, dans le référentiel terrestre.

Forces appliquées : le poids  $\vec{P}_{w_1}$  ; la tension d'attelage  $\vec{T}_{w_1}$  ; la réaction normale  $\vec{R}_{N_1}$  ; la force de frottement  $\vec{f}_{w_1}$  de valeur  $f = 5 \cdot 10^3 \text{ N.}$



Le système étant pseudo isolé, le principe d'inertie s'écrit :  $\vec{P}_{w_1} + \vec{R}_{N_1} + \vec{f}_1 + \vec{T}_{w_1} = \vec{0}$

soit  $T_{w_1} = f_1$ ; AN :  $T_{w_1} = 5 \cdot 10^3 \text{ N.}$  **0,75 pt**

1.2. Valeur de la force de freinage nécessaire pour arrêter le train.

Système : le train, de masse

$M_T = M + 10m$ , dans le référentiel terrestre.

Bilan des forces : le poids  $\vec{P}$  ; la réaction normale  $\vec{R}_N$  ; la force de freinage  $\vec{f}_R$  ; la force de frottement  $\vec{f}$  de valeur  $f$ .

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :  $\Delta E_c = \sum W(\vec{F})$  ; comme  $\Delta E_c = -\frac{1}{2}(M + 10m)v_0^2$  et

$$\sum W(\vec{F}) = -d(f_R + f), \text{ On obtient : } f_R = \frac{v_0^2}{2d}(M + 10m) - f ; \text{ AN. : } f_R = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N. } \text{0,75 pt}$$

2.

2.1. Distance parcourue pendant cette phase.

Le mouvement étant rectiligne uniformément varié, on a, en prenant comme origine des dates l'instant où le train quitte le repos, et comme origine des espaces, sa position à cet instant, on a :  $v = at$  et

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}vt ;$$

AN :  $x = 1,8 \cdot 10^4 \text{ m.}$  **0,75 pt.**

2.1.1. Déterminons la valeur de la force de traction au crochet de la locomotive. système : les dix wagons, dans le référentiel terrestre.

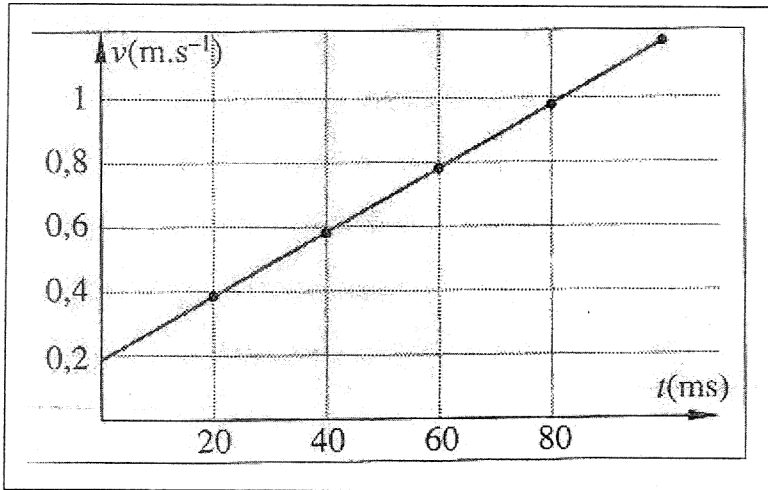
Bilan des forces : le poids  $\vec{P}_w$  ; la réaction normale  $\vec{R}_N$  ; la force de traction  $\vec{T}_w$  ; la force de frottement  $\vec{f}_w$  de valeur  $f = 5 \cdot 10^4 \text{ N.}$

$$v_m = \frac{\frac{1}{2}g[(t+\tau)^2 - (t-\tau)^2]}{2\tau} = gt. \text{ Cette expression est celle de la vitesse instantanée à la date } t : v = v_m.$$

2. Les valeurs mesurées de  $v_i = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{2\tau}$  sont :

i	1	2	3	4	5
$t_i$ (en ms)	20	40	60	80	100
$v_i$ (m.s <sup>-1</sup> )	0,38	0,59	0,79	0,98	1,18

La représentation graphique demandée est présentée ci-dessous



La mesure du coefficient directeur conduit à :

$$g = \frac{v_5 - v_1}{t_5 - t_1} = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

3. Soit  $e_1$  l'espace parcouru entre les instants  $t$  et  $t+\tau$ .

$e_2$  l'espace parcouru entre les instants  $t+\tau$  et  $t+2\tau$ .

$e_3$  l'espace parcouru entre les instants  $t+2\tau$  et  $t+3\tau$  ...

$$e_1 = \frac{1}{2}g[(t+\tau)^2 - t^2] = \frac{1}{2}g[2t\tau + \tau^2];$$

$$e_2 = \frac{1}{2}g[(t+2\tau)^2 - (t+\tau)^2] = \frac{1}{2}g[3\tau^2 + 2t\tau];$$

$$e_3 = \frac{1}{2}g[(t+3\tau)^2 - (t+2\tau)^2] = \frac{1}{2}g[5\tau^2 + 2t\tau];$$

$$\vdots$$

$$e_n = \dots = \frac{1}{2}g[(2n-1)\tau^2 + 2t\tau];$$

$$e_2 - e_1 = e_3 - e_2 = \dots = e_n - e_{n-1} = g\tau^2$$

4. Pour un objet lâché sans vitesse initiale à la date  $t = 0$ , les distances parcourues pendant des intervalles de temps successifs égaux de durée  $\tau$  sont donc :

$\frac{1}{2}g\tau^2$ ; puis  $\frac{3}{2}g\tau^2$ ;  $\frac{5}{2}g\tau^2$ ; etc. Elles sont proportionnelles aux entiers impairs successifs.