GROUPE DE REPETITION « LES PARTISANTS DU SUCCES » 2017-2018		
EPREUVE	CLASSE	DUREE
MATHEMATIQUES	PREMIERE C	3H00

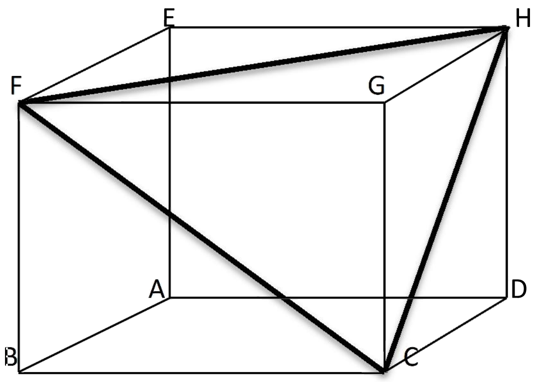
L'EPREUVE COMPORTE TROIS EXERCICES ET UN PROBLEME

EXERCICE 1. (3,5pts)

1. HAMIDOU place une somme de 20 000 francs CFA dans une coopérative de la place, qui lui offre deux possibilités :
   ① Rémunération au taux d'intérêt annuel simple de 11%.
   ② Rémunération au taux d'intérêt annuel composé de 8%.
   Donner la possibilité la plus avantageuse pour HAMIDOU si son placement dure 9 années sans mouvement c'est-à-dire sans aucun versement et aucun retrait. 1pt
2. ABCD est un carré de centre O et de coté de longueur a. Soit (Γ), l'ensemble des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-MD\|$.
   a. Prouver que O, B et D sont des points de (Γ). 0,75pt
   b. Prouver que, A et C ne sont pas des points de (Γ). 0,5pt
   c. Identifier les barycentres respectifs des systèmes :
   {(B, 1),(C, -1),(D, 1)} et {(A, 1),(B, -1),(D, -1)}. 0,5pt
   d. Démontrer qu'un point M appartient à l'ensemble (Γ) si et seulement si MA=MC. 0,25pt
   e. En déduire la nature de l'ensemble (Γ). Tracer (Γ). 0.5pt

EXERCICE 2. (5,75pts)

I. ABCDEFGH est un cube (Voir figure ci-dessous).



1. Déterminer les coordonnées de C, F, G, et H dans le repère (A, $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}$). 1pt
2. Donner une équation cartésienne du plan (CFH) et calculer la distance du point G à ce plan.0,75pt
3. Montrer que le triangle CFH est équilatéral. 0,75pt
4. Déterminer le volume du tétraèdre GCFH. 0,5pt

II. E est un plan vectoriel de base $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$.On definit l'endomorphisme f de E par :
f(x$\vec{\imath}$+y$\vec{\jmath}$)=(2x+y)$\vec{\imath}$ +3x$\vec{\jmath}$
   1. a) Calculer f($\vec{\imath}$) et f($\vec{\jmath}$). En deduire la matrice A de E dans la base $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$. 0,75pt
      b) f est-elle un automorphisme ? 0,25pt
   2. Soit H=$\{\vec{u}\epsilon E\ tel\ que\ f(\vec{u})=-\vec{u}\}$ et G=$\{\vec{u}\epsilon E\ tel\ que\ f(\vec{u})=3\vec{u}\}$

Montrer que H et G sont des droites vectorielles engendrées respectivement par les vecteurs $\overrightarrow{e_1}$ et $\overrightarrow{e_2}$ à déterminer. 1pt

3. Montrer que $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ est une base de E et determiner la matrice de f dans cette base. 0,75pt

EXERCICE 3. (2,5pts)

On considère les droites (D) et (D') d'équations respectives y =x - 1 et $x\sqrt{3}$ + y + 2 =0. On note $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ les vecteurs directeurs respectifs des droites (D) et (D').

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$. 0,5pt
2. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'application $g=S_{(D)}\circ S_{(D')}$. 0,75pt
3. a) Que représente le vecteur $\vec{v}(2, -2)$ pour la droite (D) ? 0,25pt
   b) Déterminer une équation de la droite (Δ) telle que $t\vec{v}=S_{(D)}\circ S_{(\Delta)}$ 0,5pt
4. Déterminer la nature et l'élément caractéristique de l'application $h =S_{(D)}\circ t\vec{v}$. 0 ,5pt

PROBLEMES. (8,25pts)

A. 1. Soit x∊ℝ. On définit la suite (U_n) par : $\begin{cases} U_o = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = 3U_n cos2x + sin^2x \end{cases}$ $\forall n\epsilon\mathbb{N}$.

   a) Montrer que $U_1 = \frac{3}{2} - 2sin^2x$. 0,25pt
   b) Résoudre dans]-π;π] l'équation (E) :U_1 = 1. 0,75pt
   c) Placer les points images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique. 0,5pt

2. Dans la suite, on suppose que $x = \frac{\pi}{6}$ et pour tout n∊ℕ, on pose $V_n = \frac{3}{2}U_n + \frac{3}{4}$.
   a) Montrer que (V_n) est une suite géometrique que l'on caractérisera. 0,75pt
   b) Exprimer V_n puis, U_n en fonction de n. 1pt
   c) Exprimer Sn =$V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ en fonction de n. Calculer $\lim_{x\to+\infty} S_n$. 0,5pt

B. On considère la fonction numérique d'une variable réelle h définie par h(x)=$\frac{cos^2x}{cosx+1}$.
   1) Déterminer le domaine de définition de h. 0,5pt
   2) Montre que h est périodique de période 2π. 0,25pt
   3) Etudier la parité de h et justifier que l'on peut se contenter d'étudier h sur [0, π[. 0,5pt
   4) Etudier les variations de h sur [0, π[et dresser son tableau de variation sur cet intervalle.0,75pt
   5) Tracer sur un graphique, la courbe (Ch) de la restriction de h sur]-3π, 3π[. 0,5pt
   6) Soit m un paramètre réel. Discuter suivant les valeurs de m, le nombre de solutions dans $]-\pi, \pi[$ de l'équation (E') : $\cos^2 x = m(1+\cos x)$. 0,5pt

C. On considère dans ℝ l'équation (E_1) : cos 3x = cos 2x.
   (a) Exprimer cos 2x et cos 3x en fonction de cos x. 0,5pt
   (b) En posant X = cos x, montrer que l'équation (E_1) devient (E_2) : $4X^3 - 2X^2 - 3X + 1 = 0$ et résoudre dans ℝ l'équation (E_2). 1pt

Proposé par : Ndajieu Jimmy