LYCEE DE BAMENDOU

******

DEPARTEMENT DES MATHEMATIQUES

******

CLASSE : Tle C

ANNEE SCOLAIRE 2018-2019

******

DUREE : 4h00 ; COEF : 5

******

EXAMEN BLANC N°1

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 5pts

1. β et γ sont deux entiers naturels et N = $2^{\beta}x3^{\gamma}$ tels que le nombre de diviseurs de N^2 est le triple du nombre de diviseurs de N.
   a) Prouvez que $(\beta-1)(\gamma-1)$=3. 1pt
   b) Déduisez-en les valeurs de N. 1pt
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$) et $\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes. Soient A, B et C trois points d'affixes respectives : a=-1+3i, b=-4+2i et c=1+4i. Soit f la transformation du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' définie par : z'=(2-2i)z+1.
   a) Déterminez la nature et les éléments caractéristiques de f. 0.75pt
   b) Déterminez l'affixe du point B' image de B par la transformation f. 0.25pt
   c) Vérifiez que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CB'}$ sont orthogonaux. 0.25pt
3. Soit M(x,y) où x et y sont des entiers relatifs et M' son image par f.
   a) Montrez que les vecteurs $\overrightarrow{CM'}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont orthogonaux si et seulement si x+3y=2. 0.75pt
   b) Résoudre dans $\mathbb{Z}$x$\mathbb{Z}$ l'équation x+3y=2 et en déduire l'ensemble des points dont les coordonnées sont des entiers appartenant à [-5,5]. 1pt

EXERCICE 2 3pts

L'espace (ε) est muni d'un repère orthonormé (O ;$\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$).

1. On donne les points A(1,0,0) ; B(1,-1,1) ; C(-2,0,1) ; D(-2,1,0) et M(x,y,z). On considère le vecteur $\vec{u}$=2$\overrightarrow{MA}$-2$\overrightarrow{MB}$+$\overrightarrow{MC}$. Déterminer le triplet (x,y,z) de coordonnées de M pour que l'on ait simultanément $\overrightarrow{AB} \wedge \vec{u} = \overrightarrow{OA}\ et\ \overrightarrow{AB}.\vec{u} = 0$. 1pt
2. Déterminer le lieu géométrique des points G_α , barycentre des points ponderes (A,α) ; (B,$\alpha-1$) ; (C,1-2α) ; (D,1) lorsque α decrit $\mathbb{R}$. (**<u>indication :</u>** ABCD est un parallélogramme non aplati). 0.75pt
3. Soit H un point de (ε) tel que ABCH soit un tétraèdre. I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AC]$ et K le milieu de $[CH]$. Soit β un réel et H_β le barycentre lorsqu'il existe des points pondérés $(A,2\beta+1);(B,\beta);(C,\beta-2);(H,-3)$.
   a) Montrer que H_β est un point du plan (IJK). 0.5pt
   b) Soit E le milieu de $[IJ]$, et F le barycentre des points pondérés (J,1) ; (K,-3). Montrer que H_β est un point de la droite (EF). 0.75pt

PROBLEME 12pts

Partie A

On définit la fonction r(x)=x+e^{3x}.

1. Calculer $\lim_{x\to+\infty} r(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} r(x)$. 0,5pt
2. Calculer la dérivée r'(x) de r(x) et en déduire le tableau de variations de r. 0,5pt
3. Déduire qu'il existe un unique réel α∈R tel que r(α)=0. 0,25pt
4. Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près. 0,5pt
5. On définit la fonction g sur R par $g(x) = \frac{1-3x}{x+e^{3x}}$.
   a) Déterminer l'ensemble de définition de g. 0,25pt
   b) Etudier le signe de g sur son ensemble de définition. 0,5pt
6. On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln(x + e^{3x}) - 3x$.
   a) Déterminer l'ensemble de définition de f. 0,25pt
   b) Calculer la dérivée de f et en déduire le tableau de variation de f . 1pt
   c) Construire f dans un repère orthogonal.(Unité sur les axes 3cm). 1pt

Partie B

La fonction f est définie sur [0;+∞[par : $\begin{cases} f(x) = xln\left(x + \frac{1}{x}\right) \; si \; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) du plan : unité 2 cm.

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0. 0,75pt
2. La fonction g est définie sur [1;+∞[par g(x) = xlnx. (Γ) est la courbe de g dans le repère (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$).
   a) Etudier les variations de g, dresser son tableau de variation et tracer (Γ). 1,25pt
   b) Calculer $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - g(x))$ puis donner une interprétation géométrique du résultat. 0,5pt
   c) Etudier les positions relatives de (Cf) et (Γ). 0,5pt
3. a) Calculer f'(x) et f''(x) puis étudier les variations de f'. 0,75pt

   b. Montrer que f est strictement croissante sur]0;+∞[et dresser le tableau de variation de f. 0,5pt

   c. Tracer (Cf). 0,5pt

Partie C

On considère la fonction g définie sur]0 ;+∞[par : g(x) = x² + lnx.

1. Étudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation. 1pt
2. a) Montrer qu'il existe un nombre réel unique ∝ tel que : g(∝) = 0 et que : 0,65 < ∝ < 0,66. 0.5pt

   b) En déduire selon les valeurs de x, le signe de g(x). 0.25pt

Soit f la fonction définie sur]0 ;+∞[par : f(x) = 1 – x + $\frac{1+lnx}{x}$. Et ($\mathcal{C}$) sa courbe représentative.

3. a) Calculer $\lim_{x\to0^-} f(x)$, puis en donner une interprétation graphique. 0.5pt

   b) Montrer que la droite ($\mathcal{D}$) : y = – x + 1 est asymptote à ($\mathcal{C}$) et étudier la position de ($\mathcal{C}$) par rapport à ($\mathcal{D}$). 0.75pt
4. Montrer que : f(∝) = 1 – 2∝ + $\frac{1}{\propto}$. 0.5pt

Proposé par : Ndajieu Jimmy