

EXERCICE 1. (7pts)

1. Montrer que $\ln(2)+\ln(4)+\ln(8)+\ln(16)=10\ln(2)$ 1pt
2. Simplifier les expressions suivantes : 0.5x3=1.5pt
 - a) $\ln(\sqrt{3} + 1)+\ln(\sqrt{3} - 1)$.
 - b) $\ln(3)+\ln(27)+\ln(\frac{1}{9})$.
 - c) $\ln(x^2-4)-\ln(x+2)$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes : 0.75x4=3pts
 - a) $\ln(x-2)+\ln(x+1)=\ln(3x-5)$.
 - b) $\ln(x+2)+\ln(x-2)=\ln(5)+2\ln(3)$.
 - c) $\ln(\frac{2x-3}{5x+1}) \leq 0$.
 - d) $\ln(2x+1) > \ln(2)$.
4. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant : $\begin{cases} x + y = 32 \\ xy = 255 \end{cases}$ 1pt
5. L'aire d'un jardin rectangulaire est égale à 255m². Si l'on augmente sa largeur et sa longueur de 5m, l'aire augmente de 185m². Déterminer les dimensions de ce jardin. 1.5pt

EXERCICE 2.(5pts)

1. Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer le domaine de définition puis calculer sa dérivée première : (0.5+0.5)x2=2pts
$$f(x)=\frac{3}{(2x+1)^2} \quad ; \quad g(x)=\ln(-4x^2+4x-1)$$
2. Dans chacun des cas suivant, déterminer une primitive F de la fonction f : 0.75x4=3pts
 - a) $f(x)=x^5-3x^2+5x-2$.
 - b) $f(x)=\frac{6x^2+2}{(x^3+x+2)^4}$.
 - c) $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.
 - d) $f(x)=\frac{3}{x-1}$.

PROBLEME (8pts)

Le plan est muni du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$ et (C) sa courbe représentative.

1. a. Déterminer l'ensemble de définition Df de f. 0.5pt
b. Calculer les limites de f aux bornes de Df. 1pt
2. a. Calculer f'(x) (dérivée de f) et en déduire les variations de f. 1pt
b. Dresser le tableau de variations de f. 0,5pt
3. a. Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout $x \in Df$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$. 0,75pt
b. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x-2$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$ et en $+\infty$. 1pt
c. Préciser l'asymptote verticale à (C). 0,5pt
4. Déterminer la primitive de f qui s'annule en 1. 0,75pt
5. a. Démontrer que le point $\Omega(2;0)$ est un centre de symétrie de (C). 0,5pt
b. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse -1. 0,5pt
c. Construire (C), ses asymptotes et la tangente (T). 1pt

Par : Jimmy Ndajieu