COLLEGE PRIVE BILINGUE LAROUSSE B.P 11700 TEL (+237) 688 73 99 50 / 653 91 81 20

NOM ET PRENOMS DE L'ELEVE :			F	M	Classe : T.C
ANNEE SCOLAIRE 2024-2025	Trimestre : I	Evaluation du module N° : 2	Discipline : Mathématiques	Date : 13 /11/24	Durée : 4H — COEF.

Compétence Evaluée :

Travail de l'élève :	Appréciations					
Ressources : ……………………… Compétence : …………………… Note……………/20	Cote :	CTBA	CBA	CA	CMA	CNA

Sceau de l'établissement	Visa, nom et commentaires de l'enseignant : M. NYATTO	Visa et nom du parent ou tuteur :

PARTIE A: Evaluation des ressources 15pts

Exercice 1 4,25pts

1) Soient a, b et c trois entiers relatifs non nuls

Démontrer que :

i) si a divise bc et PGCD $(a, b) = 1$ alors, a divise c ***0,5pt***

ii) Si a et b divisent c et si PGCD $(a, b) = 1$ alors, ab divise c ***0,5pt***

2) Résoudre dans Z l'équation $x^2 - 3x + 4 \equiv 0\ [7]$

3) Déterminer les entiers relatifs n tels que la fraction $\frac{n+17}{n-1}$ soit un entier relatif ***0,5pt***

4.a) Le nombre 1517 est-il premier? Justifier votre réponse. ***0,75pt***

b) Quels sont les entiers naturels a et b vérifiant la relation $a^2 - b^2 = 1517$? ***0,75pt***

5) Quels sont les entiers naturels n pour lesquels $15 \times 3^n - 3$ est divisible par 7. ***0,5pt***

6) Déterminer les couples (a, b) d'entiers naturels tels que $\begin{cases} PPCM\ (a, b) = 504 \\ a + b = 135 \end{cases}$ ***0,75pt***

7) Résoudre dans Z x Z $364x - 165y = 2$ ***0,5pt***

Exercice 2 : 4,5points

I/- Soit la fonction f définie sur $]-1; 1[$ par $f(x) = -1 + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

1. Etudier les variations de la fonction f. (on ne demande pas le tableau de variation) ***0,5pt***
2. a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution β dans $]-1; 1[$ ***0,75pt***

   b) Donner un encadrement de β à 10^{-2} près et montrer que $\sqrt{1-\beta^2} = \frac{\beta}{1+\beta}$ ***0,75pt***

   c) Déduire le signe de $f(x) - x$ ***0,5pt***

II/- Soit la fonction g définie sur $x \in]-1; 1[par, g(x) = f\left[-\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]$

1. Montrer que pour tout $x \in]-1; 1[, g(x) = -1 - \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ ***0,25pt***
2. Montre que g établit une bijection de $]-1; 1[$ vers $\mathbb{R}$ ***1 pt***
3. Montrer que la bijection réciproque g^{-1} de g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que $(g^{-1})'(x) = \frac{-2}{\pi[1+(x+1)^2]}$ ***0,75pt***

Exercice 3: 6,25pts

I/- On pose $Z = \frac{\sqrt{3}+3i}{2+i}$

1. Ecrire le nombre complexe Z sous la forme algébrique ***0,75pt***

2. Calculer le module Z ***0,25pt***

II/ -Soit P le polynôme définie sur C par : $P(Z) = Z^3 - 3Z^2 + (3i+3)Z - 6 + 2i$ ***0,75pt***

1) Démontrer que P admet une racine imaginaire pure Z_0
2) Déterminer les réels a et b tels que $P(Z) = (Z - Z_0)(Z^2 + aZ + b)$ ***0,5pt***
3) Résoudre dans C, P(Z) = 0 ***1pt***

III/-1) Montrer que la famille $((1\,;2\,;\,-1)\,;\,(1\,;1\,;2)\,;\,(3\,;\,-1\,;\,2))$ est une base de l'espace vectoriel IR^3

0,75pt

2) On considère l'application linéaire f définie par f : E → E
$(x, y) \rightarrow (x - 2y)\vec{\imath} + (3x - 5y)\vec{\jmath}$

a) Montrer que f est un automorphisme de E ***0,75pt***

b) Déterminer kerf et Imf (dimension et nature) ***0,5pt***

3) On définit un espace vectoriel E de base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ par : $P=\{x, y, z) \in IR^3 \; 5x + y + z = 0\}$
Montrer que P est un sous – espace vectoriel de E ***0,75pt***

<u>Partie B</u> : Evaluation des compétences 4,5pts

La base naval de douala à défini un procédé de codage de données de la façon suivante :

Etape N°=1 A la lettre que l'on veut coder, on associe le nombre n correspondant dans le tableau ci-dessous.

Etape N°2 : On calcule le reste de la division euclidienne de 9n +5 par 26 et on le note P.

Etape N°=3 : au nombre P on associe la lettre correspondent dans le tableau

Tableau : A chaque lettre de l'alphabet, on associe un entier compris entre 0 et 25

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	2

Le chef de la base naval décide de construire trois forages dans un village proche de la base. Les élites du village décident de placer prioritairement un des forages à la chefferie (Situer sur l'axe des ordonnés) .Une étude géo hydraulique impose que pour remplir cette condition. les forages ne peuvent être constitués que des points M (x, y) tels que $Z^3 + Z^2(1 - 2i) + Z(-5 - 7i) + 10i - 10 = 0$

Un des soldats, content de la réussite au baccalauréat série c de son fils kouakou lui a promis comme cadeau un voyage po ur Banganté pour vivre le match de football panthère de Banganté contre stade renard de Melong.

Une fois à l'agence, le caissier leur dit : <<le prix d'un billet de voyage pour Banganté est le nombre xyz en base 10, ou x est solution de l'équation de $x + y + z = 50$ avec $y = \overline{131}^{x}$ et $z = \overline{101}^{x}$ $(x > 3)$>>

Pour cela, il demande au père de kouakou à écrire d'abord le produit xyz en base x avant de trouver le prix d'achat de leurs billets de voyage.

<u>Tâche :</u>

1) Aider le commandant de cette base militaire à coder le mot <<soldat>>
1,5pt
2) Déterminer par leurs coordonnées les positions où doivent être construits chacun des 3forages ***1,5pt***
3) Aide le père de kouakou à trouver le montant qu'ils doivent débourser à l'agence pour se rendre à

Banganté assisté au match de football. ***1,5pt***

Présentation : 0,5pt