

ANNEE SCOLAIRE	TRIMESTRE I EVALUATION N°2	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEF
2024- 2025		MATHEMATIQUES	Tle D	3H	4
EXAMINATEUR : M. TSALA			DATE : 13 / 11 / 2024	MC	

EVALUATION DES RESSOURCES: 15 pts**EXERCICE 1 : 5.5pts**

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par : $u_0 = 0$, $v_0 = 12$, $u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$

et $v_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}$

- Démontrer que la suite (w_n) définie par $w_n = v_n - u_n$ est une suite géométrique et à termes positifs. 0.75pt
- Exprimer w_n en fonction de n et étudier la convergence de la suite (w_n) . 0.5pt
- Montrer que (u_n) est croissant et que (v_n) est décroissante. 1pt
- Comparer u_n et v_n pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis déduire que les suites u_n et v_n sont convergentes. 1pt
- On pose $t_n = 2u_n + 3v_n$. Montrer que la suite (t_n) est constante et déterminer cette constante. 0.75pt
- Déduire des questions 2 et 5 les expressions de u_n et de v_n en fonction de n . 1pt
- Calculer les limites des suites u_n et v_n . 0.5pt

EXERCICE 2 : 5pts

Soit u la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $u(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$. On note (C) la courbe représentative de u dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité : 2 cm).

- Déterminer la limite de u en $-\infty$. 0.25pt
- Montrer que, pour tout réel x , on a : $u(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$. 0.25pt
- Montrer que u est strictement positif sur \mathbb{R} . 0.25pt
- En déduire la limite de u en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat. 0.75pt
- Montrer que $(u(x) + 2x)$ tend vers 0 quand x tend vers $-\infty$ et interpréter graphiquement. 0.75pt
- Étudier la position de (C) et (D) : $y = -2x$ sur $]-\infty; 0]$. 0.5pt
- Montrer que $u'(x) = \frac{-u(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$. 0.5pt
- Étudier les variations de u et dresser le tableau de variation de u . 0.75pt
- Tracer (C) et son asymptote oblique. 1pt

Exercice.3 : 4,5 points

Dans cet exercice \mathbb{C} désigne l'ensemble des nombres complexes.

On note : $P(z) = z^3 - (6 + 5i)z^2 + (3 + 20i)z + 10 - 15i$.

- Calculer $(1 - i)^2$. 0,5pt
- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^2 - (3 + 3i)z + 5i = 0$. 1,5pt
- a) Montrer que : $P(z) = [z^2 - (3 + 3i)z + 5i][z - (3 + 2i)]$. 1pt
- b) Déduire les solutions de : $z^3 - (6 + 5i)z^2 + (3 + 20i)z + 10 - 15i = 0$. 1,5pt

EVALUATION DES COMPETENCES : 4.5pts

M. BAO prof de Maths organise sa fête d'anniversaire dans un hôtel dont l'emplacement est représenté par le point $A\left(\frac{1}{0}\right)$. Il communique au PCO de sa fête, prof de Maths, sous codé les informations suivantes :

- Les axes menant à la salle de réception sont représentés par l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $2z - z^2 - 1 \in \mathbb{R}$.
- L'entour de la salle sera éclairé par une tour de lumière à longue portée représentée par l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $z - \frac{9}{z} \in \mathbb{R}$.
- La sécurité sera postée à chaque point $M(z)$ solution de l'équation : $(z + 1 - i)p(z)$. Avec $p(z) = z^3 + (5 - 2i)z^2 + (4 - 22i)z + 20 - 60i$

Tâches :

- Déterminer les équations des axes menant à la salle de réception et tracer ces axes dans un plan complexe muni d'un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$. 1.5pt
- Représenter la tour de lumière dans le même plan complexe. 1.5pt
- Déterminer la position exacte de chaque agent de sécurité et placer les dans le plan complexe. 1.5pt