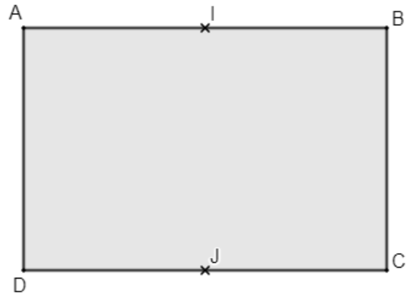
MINISTERE DES ENSEIGNEMENT SECONDAIRES **OFFICE DU BACCALAUREAT DU CAMEROUN**	**Examen : PROBATOIRE** **Session : 2024** **Série : C & E** **Durée : 3h Coef : 6/5**

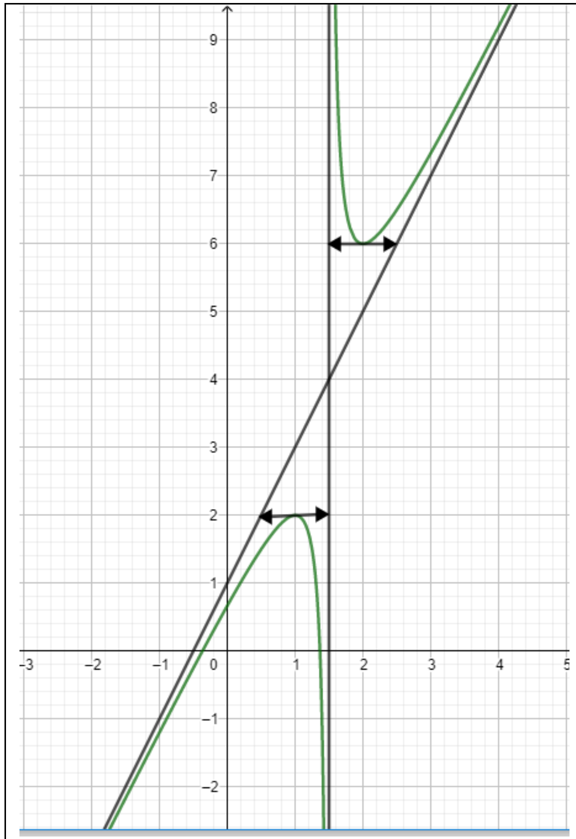
PROPOSITION DE CORRIGE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES /15 POINTS

REFERENCES ET SOLUTIONS		
<u>Exercice 1 :</u> (3 points)	**Barèmes**	**Commentaires**
1-a) **Démontrons que la droite (BC) est orthogonal au plan (AID).** Le tétraèdre $ABCD$ étant régulier, alors le triangle BCD est équilatéral. I est le milieu du segment $[BC]$, alors la droite (DI) est la médiatrice du segment $[BC]$; d'où $(BC) \perp (DI)$. $ABCD$ tétraèdre régulier, alors les faces latérales sont des triangles isocèles, d'où BCA est un triangle isocèle en A. De plus (AI) est la médiane issue du sommet A, d'où (AI) est la médiatrice du segment $[BC]$. Ainsi $(BC) \perp (AI)$. Donc $(BC) \perp (AID)$. b) **Justifions que $H \in [ID]$.** $ABCD$ étant régulier, H est le projeté orthogonal de A sur le plan (BCD) ; d'où (AH) est la hauteur du tétraèdre. Par suite H est le centre de gravité du triangle BCD. C'est-à-dire que Hest le point de rencontre des médianes ; comme (ID) est une médiane du triangle BCD, alors $H \in [ID]$. c) **Déduisons que les droites (BC) et (AH) sont orthogonales.** D'après la question 1-a) (BC) est orthogonal au plan (AID) et $(AH) \subset (AID)$. Donc (BC) est orthogonal à (AH). **2) Démontrons que les plans (AID) et (BCD) sont orthogonaux.** (AH) est orthogonal au plan (BCD) et $(AH) \subset (BCD)$, de plus, on a aussi (BC) est orthogonal à (AID). Donc (AID) et (BCD) sont orthogonaux.	**1 point** **0,5pt** **0,5pt** **1pt**	-0,5pt pour tous démarches menant à $(BC) \perp (DI)$. -0,5pt pour tous démarches menant à $(BC) \perp (AI)$ et le résultat $(BC) \perp (AID)$. -0,25pt pour la démarche -0,25pt pour le résultat -0,25pt pour la démarche -0,25pt pour le résultat **NB : Acceptez tous autres méthodes logiques** -0,5pt pour la démarche -0,5pt pour le résultat
<u>Exercice 2</u> : (03,5points)		

 **1) Caractérisons l'isométrie $t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)}$.** $t_{\overrightarrow{AB}} = S_{(BC)} \circ S_{(IJ)}$. Car $(BC) \parallel (IJ)$ et $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{AB}$. Par suite : $t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)} = S_{(BC)} \circ S_{(IJ)} \circ S_{(IJ)} = S_{(BC)}$. Donc $t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)}$ est une symétrie orthogonale d'axe (BC).	**0,5pt**	-0,25pt pour la démarche -0,25pt pour la caractérisation
2) Déduisons la nature et les éléments caractéristiques de f. $f = S_{(IC)} \circ t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)} = S_{(IC)} \circ S_{(BC)} = r(C; -\frac{\pi}{2})$. Car $(BC) et\ (IC)$ sont sécantes en C et $mes\left(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{IC}}\right) = -\frac{\pi}{4}$. Donc f est une rotation de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.	**0,75pt**	-0,25pt pour la démarche menant à la rotation $r(C; -\frac{\pi}{2})$. -0,25pt pour la nature -0,25pt pour les éléments caractéristiques
3) a) **Montrons que $B = bar\{(M;3);(C;1)\}$** On sait que $M = bar\{(B;-4);(C;1)\}$ ce qui équivaut à $-4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$, d'où : $-4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$ ce qui donne $3\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$. **Donc $B = bar\{(M;3);(C;1)\}$.**	**0,5pt**	-0,25pt pour la démarche -0,25pt pour le résultat
b) i**. Montrons que L est le barycentre des points A; M et C affectés des coefficients que l'on déterminera.** On sait que $L = bar\{(A;1);(B;2)\}$ ce qui équivaut à $\overrightarrow{LA} + 2\overrightarrow{LB} = \vec{0}$ en multipliant par 2 chaque membre de relation on obtient $2\overrightarrow{LA} + 4\overrightarrow{LB} = \vec{0}$ $(*)$. On remarque $4\overrightarrow{LB} = 3\overrightarrow{LB} + \overrightarrow{LB} = 3\overrightarrow{LM} + 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{LC} + \overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{LC}$. Car $3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$. En remplaçant dans $(*)$, $4\overrightarrow{LB}$ par $3\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{LC}$; on obtient $2\overrightarrow{LA} + 3\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{LC} = \vec{0}$. **Donc $L = bar\{(M;3);(C;1);(A;2)\}$.**	**0,5pt**	-0,25pt pour la démarche -0,25pt pour le résultat
ii. **Déduisons que L est le milieu $[KM]$.** D'après la question précédente $2\overrightarrow{LA} + 3\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{LC} = \vec{0}$ d'où $2\overrightarrow{LK} + 2\overrightarrow{KA} + 3\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{LK} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$ comme $2\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$, on obtient $3\overrightarrow{LM} + 3\overrightarrow{LK} = \vec{0}$. **Donc L est le milieu $[KM]$.**	**0,5pt**	-0,25pt pour la démarche -0,25pour le résultat
4) Déterminons l'ensemble des points N.	**0,75pt**	-0,25pt pour $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NC} = (2 + 3 + 1)\overrightarrow{NL} = 6\overrightarrow{NL}$ et $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{BA}$

$\left\lVert 2\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{NC}\right\rVert = \left\lVert \overrightarrow{NA}-\overrightarrow{NB}\right\rVert$. Puisque $L = bar\{(M;3);(C;1);(A;2)\}$ alors d'après une propriété de réduction vectorielle, on a $2\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{NC} = (2+3+1)\overrightarrow{NL} = 6\overrightarrow{NL}$ et $\overrightarrow{NA}-\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{BA}$ Ainsi $\left\lVert 2\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{NC}\right\rVert = \left\lVert \overrightarrow{NA}-\overrightarrow{NB}\right\rVert \Leftrightarrow \left\lVert 6\overrightarrow{NL}\right\rVert = \left\lVert \overrightarrow{BA}\right\rVert \Leftrightarrow 6NL = BA \Leftrightarrow NL = \frac{AB}{6}$ **Donc il s'agit du cercle de centre L et de rayon $\frac{AB}{6}$.**		-0,25pt pour $\left\lVert 6\overrightarrow{NL}\right\rVert = \left\lVert \overrightarrow{BA}\right\rVert \Leftrightarrow 6NL = BA \Leftrightarrow NL = \frac{AB}{6}$ -0,25pt pour le cercle de centre L et de rayon $\frac{AB}{6}$
<u>Exercice 3</u> : (04points) **1) a) Déterminons l'ensemble de définition de f.** $D_f = \left]-\infty;\frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$. b) **Déterminons l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes :** i) $f'(x) \leq 0$; $S_{\mathbb{R}} = \left[1;\frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2};2\right]$. ii)) $f(x) \geq 6$; $S_{\mathbb{R}} = \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$. 2 a) **Démontrons que la droite (D): $y = 2x+1$est une asymptote à (C_f).** On a : $\frac{4x^2-4x-2}{2x-3} = 2x+1+\frac{1}{2x-3}$. Ainsi $f(x)-y = \frac{1}{2x-3}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y) = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{2x-3} = 0$. **Donc la droite (D): $y = 2x+1$ est une asymptote oblique à (C_f).** b) **Démontrons que le point $\Omega\left(\frac{3}{2};4\right)$ est le centre de symétrie de à (C_f).** Soit $x \in D_f$, $3-x \in D_f$**, il reste à montrer que : $f(3-x)+f(x) = 8$.** $f(3-x) = 2(3-x)+1+\frac{1}{2(3-x)-3} = 7-2x-\frac{1}{2x-3}$ $f(3-x)+f(x) = 7-2x-\frac{1}{2x-3}+2x+1+\frac{1}{2x-3} = 8$. **Donc le point $\Omega\left(\frac{3}{2};4\right)$ est le centre de symétrie de à (C_f).** 3 a) **Construisons la courbe de la fonction g.**	**0,25pt** **0,25ptx2** **0,5pt** **0,5pt** **1pt**	**NB : $D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$ est auusi acceptetable** -0,25pt pour chaque bonne solution -0,25pt pour l'expression $f(x) = 2x+1+\frac{1}{2x-3}$. -0,25pt pour le calcul de la limite de $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y)$ et la conclusion -0,25pt pour les hypothèses -0,25pt pour les calculs -0,25pt pour la construction de l'asymptote verticale

 b) **Déterminons suivant les valeurs du paramètre m, le nombre de solutions de l'équation $g(x) = m$.** Pour $m \in]-\infty; 2[$; $g(x) = m$ admet deux solutions. Pour $m = 6$ et $m = 2$; $g(x) = m$ admet une seule solution. Pour $m \in]6; +\infty[$; $g(x) = m$ admet deux solutions.	**0,75pt**	-0,25pt pour la construction de l'asymptote oblique -0,25pt pour chaque construction de la portion de la courbe 0,25pt pour chaque bonne solution
<u>Exercice 4</u> : (04,5points) 1) a) **Démontrons $3cos^2x + sin^2x = 2$ si et seulement si $sin^2x = \frac{1}{2}$.** $3cos^2x + sin^2x = 2cos^2x + cos^2x + sin^2x = 2cos^2x + 1$. Car $cos^2x + sin^2x = 1$.	**0,5pt**	-0,25pt pour la démarche -0,25pt pour le résultat **NB Toutes autres méthodes logiques sont acceptables**

<table>
<tr><td>Ainsi, $3cos^2x + sin^2x = 2 \Leftrightarrow 2cos^2x + 1 = 2 \Leftrightarrow cos^2x = \frac{1}{2}$.
On sait que $cos^2x + sin^2x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
$3cos^2x + sin^2x = 2 \Leftrightarrow cos^2x = \frac{1}{2}$
$\Leftrightarrow \sin^2 x = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
Donc $3cos^2x + sin^2x = 2$ si et seulement si $sin^2x = \frac{1}{2}$.
b) Déterminons dans $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ les valeurs pour lesquelles $3cos^2x + sin^2x = 2$.
D'après la question 1-a) $3cos^2x + sin^2x = 2$ équivaut à $sin^2x = \frac{1}{2}$. Ce qui revient à déterminer les valeurs pour lesquelles $sin^2x = \frac{1}{2}$.
$sin^2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow sinx = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $sinx = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ ou $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$
Donc pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ $S = \left\{\frac{\pi}{4}\ ;\ -\frac{\pi}{4}\right\}$.

2) a) Montrons que $u_1 = 150cos^2x + 50sin^2x$.
$u_1 = \frac{1}{3}u_0cos^2x + 50sin^2x = \frac{1}{3}(450)cos^2x + 50sin^2x = 150cos^2x + 50sin^2x$
Donc $u_1 = 150cos^2x + 50sin^2x$

b) Déterminons dans $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ les deux valeurs de x pour lesquelles $u_1 = 100$.
$u_1 = 100$ équivaut à $150cos^2x + 50sin^2x = 100$
C'est-à-dire $3cos^2x + sin^2x = 2$; d'après la question 1b) l'ensemble solution de l'équation $u_1 = 100$ dans $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ est ; $S = \left\{\frac{\pi}{4}\ ;\ -\frac{\pi}{4}\right\}$.

3) a) Démontrons que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
$v_{n+1} = u_{n+1} - 30 = \frac{1}{3}u_ncos^2\frac{\pi}{4} + 50sin^2\frac{\pi}{4} - 30 = \frac{1}{6}u_n - 5 = \frac{1}{6}(u_n - 30)$.</td>
<td>0,5pt

0,5pt

0,5pt

0,75pt</td>
<td>-0,25pt pour la démarche
-0,25pt pour l'ensemble solution

-0,25pt pour $u_1 = \frac{1}{3}u_0cos^2x + 50sin^2x$
-0,25pt pour le résultat

-0,25pt pour la démarche
-0,25pt pour l'ensemble solution

-0,25pt pour la démarche
-0,25pt pour la valeur de la raison
-0,25pt pour la valeur du premier terme</td></tr>
</table>

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{6}$ et de premier terme $v_0 = 420$. b) **Exprimons v_n et u_n en fonction de n** $v_n = 420\left(\frac{1}{6}\right)^n$ et $u_n = 420\left(\frac{1}{6}\right)^n + 30$. **4) a) Calculons la quantité de carburant dans le réservoir après le premier jour de fonctionnement.** $Q = 450 - \frac{5}{6}450 = \frac{1}{6}450 = 75\ L$. **A la fin du premier jour de fonctionnement la quantité de carburant dans le réservoir est de $75\ L$.** **b) Déterminons la quantité de carburant dans le réservoir, à la fin du 5ème jour de fonctionnement.** Désignons par (u_n) la suite représentant la quantité de carburant dans le réservoir au début du démarrage de fonctionnement de la machine le $(n+1)ième$ jour. On obtient la relation de récurrence suivante : $u_{n+1} = \frac{1}{6}u_n + 25$. D'après la question 3-b) le terme général de la suite est $u_n = 420\left(\frac{1}{6}\right)^n + 30$. On a $u_5 = 30{,}054\ L$. **Donc la quantité de carburant dans le réservoir à la fin du 5ème jour de fonctionnement est de $30{,}054\ L - 25 = 5{,}054\ L$.** c) Cette machine ne pourra pas tomber en panne sèche. La quantité minimale de carburant à la fin d'un jour de fonctionnement est les un sixième de la quantité précédente.	**0,5pt** **0,25pt** **0,5pt** **0,5pt**	-0,25pt pour l'expression de $v_n = 420\left(\frac{1}{6}\right)^n$ -0,25pt pour l'expression de $u_n = 420\left(\frac{1}{6}\right)^n + 30$ -0,25pt pour l'expression $u_n = 420\left(\frac{1}{6}\right)^n + 30$ -0,25pt pour la quantité du carburant dans le réservoir à la fin du 5ème jour de fonctionnement

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES /05 POINTS

<u>Références et solutions</u>	<u>Critères</u>	<u>Indications et Barèmes</u>

1) Déterminons la température qui convient pour un litre de chacun des produite ✓ **Choix des inconnues** Soient $x; y\ et\ z$ désignant respectivement la température d'un litre qui convient dans une enceinte adiabatique pour le vernis, le diluant et la peinture ✓ **Mise en équations** D'après le premier point du premier paragraphe on a : $x + y + z = -2$ D'après le deuxième point du deuxième paragraphe on a : $4x + 2y + z = 6$ D'après le deuxième point du deuxième paragraphe on a : $4x + 3y + 2z = 0$ Donc $x; y\ et\ z$ vérifient le système : $\begin{cases} x + y + z = -2\ (E_1) \\ 4x + 2y + z = 6\ (E_2) \\ 4x + 3y + 2z = 0\ (E_3) \end{cases}$ ✓ **Résolution du système** Fixons (E_1) comme pivot En faisant $4 \times (E_1) - (E_2)$ on a : $2y + 3z = -14\ (E_2')$ En faisant $4 \times (E_1) - (E_3)$ on a : $y + 2z = -8\ (E_3')$ Eliminons y par combinaison de (E_2') et (E_3') ; $-2 \times (E_3') + (E_2')$ on a : $z = -2$ On a ainsi le système triangulaire $\begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2y + 3z = -14\ (E_2') \\ z = -2 \end{cases}$ En remplaçant la valeur de z dans (E_2') on a : $2y - 6 = -14 \Leftrightarrow y = -4$ En remplaçant la valeur de y et z dans (E_1) on a : $x - 4 - 2 = -2 \Leftrightarrow x = 4$ **Conclusion : il faut $4°\ c$ pour un litre de vernis ; $-4°\ c$ pour un litre de diluant et $-2°\ c$ pour un litre de peinture**	**C1 : Interprétation Correcte de la situation** **C2 : Utilisation correcte des outils** **C3 : Cohérence**	-0,25pt pour le choix des inconnues -0,25pt pour le système d'équations -0,5 pt pour l'enchainement menant aux valeurs de $x; y\ et\ z$ -0,25pt pour $4°\ c$ pour un litre de vernis ; $-4°\ c$ pour un litre de diluant et $-2°\ c$ pour un litre de peinture -0,25pt pour le respect des unités
2) Déterminons l'intérêt qu'il faut dans la première banque après un an. ✓ Trouvons le nouveau capital en fonction de t à la fin de la première année	**C1 : Interprétation Correcte de la situation**	-0,25pt pour le nouveau capital en fonction de t à la fin de la première année -0,25pt pour les intérêts en fonction de t à la fin de la deuxième année

$C_1 = 240\,000\left(1+\frac{t}{100}\right) = 240\,000 + 2400t$ ✓ Trouvons les intérêts en fonction de t à la fin de la deuxième année $t = (240\,000 + 2400t)\left(\frac{t+4}{100}\right) = 24t^2 + 2496t + 9600$ ✓ Mise en équation Sachant que les intérêt produit sont des 36 960 $FCFA$ Ainsi on a : $24t^2 + 2496t + 9600 = 36\,960 \Leftrightarrow 24t^2 + 2\,496t - 27\,360 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 104t - 1140 = 0$ ✓ Résolution de l'équation $t^2 + 104t - 1140 = 0$ $\Delta = 10\,816 + 4560 = 15\,376 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 124$ $t_1 = \frac{-104-124}{2} = -114$ et $t_2 = \frac{-104+124}{2} = 10$ Le taux d'intérêt est donc de 10% **Conclusion : l'intérêt qu'il faut dans la première banque après un an est de :** $\mathbf{240\,000 \times \frac{10}{100} = 24\,000 FCFA}$	**C2 : Utilisation correcte des outils**	-0,25pt pour la mise en équation -0,25pt pour la résolution
	C3 : Cohérence	-0,25pt pour la valeur de t -0,25pt pour la valeur de l'intérêt et le respect des unités
3) Déterminons la première part placée dans la deuxième banque. ✓ Choix d'inconnues Soient x la première part placée et t% le taux d'intérêt appliquée à cette part. ✓ Mise en équations ✓ Trouvons les intérêts de la première part après un an $xt = 105\,000\ (E_1)$ ✓ Trouvons les intérêts de la seconde part après un an $(80\,000 - x)(1+t) = 225\,000\ (E_2)$	**C1 : Interprétation Correcte de la situation**	-0,25pt pour le choix des inconnues -0,25pt pour la mise en équations
	C2 : Utilisation correcte des outils	-0,25pt pour le bon enchainement menant à l'équation $-x^2 - 250\,000x + 8\,400\,000\,000 = 0$ -0,25pt pour la résolution de l'équation

✓ Résolution $(E_1) \Leftrightarrow t = \dfrac{105000}{x}$ $(E_2) \Leftrightarrow (80\,000 - x)\left(1 + \dfrac{105000}{x}\right) = 225\,000 \Leftrightarrow -x^2 - 250\,000x + 8\,400\,000\,000 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 250\,000x - 8\,400\,000\,000 = 0$ $\Delta = 9{,}61 \times 10^{10} \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 310\,000$ $x_1 = \frac{-250\,000-310\,00}{2} = -280\,000$ et $x_2 = \frac{-250\,000+310\,00}{2} = 30\,000$ Donc $x = 30\,000$ **Conclusion : la première part placée est de 30 00FCFA**	**C3 : Cohérence**	-0,25pt pour le choix de la valeur de x -0,25pt pour le respect des unités
NB : Le point réservé à la présentation porte sur l'ensemble de toute la copie du candidat	**0,5pt**	-0,25pt pour la lisibilité -0,25pt pour l'absence de taches