

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCE (15pts)

EXERCICE 1 (3,5pts)

II) On considère les polynômes P et Q définie par $P(x) = 9x^2 + 40x + 50$ et $Q(x) = a(x + 1)^2 + b(x + 2)^2 + c(x + 3)^2$ où a, b et c sont des réels.

1. Développer, réduire et ordonner Q(x) suivant les puissances décroissantes de x [0,5 pt]
2. Montrer que si P(x)=Q(x) alors a, b et c vérifient le système suivant :
$$\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a + 2b + 3c = 20 \\ a + 4b + 9c = 50 \end{cases}$$
 [0,5 pt]
3. Déterminer alors les valeurs des réels a, b et c [1,5 pt]

EXERCICE 2 (5,5pts)

- 1- On pose $A(\theta) = \cos^4(\theta) + \sin^4(\theta)$ et $\forall \theta \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ $B(\theta) = \frac{\sin(5\theta)}{\sin(\theta)} - \frac{\cos(5\theta)}{\cos(\theta)}$
 - a- Montrer que $A(\theta) = \cos(2\theta)$ et que $B(\theta) = 4\cos(2\theta)$ 1pt
 - b- Résoudre l'équation $B(\theta) - 3A(\theta) + \sin(2\theta) = \sqrt{3}$ dans $]-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}[$ 1pt
- 2- Démontrer que $\tan(2a) = \frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$ 0,5pt
 - a- En remarquant que $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$, Calculer $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 0,5pt
 - b- Résoudre l'équation (S): $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ \frac{x}{y} = \sqrt{2} - 1 \end{cases}$ 1pt
 - c- Déduire que $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ et que $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ 0,5pt
- 3- Résoudre dans \mathbb{R} L'équation (ψ): $\sqrt{2-\sqrt{2}}\cos(x) + \sqrt{2+\sqrt{2}}\sin(x) = \sqrt{2}$ 1pt

4- EXERCICE 3 (4pts)

Soit l'équation (E_{22}): $4x^2 + 2(\sqrt{2} - 5)x - 5\sqrt{2} = 0$

- 1- Montrer que E_{22} admet deux solutions distinctes 0,5pt
- 2- Montrer que $\frac{5}{2}$ est solution de (E) puis déduire sans résoudre l'équation l'autre solution 0,5pt
- 3- On considère sur $]-\pi; \pi]$ l'équation (E_{22}): $2\cos(4x) + 2(\sqrt{2} - 5)\cos(2x) + 2 - 5\sqrt{2} = 0$
 - a- En posant $X = \cos(2x)$, montrer que (E_{22} et E_{11}) sont équivalentes. 1pt
 - b- Résoudre (E), puis placer ses solutions sur le cercle trigonométrique 1,5pt

EXERCICE 4 (3.pts)

ABC est un triangle tel que $AB = 10$ cm, $BC = 8$ cm et $AC = 12$ cm. G est le point tel que $\overrightarrow{AG} - 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

1. Montrer que G est le barycentre des points pondérés (A, 1), (B, 2) et (C, 1). (0,25 pt)
2. Faire une figure et construire le point G. (0,5 pt)
3. Soit (C) l'ensemble des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$.

- a. Démontrer que $B \in (C)$. (0,5 pt)
b. Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ est indépendant du point M . (0,5 pt)
c. Déterminer et construire l'ensemble (C) . (0,75 pt)

ÉVALUATIONS DES COMPETENCES [4pts]

Après sa mort, la famille MAXWELL-KADAFI se réunit pour savoir la dépense nécessaire qu'il faut pour l'aménagement d'une espace pour la culture des oignons et d'un espace pour une piscine dans leurs terrain d'héritages.

L'espace a aménager une forme de polygone dont les sommets sont des images des solutions de l'équation $\cos(6x) = 1$ dans $]-\pi; \pi]$ Sur le cercle trigonométrique, 1 unite est égale a 5met le cout des travaux s'élève a 10 000FCA le m^2 .

L'espace réservé pour la piscine constitué de l'intérieur de l'ensemble des points dont les extrémités M vérifiant la relation $26 \leq \|\overrightarrow{MA}\|^2 + \|\overrightarrow{MB}\|^2 \leq 68$ avec $AB=6m$. Le coût des travaux sera de 23 000FCFA le m^2 .

Deux voitures **A** et **B** démarrent en même temps **A** quitte de Maroua pour Ngong et **B** quitte de Ngong à Maroua Sachant que la distance Maroua - Ngong est de 300km. **A** roule a une vitesse de 70Km/h et **B** roule à une vitesse de 80Km/h.

TÂCHE : Quelles est le budget total d'aménagement de la piscine ? 2pts

TÂCHE 2 : Quelles est le budget total d'aménagement d'espace pour la culture des oignons ? 1,25pt

Tâche 3 : Quand et Où se croisent les deux voitures ? 1,25pt

Présentation : 0,5pt

« C'est ne pas le plus fort de l'espèce qui survit, ni le plus intelligent, mais le plus apte au changement » travaillez, travaillez, travaillez encore et travaillez pour vous-même