LE GROUPE SCHOOLEXAMS.FR

CENTRE NATIONAL D'ORIENTATION , D'ACCOMPAGNEMENT ET DE PREPARATION AUX DIFFERENTS EXAMENS OFFICIELS

AUTORISATION N° 64/21 MINESEC/SG/DESG/SDSGEPESG/SSGEPESG DU 26/07/2021

FACEBOOK : Schoolexams.fr

WHATSAPP : +237 654581081

ADDRESS EMAIL : Schoolexams@gmail.com

GROUPE DE REPETITION SCHOOLEAMS.FR / TEL : +237 654581081						
Département	*FICHE TD*	*Classes*	MATHEMATIQUE EN TERMINALES	*Coef*	*Durée*	*année scolaire*
MATHEMATIQUES	*MATHS*	Tle D & C		*04/07*	*08h*	*2023-2024*
« L'idéal n'est pas de tout faire, mais de bien faire ce que l'on connait »						

TRAVAUX DIRIGES N°1 : CHAPITRE 1 MATHÉMATIQUE TERMINALE C & D SUR LES NOMBRES COMPLEXES

EXERCICE 1

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

a) $z^2 + (-1 - i)z + 2 - i = 0$
b) $z^2 - (1 + 3i)z - 6 + 9i = 0$
c) $z^2 + (-1 + 3i)z - 4 = 0$
d) $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$
e) $z^2 - (4 + 3i)z + 1 + 5i = 0$
f) $z^2 - (-1 + i)z + 2(1 - i) = 0$
g) $(1 - i)z^2 - 2(3 - 2i)z + 9 - 7i = 0$
h) $z^2 + (-1 + 4i)z - 5 + 5i = 0$
i) $z^2 - 3z + 3 + i = 0$
j) $z^2 - (3 + 3i)z + 5i = 0$
k) $z^2 - (2 + mi)z + 2 + mi - m = 0$ Où $m \in \mathbb{C}$
l) $z^2 + (3 + i)z + 2 + 3i = 0$
m) $-z^2 + 5z - 7 = 0$
n) $z^2 + (8 + 4i)z + 3i + 8 = 0$
o) $iz^2 - iz + 1 + i = 0$
p) $z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i = 0$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes : (On commencera par déterminer la solution z_0 indiqué)

a) $z^3 - 7z^2 + (19 + 5i)z - 18 - 30i = 0$, z_0 est imaginaire pure.
b) $z^3 - (5 + i)z^2 + (10 + 6i)z - 8 - 16i = 0$, z_0 est imaginaire pure.
c) $z^3 - (3 + 3i\sqrt{3})z^2 - (6 - 6i\sqrt{3})z + 8 + 24i = 0$, $z_0 \in \mathbb{R}$
d) $z^3 + (1 + i)z^2 + (4 - i)z - 6i + 12 = 0$, $z_0 \in \mathbb{R}$
e) $z^3 - (4 + i)z^2 + (7 + i)z - 4 = 0$, $z_0 \in \mathbb{R}$

3) Soit le polynôme P à variable complexe z défini par :

$P(z) = z^4 + (4-3i)z^2 + (7-9i)z - 18 - 6i$

a) **montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réel α que l'on déterminera**

b) **montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure $z_1 = \beta i$ où β est un nombre réel que l'on déterminera**

c) **Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$**

EXERCICE 2

1. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 - 7z^2 + (13 + 16i)z + 9 - 12i = 0$.

a) **Démontrer que (E) admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on précisera.**

b) **Résoudre l'équation (E).**

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J), on considère les points A, B et C d'affixes respectives : i ; $1 + 2i$ et $6 - 3i$.

a) **Placer les points A, B et C puis démontrer que ABC est un triangle rectangle.**

b) **Démontrer que l'affixe du point D, image de B par la translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe 4 est : $5 + 2i$.**

c) **Démontrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle (C) dont-on précisera le centre et le rayon.**

EXERCICE 3

Le plan complexe est muni du repère$(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère la similitude S qui au point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' tel que $z' = x' + iy'$ tel que $x' = ax - by - 1$ et $y' = bx + ay + 2$ où a et b sont des paramètre réels.

1) **Exprimer z' en fonction de z**
2) **Déterminer le couple $(a; b)$ pour que S soit une translation. Préciser alors l'affixe de son vecteur.**
3) **Déterminer le couple $(a; b)$ pour que S soit une homothétie de rapport 2 dont on précisera l'affixe de son centre.**
4) **On considère l'ensemble E des point $M(a; b)$ tel que S soit une rotation et F l' l'ensemble E des point $M(a; b)$ tel que S soit une similitude plane directe de rapport 2.**

   a) **Montrer que le point $A(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$ appartient à E et que $B(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ appartient à F.**

   b) **Déterminer les ensembles E et F.**

EXERCICE 4

Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct (O, I, J) unité graphique : 2 cm.

1. On considère l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $z^3 - 2(1 + i)z + 8(1 + i) = 0$.

Vérifier que $\forall z \in \mathbb{C}$, : $z^3 - 2(1 + i)z + 8(1 + i) = (z + 2)[z^2 - 2(1 + i)z + 8(1 + i)]$.

2.a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-8 - 6i$.

b) **Résoudre dans l'équation (E_1) : $z \in \mathbb{C}$, $z^2 - 2(1 + i)z + 8(1 + i) = 0$.**

c) **En déduire les solutions de (E).**

3. Soient A, B et C les points d'affixes respectives -2 ; $4i$ et $2 - 2i$.

a) **Faire une figure.**

b) **Soit K le milieu du segment [BC]. On considère la similitude directe S de centre A qui transforme B en K.**

4. Déterminer et construire l'image (C') du cercle (C) de diamètre [AB] par la similitude de S.

i **Déterminer l'écriture complexe de S.**

ii Déterminer l'angle et le rapport de S.

EXERCICE 5

Soit P le polynôme défini par : $P(z) = z^3 - (1 - i)z^2 + (7 - 10i)z + 9 + 7i$

1) a) Démontrer que P(z) admet une racine imaginaire pure que l'on notera β.

b- résoudre l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $z^3 - (1 - i)z^2 + (7 - 10i)z + 9 + 7i = 0$.

2) On considère le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On donne A (- i) ; B (2 + 3i) et C (- 1 – 3i)

a) **Placer les points A, B et C dans le plan complexe.**

b) **Calculer $z = \dfrac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ et en déduire que les points A, B et C sont alignés.**

2) **Déterminer et construire l'ensemble (Δ) des points M du plan d'affixe z tel que :** $z - z_A| = |z - z_B|$

EXERCICE 6

I/ On considère le polynôme p défini par : $P(z) = z^3 - (3 + i) z^2 + 8z - 12 + 4i$.

1) **Calculer P (-2i) et P (2)**

2) **a) Ecrire p(z) sous forme de produits de facteurs du premier degré.**

b- résoudre dans l'équation P(z) = 0.

II/ Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points A, B et C d'affixes respectives : 2 ; 1 + 3i et -2i.

1. Placer les points A, B et C dans le plan complexe. (Unité graphique : 2 cm)

2.

a) Construire le point E symétrique du point B par rapport à J.

b) Prouver par le calcul que $z_E = -1 - i$

3. Démontrer que :

a) **Le triangle JAB est rectangle isocèle en J.**

b) **Les points A, J, E, C appartiennent à un cercle (Γ) dont on précisera l'affixe du centre K et le rayon.**

4) Construire (Γ).