



TD DU LUNDI 28-02-2022

MATHEMATIQUES

TD

DUREE 2H30

EXERCICE 1 :

I. On considère le polynôme complexe P de degré 3 défini par :

$$P(z) = z^3 - (2 + 2i)z^2 + 2(1 + 2i)z - 4i.$$

1. Montrer que $P(2i) = 0$.

2.a. Déterminer les nombres complexes a et b tels que :

$$P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b).$$

b. Résoudre l'équation $P(z) = 0$.

3. Soient $z_A = 1 + i$ et $z_M = x + iy$ avec x et y des nombres réels.

Soit (C) l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tels que : $|z_M - z_A| = 4$.

a. Montrer que le point $B(-3, 1)$ appartient à (C) .

b. Déterminer, puis représenter l'ensemble (C) .

II. Dans le plan complexe, on donne les points $A(2; -5)$, $B(2; 3)$ et $C(8; -1)$.

1. Donner la forme algébrique de $\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}$.

2. En déduire la nature exacte du triangle ABC .

3. Donner la forme complexe de la rotation r de centre C qui transforme B en A .

4. Soit $(C_2) : x^2 + y^2 = 9$. Déterminer l'image de (C_2) par la rotation r .

EXERCICE 2 :

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher parmi lesquelles 2 blanches, 3 bleues et 3 rouges. On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne.

1. Calculer la probabilité pour que les 2 boules tirées soient de même couleur.

2. On appelle X la variable aléatoire qui à ce tirage associe le nombre de boules rouges tirées.

a. Montrer que la loi de probabilité de X est :

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$	10/28	15/28	3/28

b. Calculer l'espérance mathématique de X .

c. Calculer la variance de X .

d. Calculer l'écart-type de X .

EXERCICE 3 :

Anne et Solange sont deux amies qui se rendent dans un supermarché pour acheter uniquement des oranges, ananas et avocats. Anne achète une orange à 200 FCFA, un ananas à 350 FCFA, un avocat à 600 FCFA et paie la somme de 23250 FCFA.

Solange achète une orange à 300 FCFA, un ananas à 500 FCFA, un avocat à 800 FCFA et paie la somme de 32500 FCFA. Elles achètent en tout 60 fruits.

1. On désigne respectivement par x, y et z le nombre d'oranges, d'ananas et d'avocats achetés par les deux amies.

a. Justifier que les nombres x, y et z vérifient le système (S) ci-dessous :

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ 2x + 3,5y + 6z = 232,5 \\ 3x + 5y + 8z = 325 \end{cases}$$

b. Résoudre le système (S).

2. En déduire le nombre d'oranges, le nombre d'ananas et le nombre d'avocats achetés par les deux amies.



TD DU LUNDI 28-02-2022

MATHEMATIQUES

TD

DUREE 2H30

EXERCICE 4

I- On considère la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x + \ln x$.

(a) Déterminer le sens de variation de la fonction f sur $]0; +\infty[$

(b) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α tel que $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 2$

II- On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{4x - \ln x}{5}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) .

(a) Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

(b) Étudier les branches infinies à (C_f)

(c) Étudier le sens de variation de la fonction g sur $]0; +\infty[$.

(d) En déduire que pour tout $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$; $\frac{2}{5} \leq g'(x) \leq \frac{3}{5}$ et que $|g'(x)| \leq \frac{3}{5}$ dans cet intervalle.

(e) Construire (C_f)

(f) Démontrer qu'un nombre réel $x > 0$ est solution de l'équation $f(x) = 0 \Leftrightarrow g(x) = x$.

III- On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et pour tout entier naturel n , par $u_{n+1} = g(u_n)$.

(a) En utilisant le sens de variation de la fonction g , démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $\frac{1}{2} \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$.

(b) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \alpha| \leq |u_n - \alpha|$.

(c) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{5}\right)^n$ et en déduire que la suite (u_n) converge vers α .

(d) Déterminer une valeur approchée de α à 5×10^{-4} près