REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
LYCEE CLASSIQUE D'EDEA

Année scolaire : 2022-2023
Classe : T^{le} D$_1$
Durée : 4h Coefficient : 4
Prof : T. N. AWONO MESSI

Samedi, 21 Janvier 2023

EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°1 DU 2ème TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (13,25 points)

EXERCICE 1 : (3,5 points)

On considère la suite de nombres complexes (z_n) définie par $z_0 = \sqrt{3} - i$ et pour tout entier naturel n : $z_{n+1} = (1+i)z_n$.

A) Pour tout entier naturel n, on pose : $U_n = |z_n|$.

1. Démontre que (U_n) est une suite géométrique ; précise le premier terme et la raison. **1pt**
2. Exprime U_n en fonction de n. **0,5pt**
3. Calcule $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$. **0,5pt**

B) **1.** Détermine la forme algébrique de z_1. **0,5pt**

2. Détermine la forme exponentielle de z_1. **0,5pt**
3. Déduis des questions précédentes la valeur exacte de $\cos\dfrac{\pi}{12}$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3,25 points)

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^3 + (-1+5i)z^2 - 4 + 28i = 0$.

1. **(a)** Montre que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 à préciser. **0,75pt**
   (b) Détermine alors deux nombres complexes b et c tels que l'équation (E) soit équivalente à l'équation $(E_0) : (z - z_0)(z^2 + bz + c) = 0$. **0,5pt**
2. **(a)** Calcule $(3-i)^2$ et donne le résultat sous forme algébrique. **0,5pt**
   (b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (-1+7i)z - 14 - 2i = 0$. **0,75pt**
3. Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 1 + 3i, z_B = -2 + 4i$ et $z_C = 2i$.
   (a) Donne la forme algébrique de $\dfrac{z_C - z_A}{z_C - z_B}$. **0,5pt**
   (b) Déduis-en la nature exacte du triangle ABC. **0,25pt**

EXERCICE 3 : (3,25 points)

Un car loué par un Lycée pour sa colonie de vacance doit effectuer un trajet de $1500km$. Lorsque ce car roule à la vitesse moyenne x, exprimée en km/h, la dérivée de sa consommation $C(x)$, exprimée en litres pour $100km$, selon les études d'un expert sur ce type de véhicule, est donnée par la relation : $C'(x) = -\dfrac{300}{x^2} + \dfrac{1}{3}$. Une information complémentaire fournie par le chauffeur au moment de la location du car est qu'il consomme 25 litres aux $100km$ pour une vitesse moyenne de $60km/h$. Le salaire horaire du chauffeur est de 900 FCFA et le litre de gasoil coûte 600 FCFA .

1. Détermine la formule donnant la consommation en litres pour $100km$. **0,75pt**

2. Montre que le coût total du voyage est $P(x)=\dfrac{4050000}{x}+3000x.$ **1pt**

3. **(a)** Détermine la vitesse moyenne à laquelle le chauffeur doit rouler pour minimiser le coût total du voyage. **1pt**

   (b) Quel est alors le coût de l'organisation de cette colonie ? **0,5pt**

EXERCICE 4 : (3,25 points)

Soit la suite (U_n) définie par $U_0=2$ et par la relation de récurrence $U_{n+1}=\dfrac{1}{U_n}+\dfrac{U_n}{2}.$

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I=]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{x}{2}.$

1. Etudie les variations de f sur I. **0,75pt**
2. Démontre par récurrence que pour tout entier naturel n, $U_n\geq\sqrt{2}.$ **0,5pt**
3. **(a)** Exprime la différence $U_{n+1}-U_n$ à l'aide de U_n. **0,5pt**

   (b) Déduis-en le sens de variation de la suite (U_n). Justifie clairement la réponse. **0,5pt**
4. **(a)** Justifie que la suite (U_n) est convergente. **0,5pt**

   (b) Si la suite (U_n) admet une limite l, alors calcule l. **0,5pt**

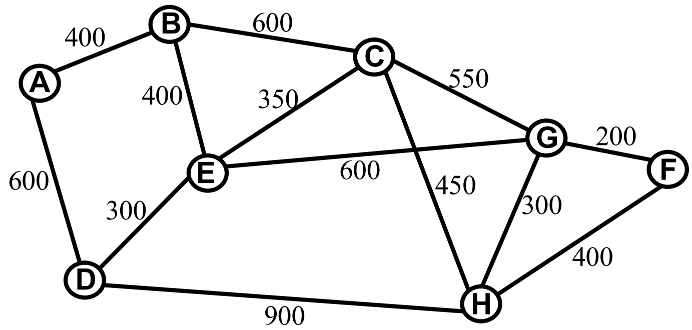
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (6,75 points)

<u>SITUATION</u> :

Le tableau suivant donne le nombre d'exploitations agricoles d'une région d'un pays selon leur superficie en hectares.

Superficie x_i	2	2	3	4	5	6	7	7,6
Nombre d'exploitations y_i	14	26	31	29	44	40	54	50

Lors d'une campagne électorale, un homme politique de ce pays doit effectuer une tournée dans les villes A,B,C,D,E,F,G et H, en utilisant le réseau autoroutier dont le graphe pondéré est donné ci-contre.



Des contraintes d'organisation obligent cet homme politique à se rendre dans la ville F après la ville A. Les longueurs en km de chaque tronçon d'autoroute ont été données dans le graphe.

<u>Tâches</u> :

1. Détermine le nombre d'exploitations agricoles pour une superficie de 9 hectares. **2,25pts**
2. Détermine, en utilisant **l'algorithme de DIJKSTRA** la longueur du trajet autoroutier le plus court pour aller de A à F. **2,25pts**
3. Détermine, en utilisant le **théorème d'EULER** un trajet empruntant une fois et une seule chaque tronçon de l'autoroute. **2,25pts**