**REPUBLIQUE DU CAMEROUN**
**MINESEC / DRLT / DDSM**
**LYCEE CLASSIQUE D'EDEA**

**Année scolaire : 2022-2023**
**Classe : 1ère C**
**Durée : 3h Coefficient : 6**
**Prof : T. N. AWONO MESSI**

**Samedi, 21 Janvier 2023**

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°1 DU 2ème TRIMESTRE

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

### EXERCICE 1 : (4,25 points)

**A)** $f$ et $g$ sont les fonctions définies par $f\left(x\right)=\dfrac{x+3}{x+1}$ et $g\left(x\right)=\dfrac{x}{x+2}$. On pose $h=g\circ f$.

1. Détermine l'ensemble de définition de $h$ et calcule explicitement $h\left(x\right)$. **1pt**
2. Soit $\mathscr{H}$ l'hyperbole d'équation $y=\dfrac{2}{x}$. $\mathscr{C}$ désigne la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.
   - **(a)** Construis la courbe $\mathscr{H}$. **0,5pt**
   - **(b)** Montre que pour tout $x\neq -1, f\left(x\right)=\dfrac{2}{x+1}+1$. **0,25pt**
   - **(c)** Comment peux-tu déduire la courbe $\mathscr{C}$ de la courbe $\mathscr{H}$ ? Construis alors $\mathscr{C}$. **1pt**

**B)** Soit $E=\left\{\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^3 / x-y+2z=0\right\}$. On pose $\overrightarrow{e_1}\left(1,1,0\right)$ et $\overrightarrow{e_2}\left(0,2,1\right)$.

1. Montre que $E$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. **0,75pt**
2. Montre que $\left(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right)$ est un système libre et générateur de $\mathbb{R}^3$. **0,5pt**
3. Quelle est la dimension de $E$ ? **0,25pt**

### EXERCICE 2 : (3,5 points)

1. On considère l'équation $\left(E\right):\left|\cos x\right|=\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.
   - **(a)** Exprime $\cos 2x$ en fonction de $\cos x$ et déduis-en que $\left(E\right)\Leftrightarrow \cos 2x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **0,75pt**
   - **(b)** Résous dans $\left]-\pi;\pi\right]$ l'équation $\left(E\right)$. **0,75pt**
   - **(c)** Place les points images des solutions de $\left(E\right)$ sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**
2. **(a)** Détermine les réels $r$ et $\varphi$ pour que pour tout réel $x$, on ait :
   $3\cos x-\sqrt{3}\sin x=r\cos\left(x+\varphi\right)$. **0,5pt**
   - **(b)** Déduis-en dans $\left[0;2\pi\right[$ la résolution de l'équation $3\cos x-\sqrt{3}\sin x+\sqrt{6}=0$. **1pt**

### EXERCICE 3 : (3,5 points)

On considère la fonction $f$ définie par $f\left(x\right)=\dfrac{x^2}{1-x}$.

On note $C_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Détermine le domaine de définition $D_f$ de $f$ et calcule les limites aux bornes de $D_f$. **1,25pt**

3. **(a)** Détermine les réels $a,b$ et $c$ tels que pour tout $x\neq 1, f\left(x\right)=ax+b+\dfrac{c}{1-x}$. **0,5pt**
   - **(b)** Montre que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y=-x-1$ est asymptote à $C_f$. **0,5pt**
   - **(c)** Etudie la position relative de $C_f$ par rapport à $\mathscr{D}$. **0,5pt**
   - **(d)** Montre que le point $I\left(1;-2\right)$ est centre de symétrie de $C_f$. **0,75pt**

**EXERCICE 4 : (3,75 points)**

**I)** On donne deux points $A$ et $B$ du plan tels que $AB = 5cm$. Soit $I$ le milieu de $[AB]$. On note $G$ le barycentre du système $\{(A,1);(B,2)\}$ et $H$ celui du système $\{(A,2);(B,1)\}$.

1. Construis les points $G$ et $H$. **0,5pt**
2. Démontre que $G$ et $H$ sont symétriques par rapport à $I$. **0,5pt**
3. Soit $(\Sigma)$ l'ensemble des points $M$ du plan tels que $\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right)\cdot\left(2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)=\dfrac{299}{4}$.
   - **(a)** Détermine deux réels $x$ et $y$ tels que pour tout point $M$ du plan, on ait : $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=x\overrightarrow{MG}$ et $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=y\overrightarrow{MH}$. **0,5pt**
   - **(b)** Montre que pour tout point $M$ du plan, on a : $\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{MH}=MI^2-\dfrac{25}{36}$. **0,75pt**
   - **(c)** Déduis des questions précédentes la nature de $(\Sigma)$. Construis $(\Sigma)$. **0,75pt**

**II) M. BELL** a interrogé $n$ élèves d'une classe de **1ère C** par rapport à la ponctualité et l'assiduité. Il en ressort que $n-17$ élèves sont assidus, $\dfrac{n}{3}-1$ sont ponctuels, $8$ sont assidus et ponctuels et $11$ ne sont ni assidus, ni ponctuels. Détermine l'effectif total de cette classe. **0,75pt**

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**

**<u>SITUATION</u> :**

**M. NANGA** a été employé dans une entreprise. Après plusieurs années de travail, l'entreprise connaît des difficultés et décide de réduire l'effectif de son personnel. **M. NANGA** est ainsi licencié et bénéficie de ses droits d'un montant de $4.000.000$ **FCFA**. Il ouvre un compte dans une coopérative qui applique un taux d'intérêt de $x\%$ à la fin de chaque trimestre. Il y place la totalité de ses droits en attendant réfléchir sur un projet qui lui sera rentable. Après $6$ mois, il consulte son compte et relève un montant de $4.161.600$ **FCFA**.

**M. NANGA** achète avec l'argent retiré à la coopérative un terrain rectangulaire d'aire $529m^2$ et de périmètre minimal dont il ignore les dimensions.

Sur une partie de son terrain, **M. NANGA** voudrait faire l'élevage et souhaite protéger son bétail par une clôture. Cette clôture est constituée d'après un technicien des points $M$ du plan tels que : $MA^2+MB^2=234$ où $A$ et $B$ sont deux points du terrain de **M. NANGA** distants de $18m$. Cette clôture comportera $3$ rangées de fils barbelé vendu à $1600$ **FCFA** le mètre.

**<u>Tâches</u> :**

1. Détermine le taux d'intérêt appliqué dans la coopérative après un trimestre. **1,5pt**
2. Détermine les dimensions du terrain de **M. NANGA**. **1,5pt**
3. Détermine le montant minimal que **M. NANGA** doit prévoir pour la construction de l'enclos afin de protéger son bétail ? **1,5pt**

*Prendre* $\pi = 3,15$

**Présentation générale: 0,5pt**