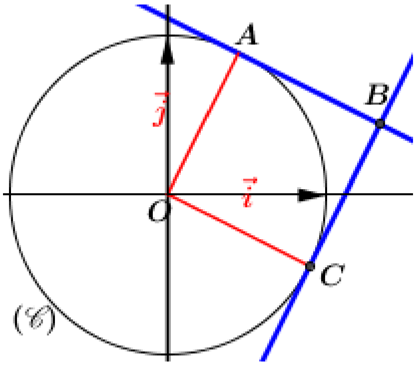
COLLÈGE François-Xavier VOGT **B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28** **e-mail : collegevogt@yahoo.fr**		**Année scolaire 2022-2023** **Du 21-11-2022**
EVALUATION FORMATIVE 3		**Classe :** PC^*
EPREUVE DE MATHEMATIQUES		**Durée : 2H**

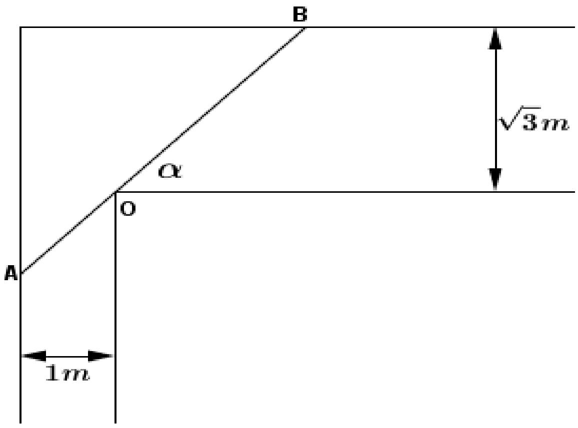
EXERCICE 1 : (07,00 POINTS)



Sur la figure ci-dessous, $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$ est un repère orthonormé direct, $(\mathcal{C})$ est le cercle trigonométrique de centre O, tel que $mes\left(\vec{\imath};\ \overrightarrow{OA}\right) = \frac{\pi}{3}$ et $mes\left(\vec{\imath};\ \overrightarrow{OC}\right) = -\frac{\pi}{6}$. Les tangentes à en A et en B se coupent en B.

1. Démontrer que :
   a) Le quadrilatère $OABC$ est un carré. 0,5pt
   b) B est un point du cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2}$. 0,5pt
   c) Justifier que $mes\left(\vec{\imath};\ \overrightarrow{OB}\right) = \frac{\pi}{12}$. 0,5pt
2. Calculer les coordonnées de A et de C. 1pt
3. Déduisez-en celles de B. 0,5pt
4. Justifier que B a pour coordonnées $x_B = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12}$ et $x_B = \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}$. 1pt
5. Déduire les valeurs exactes du cosinus et du sinus de $\frac{\pi}{12}$. 1pt
6. Résoudre dans $]-\pi, \pi[$ $\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)sin\ 2x - \left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)cos\ 2x = -2\sqrt{3}$. 2pts

EXERCICE 2 : (04,50 POINTS)



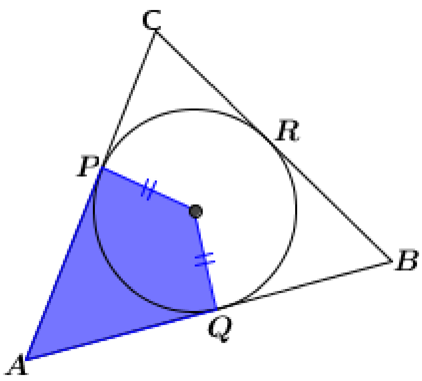
Une piste de largeur un mètre tourne à angle droit et sa largeur s'agrandit en ayant pour nouvelle valeur $\sqrt{3}$ mètres. Sur la figure, une droite passant par O fait avec l'une des extrémités de la piste un angle α et coupe deux autres extrémités en A et B.

1. Exprimer en fonction de α les longueurs OA et OB. 1pt
2. Déterminer deux réels a et b tels que :
   $\sqrt{3}\cos x + \sin x = a\cos(x-b)$. 1pt
3. Montrer que $AB = \frac{4\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin 2\alpha}$. 1pt
4. Déterminer les valeurs de α pour lesquelles $AB = 4$. 1,5pt

EXERCICE 3 : (08,50 POINTS)

A- Soit x un nombre réel tel que $cos\ x \neq 0$

1. Démontrer que $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ et que $(1-\sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{2}$. 1,5pt
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2$ - $(\sqrt{2}+1)x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ 1pt
3. Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'équation (E)
   $\frac{2}{1+\tan^2 x} - (\sqrt{2}+1)\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$. 1pt
4. Placer les points images A, B, C et D solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. 1pt
5. Calculer l'aire du quadrilatère ABCD. 1pt



B- Sur la figure ci-contre. Le cercle $(\mathcal{C})$ est inscrit au triangle ABC et tangent au point P, Q et R, tel que $AB = 16\ cm,\ AC = 14\ cm$ et $BC = 16\ cm$. Montrer que l'aire de la partie hachurée est $27{,}713\ cm^2$. 3pts