REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
COLLEGE POLYVALENT GEORGES SCHWAB

Année scolaire : 2022-2023
Classe : T^{le} D
Durée : 4h Coefficient : 4
Prof : T. N. AWONO MESSI

EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°2 DU 1er TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,5 points)

Le tableau ci-dessous donne la charge maximale y_i (en tonnes) qu'une grue peut lever pour une longueur x_i (en mètres) de la flèche. On donnera les résultats à 10^{-2} près.

Longueur x_i	$16,5$	18	$19,8$	22	25	27	29	35	39	$41,7$
Charge y_i	10	9	8	7	$5,5$	5	$4,5$	4	$3,5$	$3,2$

1. Représente le nuage de points $M\left(x_i;y_i\right)$ dans un repère orthogonal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ d'unités $1cm$ pour $2m$ en abscisses et $1cm$ pour une tonne en ordonnées. **1,5pt**
2. Détermine les coordonnées du point moyen G du nuage. **0,5pt**
3. **(a)** Détermine une équation de la droite $\mathscr{D}$ d'ajustement affine de y en x par la méthode de **MAYER**. Trace la droite $\mathscr{D}$ sur le graphique de la question 1. **1pt**

   (b) Utilise cette équation pour déterminer la charge maximale que peut lever une grue avec une flèche de 26 mètres. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

Pour chacun des items ci-dessous, trois réponses a, b et c sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte. Ecris le numéro de l'item suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

1. Les racines carrées de $-3-4i$ sont :

   a) $-1-2i$ et $1+2i$; b) $-\sqrt{3}-2i$ et $\sqrt{3}+2i$; c) $1-2i$ et $-1+2i$. **1pt**
2. Dans $\mathbb{C}$, l'équation $\left(2-i\right)z^2-4iz-2-i=0$ a pour ensemble de solutions :

   a) $\left\{-\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i;2i\right\}$; b) $\left\{-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i;i\right\}$; c) $\left\{-\frac{6}{5}+\frac{8}{5}i;-2i\right\}$ **1pt**
3. Soit la fonction f définie par $f\left(x\right)=\sqrt{x^2-2x+3}$. Dans un repère orthonormé, la courbe représentative de f a, au voisinage de $-\infty$ une asymptote d'équation :

   a) $y=-x+1$; b) $y=x-1$; c) $y=-x$ **1pt**

EXERCICE 3 : (3,5 points)

On considère la suite $\left(U_n\right)$ définie par $U_0=3$ et $U_{n+1}=4-\frac{4}{U_n}$. On pose $V_n=\frac{1}{U_n-2}$.

1. **(a)** Montre par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N},U_n>2$. **0,75pt**

   (b) Montre que $U_{n+1}-U_n=-\frac{\left(U_n-2\right)^2}{U_n}$. Déduis-en la monotonie de la suite $\left(U_n\right)$. **0,75pt**

   (c) Déduis-en que la suite $\left(U_n\right)$ est convergente. **0,5pt**

2. Montre que (V_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$. Exprime V_n en fonction de n. **0,75pt**

3. Montre que $U_n = \frac{2}{2+n} + 2$, puis calcule $\lim_{n \to +\infty} U_n$. **0,75pt**

EXERCICE 4 : (5 points)

On considère la fonction f, de courbe représentative C_f, définie par : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$.

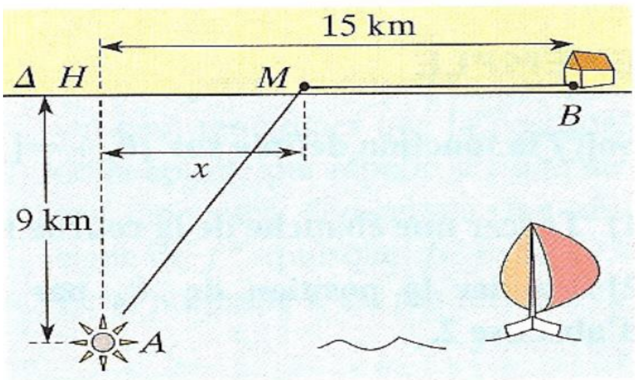
1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.
   (a) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variations. **1pt**
   (b) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution réelle α. **0,5pt**
   (c) Donne un encadrement d'amplitude 10^{-3} de α. **0,5pt**
   (d) Donne le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **0,5pt**
2. **(a)** Détermine les limites de f aux bornes de son domaine de définition. **1pt**
   (b) Montre que, pour tout réel $x \in D_f$, $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$. **0,5pt**
   (c) Dresse le tableau de variations de f. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

M. BELL habite la localité d'Edéa en bordure du fleuve Sanaga. Il a une vieille pirogue à moteur qui lui permet de se déplacer sur la Sanaga pour creuser du sable.

Pour des raisons obscures, **M. BELL** (point A) doit rejoindre le plus rapidement la maison côtière (point B). Il se déplace sur la pirogue à la vitesse de $4km/h$ puis à pied à la vitesse de $5km/h$. La côte est rectiligne et la dérive due au courant de l'eau est nulle.
Les dimensions utiles sont sur le dessin (voir figure).



Pour stocker son sable, **M. BELL** dispose d'un domaine ayant la forme d'un rectangle acquis à 2500**FCFA** le m^2 dont la longueur L et la largeur l sont telles que $L = |b - c|$ et $l = \frac{aL}{5}$, a entier naturel avec a, b et c les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $(E) : z^3 - (4+4i)z^2 - (7-14i)z + 30 - 6i = 0$. Le plan complexe étant rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique $10m$.

M. BELL extrait entre 0 et 50 brouettes de sable par jour. Le coût total de l'extraction journalière, exprimé en milliers de **FCFA** , est $C(x) = 0,04x^2 - 2x + 4$ où $x \in [0;50]$. Chaque brouette de sable extraite est vendue à 1200 **FCFA**.

Tâches :

1. Où doit accoster **M. BELL** pour que le temps de parcours soit minimal ? **1,5pt**
2. A combien **M. BELL** avait-il acquis son domaine pour le stockage du sable ? **1,5pt**
3. Détermine le nombre de brouettes de sable à extraire et à vendre par jour pour que le bénéfice de **M. BELL** soit maximal ? Quel est ce bénéfice maximal ? **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt