

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°2 DU 1^{er} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

- A) 1. Vérifie que $(\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3}$. 0,25pt
2. Résous dans \mathbb{R} l'équation $2t^2 + (1+\sqrt{3})t + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$. 0,75pt
3. Déduis-en dans $[0; 2\pi[$ les solutions de $(E): 2\cos^2 x + (1+\sqrt{3})\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$. 1pt
4. Représente sur un cercle trigonométrique les points images des solutions de (E) . 0,5pt
- B) Pour tout réel x , on pose $A(x) = 1 + 2\cos x \sin x - 2\cos^2 x$.
1. Ecris $A(x)$ sous la forme $A(x) = a\cos 2x + b\sin 2x$ où a et b sont des réels à déterminer. 0,5pt
2. Montre que pour tout réel x , on a : $A(x) = -\sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$. 0,5pt
3. Résous dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ l'équation $A(x) = 1$. 0,75pt
4. Déduis-en dans $]-\pi; \pi]$ l'ensemble des solutions de $(I): \cos x \sin x \geq \cos^2 x$. 0,75pt

EXERCICE 2 : (3,5 points)

A) ABC est un triangle. Les points I et J sont repérés sur la figure ci-contre, dont les graduations sont régulières.

1. Ecris I comme barycentre de A et B , puis J comme barycentre de B et C .

1pt

2. On note $G = \text{bar}\{(A;1), (B;2), (C;3)\}$.

(a) Montre que G est le milieu de $[IC]$.

0,5pt

(b) Démontre que les points A, G et J sont alignés.

0,5pt

B) $ABCD$ est un rectangle de centre O .

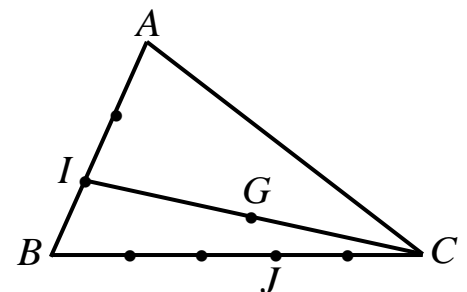
1. Montre que pour tout point M du plan, $\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} + \vec{MD} = -2\vec{AB}$.

0,5pt

2. Détermine et construis l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que :

$$\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} + \vec{MD}\|$$

1pt



EXERCICE 3 : (3,5 points)

Le plan est muni d'un repère d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Détermine les équations des tangentes au cercle (Γ) d'équation $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ issues du point $P(3; -4)$. (on fera une figure claire). 2pts

2. On considère la droite (Δ) d'équation $x - 2y + 4 = 0$ et le point $A(1;0)$.

(a) Vérifie que le cercle \mathcal{C} de centre A et tangent à la droite (Δ) a pour équation :

$$x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0.$$

1pt

(b) Ecris une représentation paramétrique de \mathcal{C} .

0,5pt

EXERCICE 4 : (3 points)

Dans une classe de première d'un Lycée, sont étudiées les langues suivantes : anglais, allemand et espagnol. Chaque élève étudie au moins une de ces langues : 5 étudient les trois langues, 6 l'anglais et l'allemand, 8 l'anglais et l'espagnol, 9 l'allemand et l'espagnol, 20 étudient uniquement l'anglais. 15 au total étudient l'allemand, 18 au total étudient l'espagnol.

1. Détermine l'effectif de cette classe.

1pt

2. Parmi les élèves qui étudient uniquement l'anglais, 6 sont des filles. On choisit au hasard et simultanément 3 de ces 20 élèves pour représenter la classe à un match des incollables.

(a) Détermine le nombre de choix possibles.

0,5pt

(b) Détermine le nombre de choix ne contenant que les élèves de même sexe.

0,5pt

3. A la fin d'une assemblée générale de ce Lycée, tous les professeurs se sont salués et il y a eu au total 190 poignées de mains. Combien y a-t-il de professeurs dans ce Lycée ?

1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

L'unité de longueur est le mètre.

M. MBARGA a une salle de spectacle qu'il souhaite décorer le plafond avec du bois d'ébène qui coûte 5.000 FCFA le mètre carré. Il a divisé ce plafond en trois zones Z_1 , Z_2 et Z_3 .

La zone Z_1 est représentée dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) par l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 7$ où $E(1; -3)$ et $F(1; 3)$.

La zone Z_2 est délimitée par les points images sur le cercle trigonométrique des solutions sur $]-\pi; \pi]$ de l'équation $\cos 4x - 5 \cos 2x = -3$.

La zone Z_3 est représentée par l'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MA}{MB} = 2$ où A et B sont deux points du plafond distants de $3m$.

Le menuisier décorateur **ATEBA** voudrait lui communiquer le coût du bois par zone, hors mis sa main d'œuvre. On prendra $\pi = 3,14$ et $\sqrt{3} \simeq 1,73$.

Tâches :

1. Détermine le coût du bois de la zone Z_1 .

1,5pt

2. Détermine le coût du bois de la zone Z_2 .

1,5pt

3. Détermine le coût du bois de la zone Z_3 .

1,5pt

Présentation générale :

0,5pt