COLLEGE PRIVE MONGO BETI B.P 972 TEL22 22 46 19 YAOUNDE					
ANNEE SCOLAIRE	SEQUENCE	EPREUVE	CLASSE	DUREE	COEFFICIENT
2021/2022	6	MATHEMATIQUES	PC	3H	6
Nom du professeur: M. KAMTO					

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 : (3 points)

On considère un carré ABCD de sens direct, de centre O tel que $AB = 2cm$. Soit G le barycentre des points $(A\,,3); (B\,,2); (C\,,3)\ et\ (D\,,7)$.

1.a) Montrer que G appartient à la droite (BD). **0,5pt**

b) Montrer que $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DO}$. **0,5pt**

c) Construire le point G. **0,25pt**

2. On se propose de déterminer et construire l'ensemble (H) des points M du plan tels que $3AM^2 + 2BM^2 + 3CM^2 + 2DM^2 = 40$.

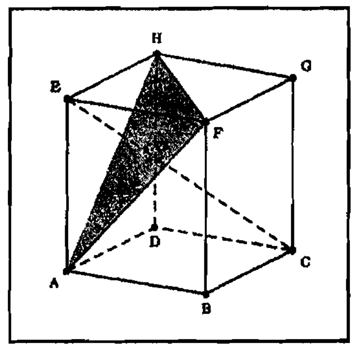
a) Montrer que : $3AM^2 + 3CM^2 = 6\,OM^2 + 12\ et\ 2BM^2 + 2DM^2 = 4\,OM^2 + 8$. **1pt**

b) Montrer que $M \in (H) \Leftrightarrow OM = \sqrt{2}$. **0,5pt**

c) Montrer que $A \in (H)$ et en déduire la nature exacte de (H). **0,5pt**

d) Construire(H). **0,25pt**

Exercice 2 : (3 points)



Soit le cube $ABCDEFGH$ représenté par la figure ci-contre .
L'espace est orienté par le repère orthonormal direct $(D, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$ et on note $(\mathcal{P})$ le plan (AFH).

1) Déterminer les coordonnées des points E et F. **0,5 pt**

2) Démontrer que la droite (EC) est orthogonale au plan$(\mathcal{P})$. **0,5 pt**

3) Démontrer qu'une équation cartésienne du plan $(\mathcal{P})$ est : $x - y + z - 1 = 0$. **0,5 pt**

4) Soit I le projeté orthogonal de E sur le plan $(\mathcal{P})$.
Déterminer les coordonnées du point I et en déduire la distance de E à $(\mathcal{P})$. **0,75 pt**

5) (S) est l'ensemble des points M de l'espace dont les coordonnées (x, y, z) vérifie l'équation: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 2 = 0$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $(S) \cap (\mathcal{P})$. **0,75 pt**

Exercice 3 : (7 points)

I) Soit k un entier naturel différent de 0 et 1.Une urne contient k boules blanches et trois boules noires toutes indiscernables au toucher. On tire successivement et avec remise deux boules de l'urne. Le principe du jeu est le suivant : On perd 50F par boule noire tirée et on gagne 100F par boule blanche tirée.

1) Déterminer l'ensemble Ω des gains algébriques possibles obtenus à l'issue d' un tirage. **0,5pt**

2) Dans cette question, on suppose que $k = 7$

a) Quel est le nombre de tirages possibles ? **0,5pt**

b) Quel est le nombre de tirages donnant un gain de 50F ? **0,5pt**

c) Quel est le nombre de tirages donnant un gain positif ? **0,5pt**

3) Déterminer k pour que le nombre de tirages donnant un gain positif soit égal à 91. **0,5pt**

4) On suppose que l'on tire simultanément k boules dans l'urne. Déterminer k pour que le nombre de tirages possibles soit 364. **0,5pt**

I/ On considère les suites (U_n) et (v_n) définies par $\begin{cases} U_0 = 500\,000 \\ U_{n+1} = 1{,}02U_n + 1000 \end{cases}$ et $v_n = U_n - a \quad \forall n \in \mathbb{N}$

où a est un nombre réel.

1) Déterminer a pour que la suite (v_n) soit géométrique. Préciser sa raison et son premier terme. 1pt

On suppose dans la suite que $a = -50\,000$.

2) Exprimer v_n et U_n en fonction de n.. 0,5pt

3) On pose $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots v_n$ et $S_n = U_0 + U_1 + \cdots U_n$. Exprimer T_n et S_n en fonction de n. 1pt

II/ Au 1er janvier 2010, une ville compte 500 000 habitants. Chaque année la population augmente de 20% et 1000 personnes viennent s'établir dans cette ville. On désigne par W_n la population de cette ville au 1er janvier 2010 + n. On pose $W_0 = 500\,000$.

1) Déterminer la population de cette ville au 1er janvier 2011 et au 1er janvier 2012. 0,5pt

2) Exprimer W_{n+1} en fonction de W_n. 0,5pt

3) Quelle sera la population de cette ville en 2030 ? 0,5pt

4) Chaque année 20% de la population est scolarisée et chaque élève coûte 150 000 par an à la ville. Quelle sera la dépense totale effectuée par la ville en matière d'éducation du 1er janvier 2010 au 1er janvier 2035. 1pt

<u>Exercice 3</u> : (5 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2-2x+3}{x}$ et (C_f) sa représentation graphique dans le repère orthonormé (O,I,J)

1) Déterminer l'ensemble de définition de f et calculer les limites aux bornes de cet ensemble **1pt**

2) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation **1pt**

3) Montrer que $f(x) = x - 2 + \frac{3}{x}$, puis en déduire que la droite (D)d'équation $y = x - 2$ est asymptote a(C_f)**0,5pt**

4) Etudier les positions relatives de (D) et (C_f) **0,5pt**

5) Construire (D) et (C_f) **0,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Une entreprise lance un recrutement des hôtesses mesurant au moins 177cm et 40 postulants dont le tableau suivant donne la répartition en classe d'amplitude 5.

Classe	[155 ;160[	[160 ;165[	[165 ;170[	[170 ;175[	[175 ;180[	[180 ;185[
effectif	3	8	10	10	7	2

Dans cette entreprise, paul est un développeur de programme intégrant des applications linéaires bijectives définies par $f(x) = \begin{cases} f_\alpha(\vec{\imath}) = (\cos\alpha)\vec{\imath} + \vec{\jmath} \\ f_\alpha(\vec{\jmath}) = \vec{\imath} + (\cos\alpha)\vec{\jmath} \end{cases}$ où α est un paramètre réel et $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$ est une base du plan vectoriel. Pour embellir son voisinage, la directrice de l'entreprise souhaite aménager leur entrée en plaçant du gazon sur un espace définie par l'ensemble des points M tels que : $3AM^2 + 2BM^2 + 3CM^2 + 2DM^2 = 40$. avec ABCD un carré de centre O et de coté 2cm.

TACHES

1) Donner une estimation du nombre d'hôtesse remplissant le critère taille. 1,5pt
2) Quelles sont les différentes valeurs de α que l'ingénieur doit éviter d'utiliser dans la conception des programmes ? 1,5pt
3) Quelle est l'aire de la surface à embellir ? 1,5pt

BONNE CHANCE