MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DÉLÉGATION RÉGIONALE DE L'OUEST

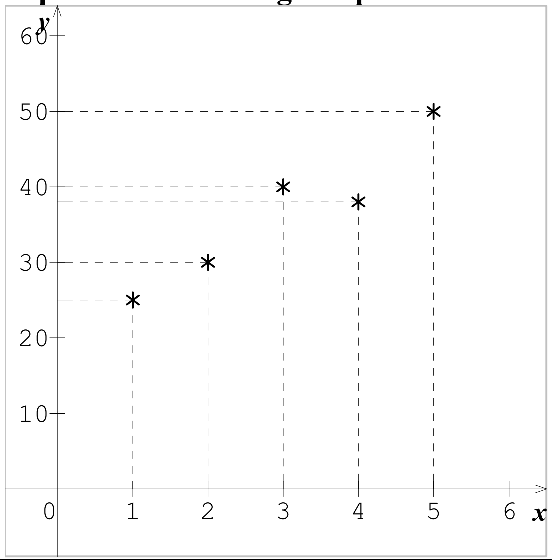
RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail - Patrie

CORRIGE HARMONISE RÉGIONAL DE MATHÉMATIQUES

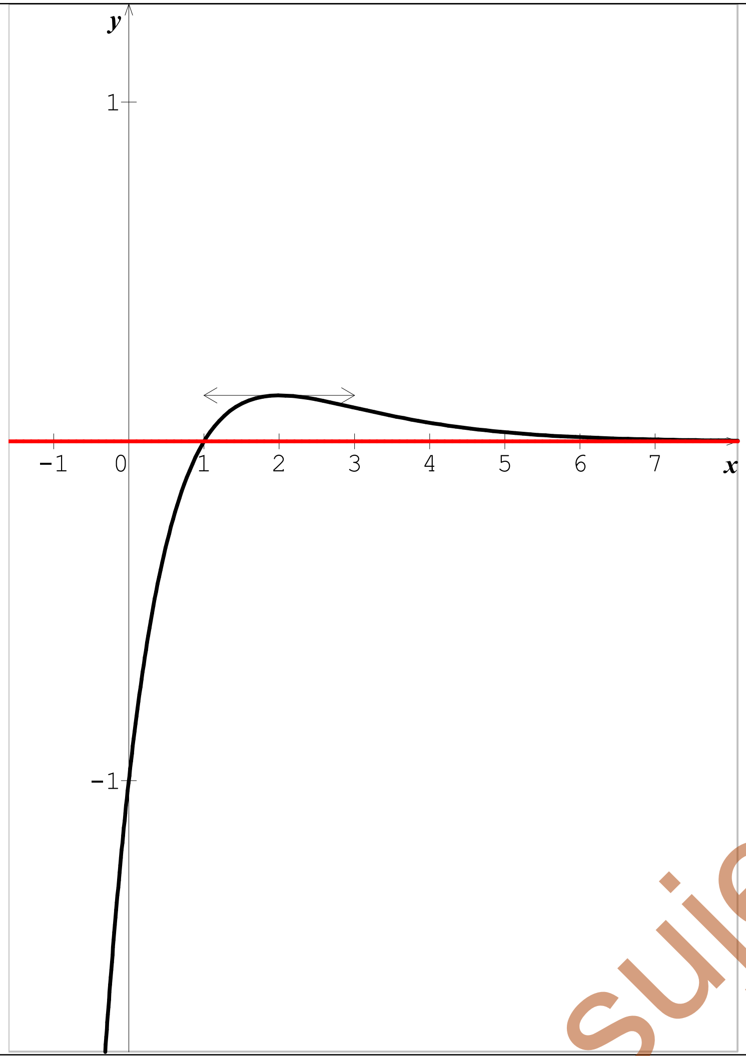
Examen : Baccalauréat Zéro
Matière : Mathématiques
Série ; D

Session : 2022
Durée : 4H
Coef : 04

RÉFÉRENCES ET SOLUTIONS	BARÈME	COMMENTAIRES
EXERCICE 1 : 1- **Donnons la forme algébrique de Z** : $Z = \frac{z+i}{z-i} = \frac{x+iy+i}{x+iy-i} = \frac{\boldsymbol{x^2+y^2-1}}{\boldsymbol{x^2+(y-1)^2}} + \boldsymbol{i}\frac{\boldsymbol{2x}}{\boldsymbol{x^2+(y-1)^2}}$	0,75pt	**0,5pt pour la partie réelle et 0,25pt pour la partie imaginaire**
2- Déterminons l'ensemble des points M pour que Z soit imaginaire Z imaginaire $\Longleftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-1=0 \\ (x;y) \neq (0;1) \end{cases}$ donc l'ensemble des points M est le cercle de centre O et de rayon 1, privé du point J	0,75pt	**NB attribuez juste 0,5pt au candidat qui donne le cercle entier**
3- . **a- Calculons $(\boldsymbol{1-i})^2$** $(1-i)^2 = -2i$	0,25pt	
b- Résolvons dans ℂ l'équation (E) :$\boldsymbol{iz^2+(1+i)z+1=0}$ $\Delta = -2i = (1-i)^2$ *les solutions sont* $z_1 = i,\ z_2 = -1$ *et l'ensemble solution est* $S = \{i\ ;\ -1\}$	0,75pt	**0,25pt pour le discriminant** **0,25pt pour chaque solution**
4- . **a- Déterminons l'expression complexe de S** On a $S: z' = az$ *avec* $a = \frac{z_B}{z_A} = \frac{-3}{4i} = \frac{3}{4}i$ donc $\boldsymbol{S: z' = \frac{3}{4}iz}$	0,5pt	**0,25pt pour la valeur de a** **0,25pt pour l'écriture complexe**
b- **Déduisons-en son rapport et son angle** : $\left\|\frac{3}{4}i\right\| = \frac{3}{4}$ *et* $\arg\left(\frac{3}{4}i\right) = \frac{\pi}{2}$ donc le rapport est $\frac{3}{4}$ et l'angle $\frac{\pi}{2}$	0,5pt	**0,25pt pour le rapport** **0,25pt pour l'argument**
5- On donne $u = 1+i$ *et* $v = \sqrt{3}+i$ **a- Donnons les formes trigonométriques de u et v** $u = 1+i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ $v = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$	0,5pt	**0,25pt pour chaque forme trigonométrique**
b- Donnons la forme trigonométrique et la forme algébrique de $\boldsymbol{w = \frac{u}{v}}$	0,5pt	**0,25pt pour chaque forme**

RÉFÉRENCES ET SOLUTIONS	BARÈME	COMMENTAIRES
. forme trigonométrique : $w=\frac{u}{v}=\frac{\sqrt{2}\,(cos\frac{\pi}{4}+isin\frac{\pi}{4})}{2\,(cos\frac{\pi}{6}+isin\frac{\pi}{6})}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)+isin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)\right]=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(cos\frac{\pi}{12}+isin\frac{\pi}{12}\right)$. forme algébrique : $w=\frac{u}{v}=\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}=\frac{\sqrt{3}+1}{4}+i\frac{\sqrt{3}-1}{4}$		
c- Déduisons-en les valeurs exactes de $cos\frac{\pi}{12}$ et de $sin\frac{\pi}{12}$ En exploitant les deux écritures de W on a : $cos\frac{\pi}{12}=\frac{\frac{\sqrt{3}+1}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ $\qquad$ $sin\frac{\pi}{12}=\frac{\frac{\sqrt{3}-1}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	**0,5pt**	**0,25pt pour chaque valeur exacte**
EXERCICE 2 : **1. Représentons le nuage de points**  	**1,25pts**	**0,25pt pour chaque point bien placé**
2. Coordonnées des points G_1 et G_2 $G_1\left(\frac{1+2+3}{3}\ ;\ \frac{25+30+40}{3}\right)\Longrightarrow G_1\left(2\ ;\ \frac{95}{3}\right)$ $G_2\left(\frac{4+5}{2}\ ;\ \frac{38+50}{2}\right)\Longrightarrow G_2(4{,}5\ ;44)$	**0,5pt**	**0,25pt pour les coordonnées de chaque point**
3. Une équation de la droite d'ajustement de Mayer	**0,75pt**	**0,25pt pour chacune des valeurs de a et b**

RÉFÉRENCES ET SOLUTIONS	BARÈME	COMMENTAIRES
Il s'agit de la droite (G_1G_2) : $y = ax + b$ avec $a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ et $b = y_2 - ax_2$ $a = \frac{\frac{95}{3} - 44}{2 - 4{,}5} = \frac{74}{15}$ et $a = 44 - \frac{74}{15} \times 4{,}5 = 21{,}8$ d'où $(\boldsymbol{G_1G_2})$: $\boldsymbol{y = \frac{74}{15}x + 21,8}$		**0,25pt pour l'équation**
4. Expression de sa production à sa 6ème année $\boldsymbol{y = \frac{74}{15} \times 6 + 21,8 = 51,4\ kg}$	**0,5pt**	
Exercice 3 : On donne $g(x) = (x-1)e^{-x}$ **1. Calculons $\boldsymbol{g'(x)}$ et précisons le sens de variations** $\forall x \epsilon \mathbb{R},\ g'(x) = e^{-x} - (x-1)e^{-x} = -\boldsymbol{(x-2)e^{-x}}$ $g'(x)$ est du signe de $-(x-2)$ x : $-\infty$; 2 ; $+\infty$ — $-x+2$: + ; 0 ; − $g\ est\ strictement\ croissante\ sur\ ]-\infty; 2]\ et\ strictement\ décroiss$ $\infty[$	**1,25pt**	**0,5pt pour la dérivée** **0,25pt pour l'étude du signe de –x+2** **0,25pt pour le sens de variation sur chaque intervalle**
2. . a- **Calcul des limites** : $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0$	**0,5pt**	**0,25pt par limite**
b- Déduisons une équation de l' asymptote horizontale $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0$ On en déduit que la droite d'équation $y = 0$ est asymptote horizontale à la courbe de $g\ en +\infty$	**0,25pt**	
3. **Tableau de variations** : x : $-\infty$; 2 ; $+\infty$ $g'(x)$: + ; 0 ; − $g(x)$: $-\infty$ ↗ e^{-2} ↘ 0	**0,75pt**	**0,25pt par ligne du tableau**
4. Traçons la courbe de $\boldsymbol{g}$ et son asymptote	**0,5pt**	**0,25pt pour l'asymptote** **0,25pt pour l'allure de la courbe de g**

RÉFÉRENCES ET SOLUTIONS	BARÈME	COMMENTAIRES
		
5. **Montrons que g réalise une bijection de $[2; +\infty[$ $\boldsymbol{vers\ K, intervalle}$ à $\boldsymbol{dterminer.}$** La fonction g est continue et strictement décroissante sur $[2; +\infty[$ donc réalise une bijection de $[2; +\infty[\ vers\ ]0; e^{-2}]$	0,75pt	**0,5pt pour la justification de la bijection** **0,25pt pour l'intervalle K**
Exercice 4 : I. On considère la suite (U_n) définie par $U_n = \left(\frac{1+n}{e}\right)^n$ **1. Montrons que pour tout $\boldsymbol{n \in \mathbb{N}, U_n > 0}$**	0,25pt	

RÉFÉRENCES ET SOLUTIONS	BARÈME	COMMENTAIRES
Pour tout entier naturel n on a $\frac{2+n}{e} > 0$, donc $(\frac{1+n}{e})^n > 0$ ie $u_n > 0$		
2. . **a- Montrons que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \left(\frac{2+n}{1+n}\right)^n \times \left(\frac{2+n}{e}\right)$** Soit $n \in \mathbb{N}$, $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{\left(\frac{2+n}{e}\right)^{n+1}}{\left(\frac{1+n}{e}\right)^n} = \frac{\left(\frac{2+n}{e}\right)^n \times \left(\frac{2+n}{e}\right)}{\left(\frac{1+n}{e}\right)^n} = \left(\frac{\frac{2+n}{e}}{\frac{1+n}{e}}\right)^n \times \left(\frac{2+n}{e}\right) = \left(\frac{2+n}{1+n}\right)^n \times \left(\frac{2+n}{e}\right)$ d'où le résultat	**0,5pt**	*Apprécier d'autres démarches*
b- Montrons que pour tout $n \geq 1$, $\frac{U_{n+1}}{U_n} > 1$ En effet, $\frac{2+n}{1+n} > 1$ et $\frac{2+n}{e} > 1$ pour tout entier naturel n différent de 0 Donc $(\frac{2+n}{1+n})^n \times (\frac{2+n}{e}) > 1 \times 1$ C'est-à-dire $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$.	**0,5pt**	*Apprécier d'autres démarches*
c- Déduisons que (U_n) est croissante En effet, d'après 2.b) $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ ce qui implique $u_{n+1} > u_n$ car $u_n > 0$ Donc (u_n) est croissante	**0,5pt**	
3. Calculons la limite de cette suite $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1+n}{e}\right)^n = \lim\limits_{n\to+\infty} e^{n\ln\left(\frac{1+n}{e}\right)} = +\infty$	**0,25pt**	
II. **Supposons g croissante sur E et $U_n \in E$ Montrons que donc $u_{n+1} - u_n$ et $g(u_{n+1}) - g(u_n)$ sont de même signe.** Tous les termes de la suite appartiennent à l'intervalle E sur lequel g est croissante ; g étant croissante, pour tout couple (x ,x') de E on a $\frac{g(x)-g(x')}{x-x'} \geq 0$ ainsi pour tout entier naturel n, on a $\frac{g(u_{n+1})-g(u_n)}{u_{n+1}-u_n} \geq 0$ donc $u_{n+1} - u_n$ et $g(u_{n+1}) - g(u_n)$ sont de même signe.	**1pt**	
PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES **<u>Tâche 1</u> : calcul de la probabilité de chacune des équipes des poules P1 et P3 de passer au second tour** Pour les équipes de P1 :	**1,5pt** — **C1 Interprétation correcte de la situation**	**0,25pt pour l'utilisation de la somme des probabilités** **0,25pt pour l'utilisation de la notion de l'équiprobabilité**

RÉFÉRENCES ET SOLUTIONS	BARÈME		COMMENTAIRES
$\boldsymbol{P(E_1) = 0,5}$ Or $P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + P(E_4) = 1$ $avec$ $P(E_2) = P(E_3) = P(E_4)$ D'où $\boldsymbol{P(E_2) = P(E_3) = P(E_4) = \frac{\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{6}}$ Pour les équipes de P3 $P(E_9) + P(E_{10}) + P(E_{11}) + P(E_{12}) = 1$ $\quad or P(E_9) = P(E_{10}) = P(E_{11}) = P(E_{12})$ Donc $P(E_9) = P(E_{10}) = P(E_{11}) = P(E_{12}) = \frac{1}{4}$		**C2 Utilisation correcte des outils**	**0,25pt pour la valeur $\frac{1}{6}$** **0,25pt pour la valeur $\frac{1}{4}$**
		C3 cohérence	**0,5pt pour le bon enchainement**
<u>Tâche 2</u> : calcul du nombre de poignées de mains effectuées pendant le 1[er] tour pour traduire le fair-play (nous allons supposer que chaque équipe débute le match ayant un effectif de 11 joueurs) Nombre de poignés de mains par match : $11 \times 11 = 121$ Nombre de matches du 1[er] tour : $6 \times C_4^2 = 36$ Nombre total de poignées de mains $\mathbf{121} \times \mathbf{36} =$ $\boldsymbol{4356\ poignées\ de\ mains}$	**1,5pt**	**C1 Interprétation correcte de la situation**	**0,25pt pour l'évocation du calcul du nombre de poignées de mains par match** **0,25pt pour l'évocation du calcul du nombre de matches au 1[er] tour**
		C2 Utilisation correcte des outils	**0,25pt pour la valeur 121** **0,25pt pour la valeur 36**
		C3 cohérence	**0,25pt pour la valeur 4356** **0,25pt pour l'unité « poignées »**
<u>Tâche 3</u> : calcul de la moyenne de buts marqués au 2[nd] tour : Soit y le nombre de buts au 2[nd] tour et x le nombre de buts pendant les autres tours On a le système suivant : $\begin{cases} x + y = 156 \\ x - 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 117\ et\ y = 39$ Au deuxième tour, on a comptabilisé $2 \times 6 + 4 =$ $16\ équipes\ qualifiées,\ soit\ 8\ matches\ au\ second\ tour$ Ainsi, $M = \frac{39}{8} \approx 4{,}875\ buts\ en\ moyenne\ par\ match$	**1,5pt**	**C1 Interprétation correcte de la situation**	**0,25pt pour l'évocation du calcul du nombre de but au second tour** **0,25pt pour l'évocation du nombre de matches au second tour**
		C2 Utilisation correcte des outils	**0,25pt pour les valeurs 39** **0,25pt pour la valeur 8**
		C3 cohérence	**0,25pt pour la valeur 4,875** **0,25pt pour l'unité « buts »**
Présentation : 0,5pt			