



GENIUS ACADEMY

ORIENTATION – FORMATION – REUSSITE

SOUTIEN BACCALAURÉAT

CLASSE : TERMINALE D

DUREE : 3H

EVALUATION MATHÉMATIQUES

I- Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1

On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$.

- Calculer $P(i\sqrt{3})$ et $P(-i\sqrt{3})$ puis montrer qu'il existe un polynôme Q du second degré à coefficients réels, que l'on déterminera, tel que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, on ait $P(z) = (z^2 + 3)Q(z)$.
- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.
- Placer dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B, C, D d'affixes respectives $z_A = i\sqrt{3}$, $z_B = -i\sqrt{3}$, $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ et $z_D = \overline{z_C}$, puis montrer que ces quatre points appartiennent à un même cercle.
- On note E le symétrique de D par rapport à O . Montrer que $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ puis déterminer la nature du triangle BEC .

Exercice 2

Partie A

Le portail vers les grandes écoles

Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = x^2(x+2)$.

- Etudier les variations de g sur $[0; +\infty[$.
- Démontrer que l'équation $g(x) = 4$ admet, sur $[0; +\infty[$, une unique solution α dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} .
- En déduire la résolution de l'inéquation $g(x) > 4$ sur $[0; +\infty[$.



GENIUS ACADEMY - le portail vers les grandes écoles

Contacts : ☎ 652 996 552 ☎ 691 437 707

📘 Genius Academy 📧 contactgacademy@gmail.com

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{P}\setminus\{0\}$ par $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+2}}{x} + x$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité 1 cm).

1. Etudier la parité de f .
2. Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, en déduire $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Peut-on en déduire une ou plusieurs droites asymptotes à la courbe (C_f) ?

3. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C_f) en $+\infty$, en déduire l'équation d'une droite asymptote à (C_f) en $-\infty$.

4. a. Démontrer que f est dérivable sur les intervalles $]-\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$ puis que $f'(x) = \frac{\sqrt{g(x^2)} - 2}{x^2 \sqrt{x^2 + 2}}$.

b. Déduire de la partie A que $f'(x) > 0$ sur $]\sqrt{\alpha}; +\infty[$.

c. En déduire les variations de f sur $]0; +\infty[$ puis sur $\mathbb{P}\setminus\{0\}$. Dresser le tableau de variations complet de f sur $\mathbb{P}\setminus\{0\}$.

5. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $\sqrt{2}$.

6. Tracer la courbe (C_f) en vous aidant de tous les renseignements obtenus précédemment.

II- Évaluation des compétences (05 points)

Afin d'alimenter deux immeubles en eau potable, les propriétaires désire construire des forages assimilables à des points M d'affixe z du plan de la surface de la terre tels qu' A tout nombre complexe $z \neq i$

On associe le nombre complexe $Z' = \frac{z+i}{z-i}$.

Les propriétaires des deux immeubles font appel à trois ingénieurs.

- **L'ingénieur 1** demande de construire des forages en des points $M(z)$ tels que Z' soit réel.
- **L'ingénieur 2** demande de construire des forages en des points $M(z)$ tels que Z' soit imaginaire pur.



GENIUS ACADEMY - le portail vers les grandes écoles

Contacts : ☎ 652 996 552 ☎ 691 437 707

📘 Genius Academy 📧 contactgacademy@gmail.com

- **L'ingénieur 3** dit que quel que soit l'emplacement où l'on doit creuser le forage, il prend 5000F pour le premier mètre 5800F pour le deuxième mètre et chaque mètre supplémentaire coûte 800F de plus que le précédent.

TACHES

- 1) Déterminer l'ensemble (E) des positions occupées en tenant compte de la proposition de **l'ingénieur 1**
- 2) Déterminer l'ensemble (E) des positions occupées en tenant compte de la proposition de **l'ingénieur 2**
- 3) Déterminer la somme que doit recevoir **l'ingénieur 3** s'il creuse 20 mètres de forage ?



GENIUS
ACADEMY

Le portail vers les grandes écoles



GENIUS ACADEMY - le portail vers les grandes écoles

Contacts : ☎ 652 996 552 ☎ 691 437 707

📘 Genius Academy 📧 contactgacademy@gmail.com