**MINESEC _ LYCÉE DE GUIDER**
**Département de Mathématiques**

**Examen : Evaluation N°1**
**Année scolaire** 2021-2022
**Classe :** TC
**Durée** : 3h **Coef** : 7

# Epreuve de Mathématiques

**Compétences évaluées :** *Arithmétiques, produit vectoriel, nombres complexes*

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 15,5 points

### EXERCICE 1 / 5,5 points

***Les questions 1, 2, 3, 4 et 5 sont indépendantes.***

1. On considère deux entiers naturels non nuls $a$ et $b$ tels que : $a + b = 23$.
   a) Montrer que $a$ et $b$ sont premiers entre eux. **0,5pt**
   b) En déduire $a$ et $b$ sachant que $a < b$ et $PPCM(a, b) = 126$. **1pt**
2. a) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) : $9x - 14y = 0$. **1pt**
   b) Résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système (S) : $\begin{cases} x \equiv 4[9] \\ x \equiv 5[14] \end{cases}$. **0,5pt**
3. Déterminer les entiers relatifs $n$ tels que $\frac{n(5n+8)}{2n-1}$ soit un entier relatif. **1pt**
4. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2 - 3x + 6 \equiv 5[7]$. **0,5pt**
5. Determiner le chiffre des unites du nombre $A = (3548)^9 \times (2537)^{37}$. **1pt**

### EXERCICE 2 / 2 points

***Les questions 1 et 2 sont indépendantes.***

Soit $u$, un nombre complexe tel que $|u| = 1$, $u \neq 1$ et $z$ un nombre complexe quelconque.

**1.** Montrer que $\frac{z-u\bar{z}}{1-u}$ est un nombre réel. **1pt**

2. On considère les nombres complexes $z_1 = \frac{3+2i}{-5+7i}$ et $z_2 = \frac{3-2i}{5+7i}$. Démontrer sans calcul que $z_1 - z_2$ est un réel et que $z_1 + z_2$ est un imaginaire pur. **1pt**

### EXERCICE 3 / 4,5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points $A(1\,;0\,;1)$, $B(2\,;2\,;4)$, $C(1\,;-1\,;0)$ et $D(2\,;1\,;-1)$.

1. Montrer que les points A, B et C définissent un plan (P) dont on déterminera une équation. **1pt**
2. Démontrer que les points A, B, C et D sont non coplanaires. **0,5pt**
3. Calculer l'aire du triangle ABC, puis le volume du tétraèdre ABCD. **1pt**
4. Déterminer les réels $a, b$ et $c$ tels que le point O soit le barycentre des points pondérés $(A, a)$ ; $(B, b)$ et $(C, c)$. **0,75pt**
5. Soit $(\Psi)$ l'ensemble des points M de l'espace tels que : $4MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = -16$.
   a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $(\Psi)$. **0,75pt**
   b) Démontrer que l'intersection de $(\Psi)$ et (P) est un cercle dont on précisera les éléments caractéristiques. **0,5pt**

**<u>EXERCICE 4</u> / 3,5 points**

**I-/** Soit à résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation $(E): 15x^2 - 7y^2 = 9$.

1. Démontrer que dans le système decimal, le dernier chiffre d'un carré est 0, 1, 4, 5, 6 ou 9.
2. En déduire que $7y^2 + 9$ n'est pas divisible par 5. **0,5pt**
3. Résoudre alors l'équation (E) dans $\mathbb{N}^2$. **0,5pt**

**II-/** Soit le nombre $a_n = 3^{2n} - 1$, tout entier naturel non nul $n$.

1. Montrer que pour tout entier naturel non nul $n$, $a_n$ est divisible par 8. **0,5pt**
2. On considère l'équation (E) : $a_3 x + a_2 y = 3296$.
   i) Montrer qu'il existe un couple d'entiers solution de (E) **0,5pt**
   ii) Résoudre (E) dans $\mathbb{Z}^2$. **1pt**

## <u>PARTIE B</u> : EVALUATION DES COMPETENCES / 4,5 points

La base du **BIR** de Maroua a défini son procédé de codage des données de la façon suivante :
***<u>Etape 1 :</u>*** à la lettre que l'on veut coder, on associe le nombre $n$ correspondant dans le tableau.
***<u>Etape 2 :</u>*** on calcule le reste de la division euclidienne de $9n + 5$ par 26 et on le note $r$.
***<u>Etape 3 :</u>*** au nombre $r$, on associe la lettre correspondante dans le tableau.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **C** | **D** | **E** | **F** | **G** | **H** | **I** | **J** | **K** | **L** | **M** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| **N** | **O** | **P** | **Q** | **R** | **S** | **T** | **U** | **V** | **W** | **X** | **Y** | **Z** |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

Cette base du BIR est composée de régiments et chaque régiment a un certain nombre identique de soldat. Lorsque 11 régiments se retrouve pour le repas, il y'a 7 salles occupées et 5 soldats qui n'ont pas de places. Un des soldats, **M. BRAVO** content de la réussite au baccalauréat série C de son fils, lui a promis comme cadeau un voyage pour Yaoundé pour suivre la rencontre d'un match de football au stade Olembé. Une fois à l'agence, le cassier leur dit : ***« le prix d'un billet de voyage pour Yaoundé est le produit xyz en base 10, où x est solution de l'équation*** $x + y + z = 50$ ***avec*** $y = \overline{131}^x$ ***et*** $z = \overline{101}^x$ $(x > 3)$ ***».*** pour cela, il demande à **M. BRAVO** d'écrire d'abord le produit $xyz$ en base $x$ avant de trouver le prix d'achat de leurs billets de voyage.

***<u>Tache 1 :</u>*** Quel est le noms de code utilisé par le commandant de cette base militaire pour le mot SOLDAT ? **1,5pt**
***<u>Tache 2 :</u>*** quel est le nombre maximal de soldats par régiment, sachant qu'un régiment a moins de 300 soldats ? **1,5pt**
***<u>Tache 3 :</u>*** Quel montant doivent-ils débourser à l'agence pour se rendre à Yaoundé ? **1,5pt**

***« Travaillez de manière à remporter le prix »***

***<u>Examinateur :</u> M. NGANSOB NONO Yves. B (PLEG_Maths)***