

ANNEE SCOLAIRE 2021-2022	EPREUVE DE MATHÉTIQUES	CLASSE : 1^{ère} C
EVALUATION HARMONISEE N°2		DUREE : 3 HEURES /COEF : 06

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1 : 4,5 points

- x est un réel de l'intervalle $\left] \pi ; \frac{3\pi}{2} \right[$ tel que $\sin x = -\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$
 - Calculer $\cos x$, $\sin 2x$ et $\cos 2x$. 0,75 pt
 - En déduire la valeur de x . 0,5 pt
- Développer $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$. 0,25 pt
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x^2 - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$. 0,5 pt
 - En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation (E): $2\sin^2 x - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})\sin x + \sqrt{6} = 0$. 0,5pt
 - Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation (I): $2\sin^2 x - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})\sin x + \sqrt{6} \geq 0$. 0,75 pt
- On considère l'équation (E'): $\cos x + \sqrt{3}\sin x + \sqrt{3} = 0$
 - Montrer que $\cos x + \sqrt{3}\sin x = \alpha \cos(x + \varphi)$ où α et φ sont des réels à déterminer. 0,5 pt
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E') et placer les solutions sur le cercle trigonométrique. 0,75 pt

Exercice 2 : 3,5 points

1) Résoudre dans \mathbb{R}^3 par la méthode du pivot de gauss, les systèmes d'équations suivants:

$$(S) : \begin{cases} x + y + z = 44 \\ x + 6y + 18z = 108 \\ x + 2y + 3z = 54 \end{cases} ; (S) : \begin{cases} (x-4)^2 + \frac{1}{\left|\frac{1}{6}y-1\right|} + \sqrt{z^2-1} = 44 \\ (x-4)^2 + \frac{6}{\left|\frac{1}{6}y-1\right|} + 18\sqrt{z^2-1} = 108 \\ (x-4)^2 + \frac{2}{\left|\frac{1}{6}y-1\right|} + 3\sqrt{z^2-1} = 54 \end{cases} \quad 2pts$$

2) Discuter suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solution du système :

$$(S'') : \begin{cases} \frac{m}{\sqrt{x}} - \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{m}{\sqrt{x}} + (m-3)\frac{1}{y} = 1 \end{cases} \quad 1,5pts$$

Exercice 3 : 4,5 points

On considère le point $E\left(0; -\frac{5}{2}\right)$ et le cercle (Σ) d'équation : $x^2 + y^2 - 3y = 0$.

- Déterminer le centre P et le rayon r de (Σ) 0,5pt
- Montrer que le point E est extérieur au cercle (Σ). 0,75pt
- Donner une équation cartésienne de la droite (D_m) passant par E et de coefficient directeur m . 0,75pt
- Calculer la distance d_m du point P à la droite (D_m) 1pt
- Déterminer les valeurs de m pour lesquelles (D_m) est tangente à (Σ). 1pt
- En déduire alors les équations des tangentes à (Σ) passant par E. 0,5pt

Exercice 4 : 2,5 points

On considère l'équation (E): $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

- Vérifier que 0 n'est pas solution de (E) et montrer que (E) est équivalent à (E'): $x^2 - 4x + 2 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$. 0,25pt
- Démontrer que si x_0 est solution de (E) alors $\frac{1}{x_0}$ est aussi solution de (E). 0,5pt
- Calculer $\left(\frac{x+1}{x}\right)^2$. 0,25pt
 - En posant $X = x + \frac{1}{x}$, montrer que X vérifie l'équation (E'): $X^2 - 4X = 0$. 0,5pt
 - En déduire la résolution de l'équation (E). 1pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES RESSOURCES : 4,5 points

Monsieur ATANGANA et sa famille décide un weekend, d'aller visiter le parc animalier de Waza. Au cours de cette visite, son premier fils observe des animaux de plusieurs espèces parmi lesquels des autruches, des rhinocéros et des antilopes vivants dans un même espace. Il décide de les compter ce qui lui paraît difficile à cause de herbes. Néanmoins il détecte 25 têtes, 17 cornes et 68 pattes. Et constate que l'Autruche a 2 pattes et pas de cornes, le rhinocéros a 4 pattes et 1 corne, l'antilope a 4 pattes et 2 cornes. Monsieur ATANGANA promet à son fils de lui donner une somme de 250 CFA pour chaque autruche comptée, 350FCFA pour chaque rhinocéros compté et 125 FCA pour chaque antilope compté.

Cependant avec l'approche des fêtes de Noël les articles sont de plus en plus chère, alors M. ATANGANA et son fils se rendent ensuite à dans un magasin de vente de chaussures pour acheter une paire de tennis qui coûte 50000 frs et demandent une réduction. Le vendeur accepte de leur faire une réduction de $t\%$ et leur dit que t est la solution positive de l'équation $-2t^3 + 7t^2 + 46t + 21 = 0$.

M. ATANGA est aussi propriétaire d'un terrain de forme rectangulaire de périmètre 168m et de superficie 1 728m² il veut clôturer avec du fil barbelé qui coûte 1 000FCFA le m².

Tâches

- 1) Quelle somme M. ATANGANA doit-il prévoir donner à son fils si son décompte est exacte ? **(1,5Pt)**
- 2) Combien dépensera M. ATANGANA pour l'achat de la chaussure de son fils ? **(1,5Pts)**
- 3) Combien dépensera M. ATANGANA pour l'achat du fil barbelé ? **(1,5Pts)**

Présentation : 0,5pt