1 : EQUATIONS - SYSTEMES

LISTES DES COMPETENCES A ACQUERIR	
CODE	**DENOMINATION**
E101	Savoir trouver la forme canonique d'un trinôme du second degré.
E102	Savoir résoudre une équation du second degré à une inconnue.
E103	Savoir résoudre une équation se ramenant au second degré.
E104	Savoir résoudre une équation bicarrée.
E105	Savoir résoudre une équation par changement de variable.
E106	Savoir résoudre un système se ramenant au second degré.
E107	Savoir factoriser un trinôme du second degré
E108	Savoir résoudre une inéquation du second degré.
E109	Savoir résoudre une inéquation plus complexe.
E110	Savoir trouver des racines évidentes d'un polynôme.
E111	Savoir factoriser un polynôme de degré supérieur ou égal à3
E112	Savoir décrire la courbe d'une fonction polynôme du second degré.
E113	Savoir décrire les variations dune fonction polynôme du second degré.
E114	Savoir résoudre un problème sur les polynômes.
E115	Savoir factoriser un polynôme symétrique de degré 4
E116	Savoir appliquer le Pivot de Gauss
E117	Savoir représenter la courbe d'un polynôme de degré 2
E118	Savoir Déterminer les racines d'un polynôme réciproque.
E119	Savoir Résoudre les équations irrationnelles
E120	Savoir Résoudre les équations rationnelles.
E121	Savoir résoudre une équation avec valeurs absolues
E122	Savoir déterminer le signe d'un polynôme de degré 2, 3 et 4
E123	Savoir déterminer les racines d'un polynôme de degré 3 cas général
E124	Savoir résoudre une équation du second degré avec paramètre
E125	Savoir résoudre un système dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ avec paramètre
E126	Savoir déterminer la position d'un nombre par rapport aux racines d'un polynôme de degré 2
E127	
E128	
E129	
E130	

Exercice n°1

Mettre sous la forme canonique les polynômes suivants et dire s'ils sont factorisables ou non :

1) x^2+4x+6
2) x^2-2x-1
3) $-2x^2+x+6$
4) x^2+5x+6
5) x^2-3x-4
6) x^2+5x-5
7) $-2x^2+x+6$
8) $\frac{2}{3}x^2-7x+2$
9) $\frac{5}{3}x^2+8x+7$
10) $-\frac{1}{3}x^2-x-1$
11) $\frac{1}{5}x^2-\frac{1}{2}x+6$
12) $\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{7}x+\frac{6}{5}$

Exercice n°2

On donne le polynôme $P(x)=-3x^2+7x-2$

Calculer

1) $P(0)$
2) $P(-1)$
3) $P\left(\frac{3}{2}\right)$
4) $P\left(\sqrt{3}\right)$
5) $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
6) $P\left(2\sqrt{5}\right)$
7) $P\left(2+\sqrt{3}\right)$
8) $P\left(1-\sqrt{2}\right)$

Exercice n°3

Factoriser les polynômes squivants à l'aide d'une identité remarquable.

$P(x)=216x^2-72x+6$	$P(t)=t^2+4t+2$	$P(x)=x^2-5x$	$P(y)=-y^2+1$
$P(z)=z^2+7z-18$	$P(x)=72x^2-2$	$P(x)=6x^2+17x-3$	$P(t)=t^2-3t-40$
$P(x)=-22x^2-49x-24$	$P(y)=y^2+4y-5$	$P(z)=z^2+z-4$	$P(z)=8z^2+19z+6$
$P(x)=-x^2+x+6$	$P(x)=-7x^2-17x-10$	$P(t)=32t^2-288t+648$	$P(x)=-x^2+x-1$
$P(y)=300y^2-300$	$P(y)=-y^2+8y-3$	$P(y)=y^2-17y+72$	$P(z)=z^2+3z$
$P(z)=z^2-17z+72$	$P(t)=800t^2-72$	$P(x)=2x^2+13x+6$	$P(x)=16x^2-2x-5$
$P(t)=2t^2+5t-3$	$P(t)=t^2-5t-14$	$P(x)=x^2+4x+1$	$P(x)=-x^2+6x+7$
$P(z)=z^2+z-5$	$P(t)=2t^2-3t-20$	$P(z)=128z^2-288$	
$P(y)=36y^2-16$	$P(x)=-x^2+5x+7$	$P(x)=384x^2-768x+384$	
$P(y)=y^2+6y-7$	$P(y)=16y^2-24y+9$	$P(x)=12x^2-41x+24$	
$P(x)=-10x^2+19x-6$		$P(z)=98z^2-72$	

Exercice n°4

Dans chaque cas vérifier E que possède une racine Évidente, puis factoriser E.

1) $E=x^3+x^2-30x$
2) $F=-21x^3-83x^2-42x+80$
3) $E=x^3-15x^2+14x+360$
4) $F=-2x^3-3x^2+2x+3$
5) $E=x^3-9x^2+20x$
6) $F=10x^3+19x^2+11x+2$
7) $E=x^3+19x^2+120x+252$
8) $F=15x^3-23x^2-16x+4$
9) $E=x^3-17x^2+94x-168$
10) $F=54x^3-69x^2-41x+56$
11) $E=x^3-3x^2-24x-28$
12) $F=7x^3+54x^2+77x+30$
13) $E=x^3+9x^2+26x+24$
14) $F=28x^3+39x^2-118x-144$
15) $E=x^3-8x^2+19x-12$
16) $F=-35x^3+89x^2-40x+4$
17) $E=x^3-4x^2-11x-6$
18) $F=-100x^3-120x^2+169x+18$
19) $E=x^3+7x^2-24x-180$
20) $F=35x^3-116x^2+107x-30$

Exercice n°5

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

$t^2+13t+36=0$

$11y^2+13y-18=0$

$z^2+z-4=0$

$t^2+9t-10=0$

$-15z^2+26z+21=0$

$y^2+y+2=0$

$x^2-12x+35=0$

$-24t^2+31t-10=0$

$z^2+6z-2=0$

$x^2+9x=0$

$12y^2+49y+4=0$

$-y^2+6y-2=0$

$y^2+6y-27=0$

$-9t^2-t+8=0$

$-z^2+9z-7=0$

$t^2+t-72=0$

$-11z^2+118z-80=0$

$x^2+2x+9=0$

$y^2-3y-10=0$

$-10z^2+13z-3=0$

$-y^2+5y+4=0$

$t^2-9t+18=0$

$11z^2-12z+1=0$

$-y^2+2y+2=0$

$x^2-2x=0$

$-3x^2-7x-4=0$

$-z^2+7z+2=0$

$y^2-4y=0$

$20y^2+67y+56=0$

$-x^2-4=0$

Exercice n°6

Dans chaque cas, étudier le signe du polynôme P sur I

1) $P=x^2+9x+18$ sur $I=[0;5]$.
2) $P=3x^2+19x-14$ sur $I=[-5;5]$.
3) $P=x^2+3x-6$ sur $I=\mathbb{R}$.
4) $P=x^2+9x+14$ sur $I=[0;5]$.
5) $P=15x^2+22x-9$ sur $I=[-5;5]$.
6) $P=x^2+x+6$ sur $I=\mathbb{R}$.
7) $P=x^2+14x+40$ sur $I=[0;5]$.
8) $P=-50x^2-45x+18$ sur $I=[-5;5]$.
9) $P=-x^2+9x-1$ sur $I=\mathbb{R}$.
10) $P=x^2-3x-18$ sur $I=[0;5]$.
11) $P=33x^2+31x+6$ sur $I=[-5;5]$
12) $P=-x^2+8x-2$ sur $I=\mathbb{R}$.
13) $P=x^2-x-12$ sur $I=[0;5]$.
14) $P=33x^2-10x-8$ sur $I=[-5;5]$.
15) $P=x^2+5$ sur $I=\mathbb{R}$.
16) $P=x^2+7x-18$ sur $I=[0;5]$.
17) $P=44x^2+117x+70$ sur $I=[-5;5]$.
18) $P=x^2+7x+3$ sur $I=\mathbb{R}$.
19) $P=x^2+4x-12$ sur $I=[0;5]$.
20) $P=x^2-4x-5$ sur $I=[-5;5]$.
21) $P=x^2+4x+9$ sur $I=\mathbb{R}$.
22) $P=x^2+9x$ sur $I=[0;5]$.
23) $P=-6x^2+7x+10$ sur $I=[-5;5]$.
24) $P=-x^2+x-8$ sur $I=\mathbb{R}$.
25) $P=x^2+6x+9$ sur $I=[0;5]$.
26) $P=-6x^2-7x-2$ sur $I=[-5;5]$.
27) $P=x^2+8x-1$ sur $I=\mathbb{R}$.
28) $P=x^2+2x-24$ sur $I=[0;5]$.
29) $P=-x^2+8x+9$ sur $I=[-5;5]$.
30) $P=-x^2+8x-6$ sur $I=\mathbb{R}$.

Exercice n°7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

1) $\frac{1}{x^2}+\frac{4}{x}-5=0$
2) $\frac{1}{x^2}=9$
3) $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-\frac{1}{4}=0$
4) $2\cos^2\theta-\cos\theta-1=0$
5) $4\cos^2\theta-2\left(1+\sqrt{3}\right)\cos\theta+\sqrt{3}=0$
6) $\sin^2\theta-\frac{1}{4}=0$
7) $2\sin^2\theta+\left(2-\sqrt{3}\right)\sin\theta-\sqrt{3}=0$
8) $\sin^2\theta-\sin\theta=0$
9) $t-\sqrt{t}-12=0$
10) $t+10\sqrt{t}+25=0$
11) $t+2\sqrt{t}+7=0$

Exercice n°8

Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-35 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=-\dfrac{5}{2} \\ xy=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=\dfrac{1}{4} \end{cases}$

4) $\begin{cases} \cos\theta_1+\cos\theta_2=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \\ \cos\theta_1\times\cos\theta_2=-\dfrac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$

5) $\begin{cases} AB^2+BC^2=50 \\ AB\times BC=14 \end{cases}$

Exercice n°9

Soit P le polynôme dont la factorisation est $a(x-1)(x+3)(x+2)$

1) Quel est le degré du polynôme P
2) Justifier que 0 n'est pas racine de P
3) Quelles sont les racines de P
4) Déterminer la valeur du nombre réel a sachant que $P(0)=\dfrac{1}{3}$

Exercice n°10

On considère le polynôme P défini par x^3+2x^2-x-2

1. Vérifier que $P(x)=(x+2)(x^2-1)$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

Exercice n°11

1) $5x^2+3=0$
2) $5x^2-3=0$
3) $6x^2-8x=0$
4) $x^2+x-6=0$
5) $4x^2-24x+36=0$
6) $x^2+2x+4=0$
7) $4x^2+8x+3=0$
8) $x^2+9x+7=0$

Exercice n°12

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\left(\dfrac{x}{2+x}\right)^2-\dfrac{5x}{4+2x}+1=0$
2. Déterminer les entiers relatifs x tels que $-2x^2+x+15\leq 0$
3. Résoudre les systèmes suivants: $\begin{cases} 5x-y+2y &= 12 \\ 2x-y+3z &= 2 \\ x+y+z &= 3 \end{cases}$ et $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}=2 \\ \dfrac{1}{x+y}-\dfrac{1}{x-y}=4 \end{cases}$

Exercice n°13

Résoudre en discutant suivant les valeurs du paramètre réel m

a) $(m-1)x^2-4-5m=-m-4x$

b) $mx^2-4-5m=-m-4x$

c) $8x^4-8x^2-m+1=0$

d) $\begin{cases} (m-2)x+y=m \\ 3x-(m+2)y=m+2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} mx\sqrt{2}-3y\sqrt{3}=\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -x\sqrt{3}+2my\sqrt{2}=\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$

Exercice n°14
Soit l'équation (E) : $x^2 + m(m+3)x + m^3 = 0$.

(1) a) Déterminer le signe du polynôme $P(t) = t^2 + 2t + 9$.

b) En déduire que si m= 0, alors (E) possède deux solutions distinctes.

(2) On suppose que m= 0 et on désigne par α et β les solutions de (E).

a) En utilisant la somme et le produit déterminer le réel m tel que $\alpha^2 = \beta$.

b) En déduire pour cette valeur de m les réels α et β.

Exercice n°15
Soit (E_m) l'équation $(2m+3)x^2 - 2mx + 1 = 0$

1. Déterminer m pour que (E_m) ait deux solutions x_1 et x_2 avec $x_1 < 0 < x_2$
2. Déterminer m pour que pour tout nombre réel x, on ait $(2m+3)x^2 - 2mx + 1 > 0$

Exercice n°16
On veut partager équitablement une somme de 16000F à n personnes. Si le nombre de personne diminue de 4 , chacun reçoit en plus 200F

1. Déterminer le nombre de personnes.
2. Quelle est la part de chacun.

Exercice n°17
Soit $f(x) = x^3 + x^2 - 7x + 5$. Calculer $f(1)$.
Montrer que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont trois réels à déterminer.

Exercice n°18
L'unité est le centimètre. On considère un triangle ABC de périmètre 10 cm dont la somme des carrés des cotés est 34 cm², de plus la somme de deux cotés précis est de 4 cm plus grand que le troisième coté.
1°) Trouve les valeurs exactes en centimètres des trois cotés du triangle ABC.
2°) En déduire la nature du triangle ABC, calculer l'aire du triangle ABC.

Exercice n°19
Soit f la fonction trinôme définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

La forme canonique de la fonction f est définie par $f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$.

Montrer que si $a > 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur $\left]-\infty ; -\frac{b}{2a}\right]$.

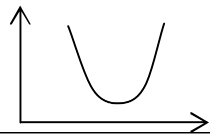
Exercice n°20
Déterminer un trinôme du second degré dont 1 et -3 soient racines.

Exercice n°21
Montrer que le trinôme $-x^2 + 2x + 1$ a pour racine $1 - \sqrt{2}$.

Exercice n°22

1. $P(x) = ax^2 + bx + c$ est un polynôme du 2° degré, son discriminant est Δ.

Remplir le tableau suivant en vous aidant des informations données pour chaque cas :

	Signe de Δ	Signe de a	Nombre de racines	Factorisation (si possible)	Signe du trinôme	Allure de la courbe	Autre information
Cas 1		$a>0$	1				
Cas 2					x $P(x)$ −		
Cas 3							La parabole traverse l'axe des abscisses, son sommet a pour
Cas 4							
Cas 5	$\Delta=0$	$a<0$					
Cas 6	$\Delta<0$						$P(5)=-3$
Cas 7		$a>0$					$c<0$

2. a. Construire un trinôme du 2° degré n'ayant pas de racine.
   b. Construire un trinôme du 2° degré ayant 3 pour racine.

Exercice n°23

Compléter :

$$x^2-2x+1=(x-\cdots)^2$$
$$x^2+6x+\cdots=(x-\cdots)^2$$
$$x^2-\cdots x+\frac{9}{4}=(x-\cdots)^2$$
$$x^2-2x+3=(x-\cdots)^2+\cdots$$
$$x^2+6x-1=(x+\cdots)^2+\cdots$$

$$x^2-3x+4=(x+\cdots)^2+\cdots$$
$$x^2+4x+4=(x+\cdots)^2$$
$$x^2-x+\frac{1}{4}=(x-\cdots)^2$$
$$x^2+\frac{1}{2}x+\cdots=(x+\cdots)^2$$

$$x^2+4x-5=(x+\cdots)^2-\cdots$$
$$x^2-x+2=(x-\cdots)^2+\cdots$$
$$x^2+\frac{1}{2}x+1=(x+\cdots)^2+\cdots$$

Exercice n°24

On considère la fonction polynôme f définie par $f(x)=2x^3+8x^2-16x-64$.

1°) Démontrer que fa une racine entière α.

(On pourra s'aider d'un graphique ou d'un tableau de valeurs obtenus avec une calculatrice)

2°) Montrer que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x)=(x-\alpha)(ax^2+bx+c)$ où a, b et c sont trois réels à déterminer.

3°) En déduire toutes les racines de f.

Exercice n°25

On considère la fonction trinôme g dont la forme canonique est $g(x)=3\left[(x-1)^2-9\right]$

1°) Déterminer la forme développée et la forme factorisée de g.

2°) Calculer g(0) ; g(1) ; g(4) ; $g\left(\sqrt{2}\right)$

3°) Résoudre l'équation g(x) =0

Exercice n°26

Vérifier que le nombre a est solution des équations suivantes

1) $2x^2+3x-5=0$; $a=1$
2) $7x^2-4x-11=0;\ a=-1$
3) $x^2-\frac{7}{6}x+\frac{1}{3}=0;\ \ a=\frac{2}{3}$
4) $-x^2+x+2-\sqrt{2}=0;\ \ a=1-\sqrt{2}$

Exercice n°27

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $2x^2+3x-5=0$
2) $13x^2-3x+7=0$
3) $49x^2-28x+4=0$
4) $8x^2+3x-20=0$
5) $-x^2+36x-323=0$
6) $-2x^2+x-4=0$
7) $(x+1)(x+2)=(x+3)(x+4)+(x+5)(x+6)$
8) $\left(2x^2+x+3\right)^2=\left(x^2-3x-4\right)^2$
9) $\left(x^2-3x\right)^2=2\left(x^2-3x\right)+8$
10) $\left(x^2+x-3\right)^2-2\left(x^2+x-3\right)-3=0$
11) $\left(5x^2-17x+15\right)^2=\left(3x^2-7x+3\right)^2$
12) $\left(x^2-5x+3\right)^2+4x^2-20x+15=0$
13) $5x^2-7x-6=0$
14) $x^2+13x-4=0$
15) $7x^2+8x=0$
16) $x^2=5$
17) $-25x^2+30x-9=0$
18) $-25x^2-49=0$

Exercice n°28

Factoriser les trinômes suivants :

1) $P(x)=3x^2+8x-11$
2) $P(x)=x^2-3x-10$
3) $P(x)=x^2+x+1$
4) $P(x)=20x^2+x-12$
5) $P(x)=x^2+4x-21$
6) $P(x)=2x^2+9x-5$
7) $P(x)=9x^2-6x+1$
8) $P(x)=-9x^2+6x-1$
9) $P(x)=x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}$
10) $P(x)=5x^2-\frac{5}{6}x-\frac{5}{3}$

Exercice n°29

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $4x^2-5x+16<0$
2) $3x^2+5x-2\geq 0$
3) $x^2-6x+9>0$
4) $x^2-6x+9\geq 0$
5) $x^2-2x-15\leq 0$
6) $4x^2-28x+49>0$
7) $3x^2+5<0$
8) $x^2-0,03x-0,034>0$
9) $x^2-6x+9<0$
10) $x^2-6x+9\leq 0$
11) $x^2-\frac{6}{5}x-\frac{8}{5}<0$
12) $-3x^2+2x-5<0$
13) $-2x^2-x+6\geq 0$
14) $-5x^2+x+3<0$
15) $(-x+3)(x+5)(2x-9)<0$
16) $(x^2-16)(-x^2+x-1)>0$
17) $(5x-x^2)(-x^2+6x-9)(-8x^2+x-1)\leq 0$
18) $(4x-3)^2\leq(5x-2)^2$
19) $(3x-1)^2>16(x+5)^2$
20) $\frac{-x+2}{x-5}\geq 0$
21) $\frac{4x+1}{x-3}<5$
22) $\frac{-x^2+x-5}{2x^2-5x+3}\leq 0$
23) $\frac{7x^2-16x+25}{3x^2+4x}\leq 1$

Exercice n°30

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x+y=8 \\ x^2+y^2=34 \end{cases}$
2) $\begin{cases} x^2+xy+y=3 \\ y^2+yx+x=-1 \end{cases}$
3) $\frac{x-2}{5}-\frac{x}{2}<3x-5<x-\frac{2x-1}{3}$
4) $\begin{cases} x\geq 0 \\ 2x-1\geq 0 \\ \frac{5x-4}{2}-\frac{x+3}{4}>2x-4 \\ \frac{x}{2}-3\leq 0 \end{cases}$
5) $\begin{cases} x+y=-1 \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$

Exercice n°31

Déterminer s'ils existent, les nombres x et y dont on connait la somme S et le produit P

1) $S=10$ et $P=21$
2) $S=5$ et $P=6$
3) $S=-26$ et $P=165$
4) $S=2$ et $P=-1$
5) $S=-46$ et $P=529$
6) $S=1$ et $P=\frac{20}{81}$
7) $S=\frac{31}{35}$ et $P=\frac{6}{35}$
8) $S=-3$ et $P=9$
9) $S=6$ et $P=-7$
10) $S=-\frac{15}{2}$ et $P=-4$
11) $S=\frac{13}{5}$ et $P=16$
12) $S=3$ et $P=\frac{9}{4}$

Exercice n°32

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2-60x+800=0$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2-60x+800<0$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système $\begin{cases} 3x+2y=360 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$
4. Omar a utilisé 360 mètres de fil barbelé pour entourer son champ de forme rectangulaire. On sait d'autre part qu'il a mis trois rangées de fil dans le sens de la longueur et deux rangées dans le sens de la largeur.
   Soit x la longueur et y la largeur de ce terrain. On suppose que x et y sont respectivement proportionnelles aux nombres 4 et 3. Trouver les dimensions de ce terrain.

Exercice n°33

On considère le polynôme p défini par : $p(x) = (m+1)x^2 - 2(m+2)x + m$.

1. Déterminer la racine du polynôme p $pour$ $m = -1$
2. On suppose que $m \neq -1$
   a) Calculer le discriminant Δ et étudier son signe
   b) Discuter suivant les valeurs de m le nombre de racines de p
   c) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles p a deux racines de signe contraire
   d) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles p a deux racines positives.

Exercice n°34

On se propose de résoudre l'équation paramétrique :$(\mathrm{m}-2)\mathrm{x}^2 - 2(\mathrm{m}+3)\mathrm{x} + 5\mathrm{m} = 0$, $(\mathrm{E_m})$

1-) a) Si m = 2, quel est le degré de l'équation $(\mathrm{E_m})$?

b) Si m = 2, quel est le degré de l'équation $(\mathrm{E_m})$?

2-) a) Pour m = 2, résoudre l'équation $(\mathrm{E_m})$.

b) Pour m = 2, calculer le discriminant de (Em).

3-) Résoudre l'équation $-4\mathrm{x}^2 + 16\mathrm{x} + 9 = 0$ puis étudier le signe de$\mathrm{R}(\mathrm{x}) = -4\mathrm{x}^2 + 16\mathrm{x} + 9$

4. Discuter suivant les valeurs du paramètre m le nombre et le signe des solutions de $(\mathrm{E_m})$

Exercice n°35

f et g sont deux polynômes définis par :

$$\mathrm{f}(\mathrm{x}) = 2\mathrm{x}^2 + 13\mathrm{x} + 15 \text{ ; } \mathrm{g}(\mathrm{x}) = 2\mathrm{x}^3 + 11\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x} - 15$$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation f(x)= 0.
2. En déduire la forme factorisée du polynôme f(x).
3. Justifier que 1 est une racine du polynôme g(x).
4. Déterminer le polynôme h(x) de degré 2 tel que $\mathrm{g}(\mathrm{x}) = (\mathrm{x} - 1)\mathrm{h}(\mathrm{x})$.
5. Résoudre l'équation g(x) = 0.
6. Donner suivant les valeurs de x, le signe de g(x).
7. En déduire la solution de l'inéquation g(x)›>0.

Exercice n°36

On donne : $\mathrm{H}(\mathrm{x}) = -3\mathrm{x}^2 + \left(2 - 3\sqrt{3}\right)\mathrm{x} + 2\sqrt{3}$.

1. Montrer que H admet deux racines distinctes réelles.
2. Sans toute fois calculer les racines de H, déterminer en justifiant la somme et le produit de ces racines.
3. Montrer que $-\sqrt{3}$ est une racine de H.
4. Déduire des questions précédentes, l'autre racine de H.
5. Résoudre dans R, l'inéquation H(x) > 0.

Exercice n°37

Soit la fonction f : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \mathrm{x} \longmapsto -2\mathrm{x}^2 + 4\mathrm{x} + 1$.

1. Déterminer deux réels α et β tel que : $\mathrm{f}(\mathrm{x}) = -2(\mathrm{x} - \alpha)^2 + \beta$.
2. Construire dans le plan muni du repère orthonormé la parabole (P) d'équation $\mathrm{y} = -2\mathrm{x}^2$.
3. En déduire dans le même repère la courbe $(\mathcal{C}_\mathrm{f})$de .
4. g , h et k sont des fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$définies respectivement par :

$\mathrm{g}(\mathrm{x}) = 2\mathrm{x}^2 - 4\mathrm{x} - 1$; $\mathrm{h}(\mathrm{x}) = \mathrm{f}(\mathrm{x}+2) + 3$et $\mathrm{k}(\mathrm{x}) = -2\mathrm{x}^2 + 4\mathrm{x} + 1$. Déterminer les transformations qui permettent de construire des courbes $(\mathcal{C}_\mathrm{g})$, $(\mathcal{C}_\mathrm{h})$ et $(\mathcal{C}_\mathrm{k})$ à partir de la courbe $(\mathcal{C}_\mathrm{f})$ de f .

Exercice n°38

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1) $\dfrac{x-1}{3x-7} \le \dfrac{x-4}{x}$

2) $\dfrac{x}{x-2} \le \dfrac{6}{x-1}$

3) $\dfrac{1}{1-x} - \dfrac{1}{2x-3} \ge \dfrac{6}{6x-7}$

4) $\dfrac{3x-1}{2x+3} - 2 \le \dfrac{x-14}{3(2-x)}$

5) $\dfrac{3x^2+8x-11}{2x^2-5x+7} \ge 1$

6) $-x^2+2\sqrt{2}x+1 \le 0$

7) $(x-1)(x+3)\left(x+\sqrt{3}\right) \le 0$

8) $\dfrac{17x+9}{x^2-9} + \dfrac{19x-24}{x^2-6x+9} > \dfrac{9}{x-3}$

9) $\dfrac{3}{x-1} - \dfrac{27}{x+1} + \dfrac{49}{x+3} < \dfrac{25}{x-3}$

10) $\dfrac{2x}{3(x-2)} - \dfrac{x+5}{2(x+1)} \ge \dfrac{4}{x^2-x-2}$

11) $\dfrac{-2x^3+11x-5}{(-2x^2+x-3)(2-x)} \le -1$

12) $\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{2x-7}{x-7} = 1$

13) $x^3-9x+\dfrac{20}{x} = 0$

14) $x^3+x > x^2$

15) $\dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+1} \le 1$

16) $\dfrac{x^2-4x}{x-1} \ge 0$

17) $\dfrac{x-1}{9-x} \ge \dfrac{6}{x-5}$

18) $\dfrac{2}{x-2} < \dfrac{x+1}{x-1}$

19) $\dfrac{x}{8-x} \ge \dfrac{2}{x-2}$

20) $\dfrac{3}{x-2} + \dfrac{4}{x-4} > \dfrac{7}{x-3}$

21) $\dfrac{3}{1-x} - 2 \ge \dfrac{5}{x-3}$

22) $\dfrac{x+5}{x+1} \le \dfrac{4}{x-1}$

23) $2 - \dfrac{2}{x+2} > \dfrac{3}{x+3}$

24) $\dfrac{8}{x-8} \le \dfrac{x}{2-x}$

25) $\dfrac{x+7}{x+2} + \dfrac{x-3}{x-2} > 5$

26) $x-3 \ge \dfrac{3}{x-1}$

27) $x^2 < \dfrac{8}{x}$

28) $\dfrac{-2x^2-x-8}{3-x} \ge 0$

29) $\dfrac{x^2-x-3}{(x-2)^2} < 0$

30) $\dfrac{x+2}{x-5} + \dfrac{9}{5(3-x)} \le \dfrac{1}{5}$

31) $\dfrac{x}{3-x} \ge \dfrac{1}{x+1}$

32) $\dfrac{x-7}{3-x} \ge \dfrac{x+2}{x-2}$

33) $\dfrac{x}{x-1} \le \dfrac{6}{x+1}$

34) $\dfrac{1}{x^2-5x+4} < \dfrac{1}{x^2-7x+10}$

35) $\dfrac{12x^2-13x-14}{x-2} < 0$

36) $\dfrac{(x+1)^2-(x+1)}{x-2-(x-2)^2}$

37) $\dfrac{2}{x-3} \ge \dfrac{x}{x-2}$

38) $\dfrac{x-3}{2x-1} \ge \dfrac{x+1}{x-2}$

39) $\dfrac{x+2}{6-x} \ge \dfrac{2}{x}$

40) $\dfrac{x+1}{x-1} > \dfrac{x-1}{x+1}$

41) $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2} < \dfrac{1}{x+3}$

42) $\dfrac{x-1}{x^2-2x+8} \le 0$

Exercice n°39

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $2x^2+3x=0$
2) $x^2-16=0$
3) $5x^2+7=0$
4) $3x^2-4=0$
5) $3x^2-7x+2=0$
6) $15x^2-3x+8=0$
7) $x^2-2x-8=0$
8) $x^2+4x+1=0$
9) $81x^2-36x+4=0$
10) $-2x^2+5x+3=0$
11) $4x^2+5x-1=0$
12) $-5x^2+x-4=0$
13) $-\dfrac{1}{2}x^2+x-\dfrac{1}{2}=0$
14) $4x^2-4x+1=0$
15) $\sqrt{3}x^2+6x+3\sqrt{3}=0$
16) $\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{5}{2}=0$
17) $-4x^2+4x\sqrt{3}-3=0$
18) $-2x^2+3x+1=0$
19) $11{,}35x^2-125{,}3x+2=0$
20) $3{,}13x^2-1{,}27x-4{,}8=0$
21) $x^2-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)x+\sqrt{6}=0$
22) $-5x^2+2x\sqrt{5}-1\ge 0$
23) $3x^2-8|x|+4=0$

Exercice n°40

Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ les systèmes suivants :

$\begin{cases} x^2-6x+6>0 \\ x^2-6x+5\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\times y=3 \\ (x+5)(y+5)=8 \end{cases}$ $\begin{cases} x\times y=2 \\ (x-1)(y-9)=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}<0 \\ \frac{2x-7}{x+4}\geq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x\times y=3 \\ (x-1)(y+1)=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x\times y=6 \\ (x-3)(y+1)=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x\times y=2 \\ (x+4)(y-1)=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-4x-5\leq 0 \\ \frac{3x+4}{x}\geq 4 \end{cases}$

$\begin{cases} x\times y=4 \\ (x+6)(y+3)=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x\times y=-2 \\ (x+8)(y-2)=-7 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+x-1\geq 0 \\ -4x^2-3x+1\geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\times y=7 \\ (x+6)(y-3)=-8 \end{cases}$

Exercice n°41

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

1) $\frac{(x-3)^2}{6}-\frac{2}{15}(x-6)^2-\frac{13}{3}x=\frac{(x+9)^2}{30}-\frac{13x-1}{3}$
2) $(4x+3)(8x-1)^2-(100x+75)=0$
3) $(3x^2+2x-3)^2=(3x^2-2x-21)^2$
4) $(2x-1)(3x^2-5x-6)+6(2x-1)^2(x-1)-(4x^3-$
5) $(3x+2)(x^2-1)=(9x^2-4)(x+1)$
6) $\frac{3x-1}{x-2}-\frac{3x-1}{2x-1}+\frac{6}{(x-2)(2x-1)}=\frac{-8x-5}{4x-2}$
7) $2x^2-7x+3=0$
8) $13x^2-3x+7=0$
9) $49x^2-28x+4=0$
10) $x^4+3x^3-9x^2+6x-1=0$
11) $x^3+x^2-3x-3=0$
12) $x^4-8x^3+8x^2-x=0$
13) $x^5-5x^3+4x=0$
14) $x^3-3x+12=0$
15) $x^3+\left(2\sqrt{5}+3\right)x^2+\left(6\sqrt{5}-15\right)x+45=0$
16) $x^4+3x^3-9x^2-7x+14=0$
17) $x^4+7x^3+11x^2-7x-12=0$
18) $x^5-10x^3+9x=0$
19) $x^8-1=0$
20) $8x^2+3x-20=0$
21) $-x^2+36x-323=0$
22) $-2x^2+x-4=0$
23) $5x^2-7x-6=0$
24) $-x^2+2\pi x+3\pi^2>0$
25) $x^2+13x-4=0$
26) $7x^2+8x=0$
27) $x^2=5$
28) $\left(2x+1\right)^2-\left(x-2\right)^2=0$
29) $-25x^2+30x-9=0$
30) $-25x^2-49=0$

Exercice n°42

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations bicarrées suivantes :

1) $x^4-13x^2+36=0$
2) $x^4+\frac{11}{4}x^2-\frac{3}{4}=0$
3) $2x^4-13x^2-7=0$
4) $x^4+\frac{13}{12}x^2+\frac{1}{4}=0$
5) $x^4-5x^2+4=0$
6) $-3x^4+13x^2-4=0$
7) $5x^4-34x^2-7=0$
8) $x^4-5\sqrt{3}x^2+12=0$
9) $2x^4+3x^2+5=0$
10) $x^4-7x^2+10=0$

Exercice n°43

Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x-4y=-11 \\ 5x+2y=-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+3y=5 \\ x+y=-3 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x+y=24 \\ -x+3y=-5 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 13x+17y=93 \\ -11x+8y=78 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 17x+11y=80 \\ 28x-13y=194 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 1,7x+3y=1 \\ -5,1x+6y=0 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2,3x+5,8y=79,9 \\ -1,7x+0,9y=-2 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 1,01x+1,73y=-2,09 \\ 0,74x-0,17y=0,625 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 0,07x+0,91y=-12,95 \\ 0,14x-2,24y=35 \end{cases}$

11) $\begin{cases} 24x+71y=-469 \\ 2x+116y=-1250 \end{cases}$

12) $\begin{cases} 423x+214y=-204 \\ 113x+522y=1340 \end{cases}$

Exercice n°44

Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x+y+z=4 \\ x+2y+z=5 \\ x-y=-1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x-y=13 \\ x+y-z=10 \\ 2x-10y-3z=3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+2y+2z=0 \\ 3x+y-2z=3 \\ x+y=1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x-y-z=1 \\ x+2y+2z=3 \\ 2x+y+z=4 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x+y+z=1 \\ 2x+3y-z=6 \\ -x+2y+2z=-1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+z=2 \\ x-y=1 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x+y+z=5 \\ 2x+2y-z=4 \\ x+3z=7 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x-y+7z=-6 \\ 3x+y+2z=1 \\ x-4y-z=2 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 3x-y+2z=-2 \\ x+3y+z=2 \\ -x-2y+4z=-11 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x-y-z=4 \\ 2x+3y+z=0 \\ 3x+2y-z=5 \end{cases}$

Exercice n°45

Soit le système (S): $\begin{cases} -2x-y+z=3 \\ x+3y+z=4 \\ 3x-2y+5z=5 \end{cases}$

1. Transformer le système (S) en un système triangulaire
2. En déduire la solution du système (S)

Exercice n°46

1. Déterminer le triplet $(x\,;y\,;z)$ vérifiant : $\begin{cases} 2x+3y+z=4300 \\ 5x+5y-z=0 \\ 3x+5y+z=5000 \end{cases}$

   (Utiliser la méthode du pivot de GAUSS)

2. Dans une boutique, on trouve quatre cahiers, six bics et deux livres qui coûtent 8600 francs ; le prix d'un livre est cinq fois le prix du bic et du cahier réunis. Sachant que 2 livres, 10bics et 6 cahiers coutent 10000 francs. Quelle est le prix de chaque article ?

Exercice n°47

Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x+y=3 \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{y}=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x+3y=1 \\ -2x+y=3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 4x+3y=11 \\ 3x-2y=4 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2a-3b+17=0 \\ 9b-a-46=0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 0,6x-0,15y=2 \\ 0,9x-3,6y=1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 9x+10y-75=0 \\ 12x+25y-135=0 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}\alpha-4\beta=\dfrac{1}{2} \\ -8\alpha-48\beta=-6 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 7x-\dfrac{3y}{4}=224 \\ 4x-y=0 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 0,4x+\dfrac{y}{3}=1 \\ 6x+5y=15 \end{cases}$

10) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{4}-\dfrac{2}{3}(y-1)=1 \\ \dfrac{x+3}{4}-\dfrac{2y+1}{3}=-2 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{2}-\dfrac{x-2y}{3}=0 \\ \dfrac{x-y}{3}+\dfrac{x+3y}{2}-1=0 \end{cases}$

12) $\begin{cases} \dfrac{2u-3v}{5}-\dfrac{u-2v}{7}=-\dfrac{4}{35} \\ \dfrac{3u-5v}{4}+\dfrac{v}{3}=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$

13) $\begin{cases} \dfrac{1x+2y}{26}-\dfrac{7y+x}{65}=\dfrac{3}{5}+y \\ \dfrac{5y-x}{24}+\dfrac{3x-11y}{5}=-\dfrac{1}{30} \end{cases}$

14) $\begin{cases} \dfrac{3x-1}{2}+\dfrac{2-5y}{3}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{2(2x-y)}{3}+\dfrac{x}{6}=\dfrac{1+2y}{2} \end{cases}$

15) $\begin{cases} \dfrac{2x-7}{13}-\dfrac{5-3y}{7}=-1 \\ \dfrac{4x+3}{9}+\dfrac{9-6y}{5}=-\dfrac{1}{7} \end{cases}$

16) $\begin{cases} \dfrac{3x-4y}{6}-\dfrac{x+2y}{4}=\dfrac{2x-7}{6} \\ \dfrac{x-2y}{6}-\dfrac{3x+y}{9}=-\dfrac{y+3}{9} \end{cases}$

17) $\begin{cases} \dfrac{a+1}{2}-\dfrac{b+3}{4}=1 \\ \dfrac{a-1}{2}-\dfrac{b-1}{4}=1 \end{cases}$

18) $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ (x+y-5)(2x-y+8)=0 \end{cases}$

19) $\begin{cases} (x-y)(x+y)=0 \\ 2x-7y=9 \end{cases}$

20) $\begin{cases} 4x+2y+3z=10 \\ 3x-3y-z=1 \\ -7x+2y-2z=-11 \end{cases}$

21) $\begin{cases} 2x+3y-z=24 \\ 4x-2y+3z=6 \\ 6x-y+2z=22 \end{cases}$

22) $\begin{cases} a+b+c=1 \\ 3a-2b+5c=5 \\ -5a+3b-2c=-13 \end{cases}$

23) $\begin{cases} 3x+y-5z=2 \\ 2x-3y+z=0 \\ -5x+2y+3z=-2 \end{cases}$

24) $\begin{cases} 3x-2y+5z=-6 \\ x+y+z=2 \\ 2x-y+2z=-2 \end{cases}$

25) $\begin{cases} \dfrac{x}{5}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{13} \\ x+2y+3z=174 \end{cases}$

26) $\begin{cases} 5x-y+2z=12 \\ 2x-y+3z=2 \\ x+y+z=3 \end{cases}$

27) $\begin{cases} x+y-z=2 \\ -5x+3y+2z=-2 \\ 6x-2y-3z=1 \end{cases}$

28) $\begin{cases} -7\alpha+3\beta=11 \\ 3\alpha+2\beta-7\gamma=-3 \\ 13\alpha+\beta-14\gamma=0 \end{cases}$

29) $\begin{cases} \dfrac{x+3y}{5}+\dfrac{y+z}{6}=z \\ \dfrac{2x+5}{7}+\dfrac{4z+5}{3}=z+1 \\ \dfrac{3y+7}{8}+\dfrac{2z+1}{3}=y-1 \end{cases}$

30) $\begin{cases} 3u-5v+2z=11 \\ -2u+3v+8w=-2 \\ 13u-21v-10w=37 \end{cases}$

31) $\begin{cases} 2x-y+3z=7 \\ 5x+3y-7z=9 \\ -4x+5y-2z=-13 \end{cases}$

32) $\begin{cases} \dfrac{3}{x}+\dfrac{5}{2y}=-\dfrac{15}{4} \\ \dfrac{9}{5x}-\dfrac{4}{y}=-5 \end{cases}$

33) $\begin{cases} \dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{5y}=\dfrac{2}{5} \\ \dfrac{7}{2x}-\dfrac{4}{3y}=\dfrac{19}{6} \end{cases}$

34) $\begin{cases} \dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{y^2}=-\dfrac{7}{18} \\ \dfrac{3}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{23}{36} \end{cases}$

35) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}=2 \\ \dfrac{1}{x+y}-\dfrac{1}{x-y}=4 \end{cases}$

Exercice n°48
Résoudre les systèmes suivants

a) $\begin{cases} 2x+2y+z=3 \\ x+y+z=2 \\ 3x+4y+z=6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x+y+3z=0 \\ x+y-5z=-3 \\ -x+2y+7z=1 \\ x-2y-4z=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ -x-y+z=0 \\ 2x-2y+z=0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x+2y+z-t=2 \\ x-y-z+2t=3 \\ -x+3y+z+t=4 \\ -2x+5y+z-2t=6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x+2y+z=3 \\ x+y+z=2 \\ 3x+4y+z=6 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x+2y-2z+3t=2 \\ 2x+4y-3z+4t=5 \\ 5x+10y-8z+11t=12 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x+z=-1 \\ y-2z=2 \end{cases}$

h) $\begin{cases} \left(1-\sqrt{5}\right)x+y-5=0 \\ x+\left(\sqrt{2}+1\right)y=0 \end{cases}$

i) $\begin{cases} a-b+2c=0 \\ 3a+b=7 \end{cases}$

j) $\begin{cases} a-c=b-a \\ c-b=a-c \end{cases}$

k) $\begin{cases} 5x_1-x_2+x_3=-2 \\ x_1+x_2=3 \\ 8x_1-10x_2+3x_3=-27 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 3x+y+z=2 \\ 6x+2y+2z=7 \\ 9x+3y+3z=13 \end{cases}$

m) $\begin{cases} 4x+6y+7z=7 \\ 3x+5y+6z=6 \\ 2x+3y+4z=4 \end{cases}$

n) $\begin{cases} 2x+2y+z=3 \\ x+y+z=2 \\ 3x+4y+z=6 \end{cases}$

o) $\begin{cases} 3x_1-x_2+x_3=0 \\ x_1-5x_2+x_3=0 \\ -x_1+2x_2-3x_3=0 \end{cases}$

p) $\begin{cases} 5x+y+z=-5 \\ 2x+13y-7z=-1 \\ x-y+z=1 \end{cases}$

q) $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 8x+2y+5z=3 \\ 3x-4y+3z=-1 \end{cases}$

r) $\begin{cases} -x+3y+z=2 \\ 4x-y+7z=0 \\ 2x+5y+9z=4 \end{cases}$

s) $\begin{cases} a+b+c+d=-1 \\ 3a-b+2c-5d=-26 \\ -a+c-2d=-8 \\ 8a+2b+d=0 \end{cases}$

t) $\begin{cases} -2a+b-c-d=3 \\ a-2b+c-2d=7 \\ 3a+2c+d=5 \\ 2a-b+2c-2d=15 \end{cases}$

u) $\begin{cases} a+3b+c=0 \\ 2a-b+5c=1 \end{cases}$

v) $\begin{cases} 5x-4y+z=6 \\ -x+3y-z=2 \\ x+8y-3z=14 \end{cases}$

w) $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=1 \\ z+2x+3y=4 \end{cases}$

x) $\begin{cases} 3a-b=1 \\ a+b=0 \\ -2a+2b=7 \end{cases}$

y) $\begin{cases} x+2y=23 \\ 3y+4z=60 \\ 2z+7t=88 \\ x+y=15 \end{cases}$

z) $\begin{cases} -x+3y+7z=4 \\ 2x-y+3z=-13 \\ -2x+11y+31z=14 \end{cases}$

aa) $\begin{cases} 2x-3y+z=0 \\ -4x+2y-z=2 \\ 5x+2y+z=-9 \end{cases}$

bb) $\begin{cases} a+2b-3c+d=0 \\ 2a+b-2d=3 \\ -5a-3b+7c=1 \\ 2a-4c+d=-3 \end{cases}$

Exercice n°49
Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ les systèmes suivants :

1) $2\le\dfrac{x-3}{x-5}\le 3$

2) $-5\le\dfrac{2x+7}{3x-4}\le 11$

3) $0<-2x^2+7x-5<9$

4) $\begin{cases} \dfrac{2x+5}{3x-2}\ge 0 \\ (-3x+4)(2+x)<0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x^2+5x-3>0 \\ -x^2-3x+4\ge 0 \\ x^2-2x+1>0 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \dfrac{2}{2-x}-\dfrac{1}{1+x}\ge\dfrac{-3x}{x^2-x-2} \\ (2x+2)^2\le(x+2)^2 \end{cases}$

7) $3<x^2+3x+5<9$

Exercice n°50

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes suivant

1) $\begin{cases}(3-a)x+y-z=0\\2x+(2-a)y-2z=0\\x-y+(1-a)z=0\end{cases}$

2) $\begin{cases}ax+y+z=a\\x+ay+az=1\\x-y+2z=a\end{cases}$

3) $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=1\\\sqrt{xy}=m-y-y\end{cases}$

4) $\begin{cases}ax+3y+3z=a\\x+az=a\\2x+ay=0\end{cases}$

5) $\begin{cases}ax+a^2y+a^3z=2\\ax-y+4az=a\\x+ay+2az=1\end{cases}$

6) $\begin{cases}2x+y=px\\x+2y+z=py\\y+2z=pz\end{cases}$

7) $\begin{cases}ax+(a+1)y+(a-1)z=2a+3\\x+(1+a)y+(1-a)z=4a+1\\(a+1)x+2(a+1)y=6a+4\end{cases}$

8) $\begin{cases}ax+ay+z=6\\x-y+az=2a\\(a+1)x+2ay+(a+1)z=12\end{cases}$

9) $\begin{cases}ax+y+z=a^2\\2ax+ay+2z=2a^2\\ax+y+az=1\end{cases}$

10) $\begin{cases}x+by+bz=a^2\\ax+cy+dz=ab\\x+y+z=b\end{cases}$

11) $\begin{cases}ax+a^2y=a^3\\b^3x+b^2y=b\\x+y=a\end{cases}$

12) $\begin{cases}ax+a^2y+a^3z=2\\ax-y+4az=a\\x+ay+2az=1\end{cases}$

13) $\begin{cases}ax+2y=2a-2\\ax-y=a+1\\3ax+3by=ab-1\\9bx-6ay=11+2a^2\end{cases}$

14) $\begin{cases}ax+y+\sqrt{2}y=1\\x+ay+\sqrt{2}z=a^2\\\sqrt{2}x+\sqrt{2}y+z=\dfrac{2}{2}\end{cases}$

15) $\begin{cases}x^2-2y^2-2y=0\\x^3+2y^2)0\end{cases}$

16) $\begin{cases}ax+by+z=1\\x+aby+z=b\\x+by+az=1\end{cases}$

17) $\begin{cases}x\le m\\m^2x+2\ge 3m\end{cases}$

18) $\begin{cases}x+y+z=2a+1\\ax-ay-2z=0\\ax+2ay+a^2z=4a^2-1\end{cases}$

19) $-3<\dfrac{x^2-mx+1}{x^2+x+1}<3$

20) $\begin{cases}ax+a^2y+a^3z=0\\x+y+z=0\\a^2x+a^2y+az=0\end{cases}$

21) $\begin{cases}mx+y+z=1\\x+my+z=m\\x+y+mz=m^2\end{cases}$

22) $\begin{cases}ax+y+z=a^2\\2ax+ay+2z=2a^2\\ax+y+az=1\end{cases}$

23) $\begin{cases}x+y+z=1\\ax+y+z=0\\x+y+bz=0\end{cases}$

Exercice n°51

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1) $x^4-3x^2-5=0$

2) $\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3}{x}-4=0$

3) $x^3+7x^2-9x-8=0$

4) $\sqrt{x+1}-2x+1=0$

5) $x+\sqrt{2x-2}\le 4$

6) $2x^2-4=0$

7) $x^2-3x+2>0$

8) $2x^2-x\ge(x+1)^2$

9) $\dfrac{x^2-3x+2}{x+2}\le 0$

10) $-2x^2+x+1$

11) $2x^3-4x^2+3x-1=0$

12) $3x^2-5x+1=0$

13) $\dfrac{x+1}{3x-1}=2x+3$

14) $(x^2-2x-3)(x^2+2x+2)<0$

15)

Exercice n°52

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

0) $\frac{1}{x}=2$

1) $\frac{5(x-1)}{9(x-2)}=1$

2) $\frac{x-3}{x-5}=3$

3) $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{2}=3$

4) $\frac{2x-1}{x+2}=\frac{4x-1}{2x+3}$

5) $\frac{1}{4}+\frac{1}{x}=\frac{1}{2x}-1$

6) $\frac{3}{x-1}+\frac{5}{x-3}+2=0$

7) $\frac{x-2}{x+2}+\frac{2x+3}{x-2}=3+\frac{16}{x^2-4}$

8) $\frac{x^2-2x+3}{x-2}+\frac{2x}{x+1}=\frac{3}{(x-2)(x+1)}$

9) $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{x+1}=\frac{6}{(x+1)(x-2)}$

10) $\frac{x^2}{9}-\frac{1}{36}=0$

11) $\frac{1}{x-6}+\frac{1}{(x-4)(x-6)}=\frac{2}{4x-x^2}$

12) $\frac{x}{x-3}-\frac{1}{x+3}=\frac{6}{x^2-9}$

13) $\frac{1}{x-3}+\frac{4}{(x+1)(x+3)}=\frac{6}{x^2-9}$

14) $\frac{x+1}{x-3}-\frac{2}{x+3}=\frac{24}{x^2-9}$

15) $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{x+2}=\frac{4}{x^2-4}$

16) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}=\frac{4}{x^2-4}$

17) $\frac{2}{x^2-3x}-1=\frac{1}{x}$

18) $\frac{2x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x-1}=1$

19) $\frac{6}{x}-\frac{2}{x+2}=\frac{4}{x^2+2x}-1$

20) $\frac{x+4}{x}-\frac{1}{x+4}=\frac{4}{x^2+4x}$

21) $x+1+2\left(\frac{x+2}{x+3}\right)=\frac{3}{x^2+3x}-\frac{1}{x}$

22) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-4}=\frac{8}{x^2-16}$

23) $\frac{x+1}{x-1}-\frac{1}{x+2}=\frac{6}{(x-1)(x+2)}$

24) $\frac{x+3}{x+1}+\frac{2(x+1)}{x-1}=\frac{8}{x^2-1}$

25) $\frac{9}{x-1}+2=\frac{1}{x+1}+\frac{18}{x^2-1}$

26) $\frac{x-1}{x+1}+2\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=\frac{8}{x^2-1}$

27) $\frac{4x-1}{x-1}-\frac{4x+1}{x+1}=\frac{9}{4}$

28) $\frac{x+5}{x-1}-\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x^2-1}$

29) $\frac{x+2}{x-2}-\frac{1}{x+2}=\frac{4}{x^2-4}$

30) $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{5}{2}$

31) $\frac{5}{1-x^2}+\frac{2x}{1-x}=\frac{3}{1+x}$

32) $\frac{x^2}{x-2}-\frac{x+8}{x+2}=\frac{16}{x^2-4}$

33) $\frac{x+1}{x}-\frac{2x}{1-x}=\frac{2}{x^2-x}$

34) $\frac{1}{x^2-x}+\frac{1}{x^2+x}=\frac{2}{x^2-1}$

35) $\frac{x^2}{5}-\frac{7}{10}+\frac{1}{2x^2}=0$

36) $\frac{x-1}{x+3}+\frac{2x+5}{x-5}=3+\frac{16}{(x+3)(x-1)}$

37) $\frac{x+2}{x+8}+\frac{2x-11}{x-7}=\frac{45}{(x-7)(x+8)}$

38) $\frac{3}{(x+2)(x-1)}+\frac{1}{(x-2)(x-1)}=\frac{4}{x^2-4}$

39) $\frac{2}{(x-3)(x-7)}+\frac{1}{(x-7)(x-9)}=\frac{1}{9-x}$

40) $\frac{x+2}{x}+\frac{2x}{x-2}=\frac{8}{x^2-2x}$

41) $1+\frac{2}{x^2-1}=\frac{1}{x^2+x}+\frac{x}{x-1}$

42) $\frac{x^2}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}=\frac{4}{(x-2)(x-1)}$

43) $\frac{x-1}{x}+\frac{x}{2-x}+\frac{1}{x^2-2x}=0$

44) $\frac{3x-7}{4x+2}=\frac{3x-14}{4x-13}$

45) $\frac{1}{2x-1}-\frac{2}{x-\frac{1}{2}}=1$

46) $\frac{3}{x-1}-\frac{2}{x+1}=\frac{2x+4}{x^2-1}$

47) $\frac{3}{1-x}-2=\frac{5}{x-3}$

48) $\frac{x}{x-2}-\frac{2}{x+1}=1$

49) $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x+1}=\frac{8}{(x-3)(x+5)}$

50) $\frac{1}{x-2}+\frac{2}{x(x+1)}=\frac{3}{(x-2)(x+1)}$

51) $\frac{9}{2x-3}-\frac{1}{2x-1}=\frac{18}{(2x-1)(2x-3)}-2$

52) $\frac{x+3}{x-3}-\frac{2}{x-1}=\frac{4}{(x-1)(x-3)}$

53) $\frac{(x-2)^2}{3}+\frac{20}{3}=\frac{(5x+4)(x-3)}{6}-\frac{(x-5)(x+4)}{2}$

54) $\frac{(5x+4)(x+2)}{2}-\frac{(x+1)(2x+3)}{4}=\frac{(x+5)(4x+114)}{8}$

55) $\frac{(x-2)^2}{3}+\frac{(2x+1)^2}{6}=\frac{(2x-3)^2}{4}-\frac{1-12x}{12}$

56) $\frac{(2x+1)(-x+3)}{9}-\frac{(3x-2)(x+5)}{6}=1-\frac{(x-1)(13x+1)}{18}$

57) $\frac{2}{x}-\frac{3}{2x+1}=\frac{1-x}{2x^2+x}$

58) $\frac{3}{2x-3}+\frac{5}{x-5}=\frac{26}{4x-1}$

59) $\frac{4}{4x+1}-\frac{2}{x+3}=-\frac{14}{3(x-2)}$

60) $\frac{x-3}{x+2}-\frac{3x+5}{2x-3}=\frac{3x+2}{6x+12}$

61) $\frac{3x-5}{x}-\frac{2x+1}{x^2+x}=\frac{3x+2}{x+1}$

62) $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x-2}=\frac{6}{5}$

63) $\frac{x^2+x+1}{x^2+1}=\frac{x+5}{x+3}$

64) $\frac{2x-1}{5x+3}-\frac{3x+4}{5x-3}=\frac{5x^2+1}{9-25x^2}$

65) $\frac{4}{1-x}+\frac{3}{x-2}=1$

66) $\frac{2x+1}{x-1}+\frac{3(1-x)}{x+1}=2$

67) $\frac{7x-3}{2-8x}-\frac{17(x+1)}{12-3x}=-1$

68) $\frac{3x^2-8x-16}{x-4}=2x$

69) $\frac{5x^2-3x-14}{-3x^2+10x-8}=0$

70) $\frac{3x-2}{2x^2-5x-3}-\frac{2x+5}{3x^2-7x-6}=0$

71) $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{2x+1}{2x^2+x-3}=\frac{2}{3(2x+3)}$

72) $\frac{1}{6-x}-\frac{1}{x^2-10x+24}=\frac{2}{x(x-4)}$

73) $\frac{x}{x+2}-\frac{5}{x^2-x-6}=\frac{5-2x}{x-3}$

74) $5\left(\frac{9}{x-5}-\frac{5}{x+5}\right)-\frac{3(6x+5)}{x^2-25}=\frac{25}{x+5}$

75) $\frac{2x}{x+10}-\frac{2(x-5)}{x+20}=\frac{160}{x+10}-\frac{150}{x+20}$

76) $4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-25\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+34=0$

77) $\frac{4}{x+2}+\frac{1}{x-3}=\frac{30}{x^2-x-6}$

78) $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{4}{x+1}\left(\frac{1}{x-1}+1\right)$

79) $3x-\frac{1}{x-2}=\frac{x-1}{2-x}$

80) $\frac{x^2-3x}{x-2}+\frac{2x+3}{x+1}+\frac{6}{(x+1)(x-2)}=0$

81) $\frac{x-1}{x+3}-3=\frac{16}{(x-1)(x+3)}-\frac{2x+5}{x-1}$

82) $\frac{1}{x+2}-\frac{4}{x^2-4}=1-\frac{1}{x-2}$

83) $\frac{4}{x+3}+\frac{7}{x-1}+\frac{11}{x(x+3)}=\frac{28}{(x-1)(x+3)}$

84) $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}=\frac{2}{x(x+3)}$

85) $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-1}=\frac{-2}{x^2-1}$

86) $\frac{2x-1}{x^2-x}+\frac{2x+1}{x^2+x}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-1}$

87) $\frac{x-5}{3x+5}+\frac{4x}{6x-5}=\frac{25}{(3x+5)(6x-5)}$

88) $\dfrac{2x+1}{x^2+x}+\dfrac{2x+3}{(x+1)(x+2)}=\dfrac{x^2+4x+2}{x^2+2x}$

89) $\left(\dfrac{x+1}{x-3}\right)^2-5\left(\dfrac{x+1}{x-3}\right)+6=0$

90) $\left(\dfrac{x^2+1}{x-2}\right)^2-8\left(\dfrac{x^2+1}{x-2}\right)-20=0$

Exercice n°53

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $|5x+2|=0$
2) $|x-5|=x$
3) $|x|+|x-1|=0$
4) $|x+3|=-x^2+x-1$
5) $|x-5|+|x^2-25|=0$
6) $(x-1)^2+|x^2-1|=0$
7) $2|x-1|=4-x$
8) $2x-1+|x-2|=0$
9) $2|x-2|=x-5$
10) $2|x+2|+|x-1|=9$
11) $x^2+2x-5=|x+1|$
12) $x^2+2x-5=4|x+1|$
13) $x^2-x-4=|3x+1|$
14) $|x^2+x-1|=3-x$
15) $x^2-|x-3|=0$
16) $|x-5|-|x^2-25|=0$
17) $2x+5=|x-2|$
18) $5x-2+3|x-2|=0$
19) $|x+1|+|x-1|=2-x$
20) $|x+1|+|x-2|=3$
21) $x^2-2|x|-15=0$
22) $3x^2-|2x-3|+1=0$
23) $3x^2-9x+|x-4|-1=0$
24) $2x^2+|x+3|+8x-8=0$
25) $x^2-2x-14=|2x-2|$
26) $x^2-4x+1=|2x-4|$
27) $|x^2+x+1|=1-x$
28) $|x^2+x-1|=-5$
29) $x^2+|x|-1=0$
30) $2x^2-6x-|x-2|+3\geq 0$
31) $-x^2+|x-1|+3x+6>0$
32) $|x^2-2x+15|\leq 33$
33) $|-3x^2+x-7|\leq 9-2x$

Exercice n°54

justifiera les réponses.

1. Un trinôme, qui a pour discriminant -4, est strictement négatif sur $\mathbb{R}$.
2. Un trinôme, qui a pour discriminant -3 et vaut 1 en 0, est strictement positif sur $\mathbb{R}$.
3. Le trinôme $3x^2-6x$ est strictement négatif sur $]0\,;2[$.
4. Le trinôme $(x-3)^2+2$ atteint son maximum en 3 ; ce maximum vaut 2.
5. La parabole de sommet $S(2\,;-2)$ passant par $A(0\,;-3)$ a pour équation : $y=-x^2+4x-3$.
6. Une forme factorisée de $-3x^2-7x+6$ est $(x+2)(3-5x)$.

Exercice n°55

Pour chacun des cas suivants dire si l'inéquation ou équation **1** est équivalente à l'inéquation ou équation **2**. Si oui en résoudre une si non, résoudre les deux. Dans les deux cas expliquez votre réponse.

a.**1:** $(x+5)(x^2+1)<(3x-2)(x^2+1)$ **2 :** $x+5<3x-2$

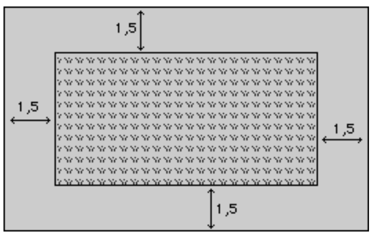
b.**1:** $(2x-3)^2=(3x-1)^2$ **2 :** $2x-3=3x-1$

c.**1:** $\sqrt{x^2+4x+4}\geq\sqrt{9x^2-6x+1}$ **2 :** $\dfrac{1}{x+2}\leq\dfrac{1}{3x-1}$

Exercice n°56

- Un massif fleuri, rectangulaire, a une superficie de 612 m^2. On trace tout autour (à l'extérieur) une allée de 1,50 m de large
- L'aire de cette allée est de 165 m^2.

Quelles sont les dimensions du massif ?



Exercice n°57

1. Résoudre les équations suivantes :

a. $(x+1)(x+2)=(x+3)(x+4)+(x+5)(x+6)$ b. $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x-2}=\frac{6}{5}$ c. $\frac{x^2+x+1}{x^2+1}=\frac{x+5}{x+3}$

2. Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(x^2-2x-3)(x^2+2x+2)<0$ b. $3x+\frac{1}{2x}\leq\frac{5}{2}$ c. $\begin{cases}-x^2+x+1>0\\ -2x+5<0\end{cases}$

d. $\frac{27x^3-20x-7}{x^5+4x}>0$ e. $\frac{4-2x^4}{-2x^3-x-18}\leq 0$ f. $\frac{x^3-5x+4}{x^4-4}\leq 0$

g. $-x^4-x^2+12=0$ h. $\frac{6}{-x^2+x-1}\geq -2$ i. $6-x^2\geq\frac{13x^2-12}{6-x^2}$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $\frac{3x+2}{x-1}=\frac{x}{x+2}$

2) $-4x^4+13x^2-3=0$

3) $3x^2-7x=0$

4) $-2x^2+8=0$

5) $2x^2+7x-9=0$

6) $-\frac{1}{2}x^2+5x-\frac{25}{2}=0$

7) $-x^2-2x+3<0$

8) $27-3x^2=0$

9) $-x^2+7x=0$

10) $2x^2-9x+10=0$

11) $x^2-x\sqrt{2}+\frac{1}{2}=0$

12) $x^2-4x+3>0$

13) $\frac{4x-x^2}{(2x+1)(27-3x)}\geq 0$

14) $6(x-1)-\sqrt{x-1}=1$

15) $\frac{3x+2}{x-1}\leq\frac{x}{x+2}$

16) $3x^2-7x>0$

17) $-4x^2+13x^2-3\geq 0$

18) $\frac{2x+1}{x-1}+\frac{x-7}{x+3}=4$

19) $\begin{cases}(2x+5)(1-x)\geq 0\\ 8x^2+10x-3>0\end{cases}$

Exercice n°58

1. Vérifier que pour tout réel x, $-4x^3-13x^2+9=(x+3)\left(3-x-4x^2\right)$.

2. En déduire alors la résolution de l'inéquation $-4x^3-13x^2+9>0$.

Exercice n°59

1) Résoudre les équations $\frac{1}{x}-1=\frac{1}{x-1}$; $\frac{1}{x}-2=\frac{1}{x-2}$; $\frac{1}{x}-3=\frac{1}{x-3}$

2) P étant un réel, discuter suivant les valeurs de p le nombre de solutions de $\frac{1}{x}-p=\frac{1}{x-p}$

Exercice n°60

$f:x\mapsto -2x^2+7x+2$

1. Donner la forme canonique du trinôme $f(x)$
2. Démontrer que ce trinôme admet un maximum et
3. donner sa valeur.
4. Donner le tableau de variation de cette fonction.
5. Tracer la courbe de la fonction *f*.

Exercice n°61

Soit le polynôme $P(x)=x^3-2x-1$. Vérifiez que −1 est racine de *P*. On pose *x*=−1+*h*. Calculez *P*(−1+*h*), factorisez *h* et déduisez en une factorisation de *P*. Que pensez vous de cette méthode ?

Exercice n°62

Soit P le polynôme défini par $P(x)=6+10x+2x^2-2x^3$.

1. Montrer que $P(x)$ est factorisable par $x+1$.
2. Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout réel x, $P(x)=(x+1)\left(ax^2+bx+c\right)$.
3. Résoudre alors l'inéquation (I) : $6+10x+2x^2-2x^3>0$.

Exercice n°63

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^2-7x-2}{x^2-4}$.

1. Vérifier que pour tout réel x différent de -2 et 2, $f(x)=1+\dfrac{3}{2-x}-\dfrac{4}{x+2}$.
2. Déterminer trois réels a, b et c tels que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;+\infty[$:

$\dfrac{1}{(1+x)^2}=a+\dfrac{bx}{1+x}+\dfrac{cx}{(1+x)^2}$.

Exercice n°64

Soit le polynôme du 3° degré $P(x)=x^3-6x^2-51x+280$.

1. Trouvez trois réels *a*, *p* et *q* tels que $P(x)=(x+a)^3+p(x+a)+q$.
2. On pose *X* = *x*+*a*. Résoudre l'équation $X^3+pX+q=0$ (on cherchera une racine simple α de l'équation puis on factorisera sous la forme ($X-\alpha$)*Q*(*X*) où *Q* est un polynôme de degré 2.
3. Factoriser alors *P*(*x*) et résoudre l'inéquation *P*(*x*)>0.

Exercice n°65

On considère les polynômes $P(x)=2x^2-x+1$ et $Q(x)=x^3+2$.

Donner l'écriture développée réduite de $f(x)=P(x)Q(x)$ et $g(x)=Q(x+1)-Q(x)$.

Exercice n°66

1) Développer l'expression $a\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2+b\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+c$
2) Justifier que si $a\neq 0$, l'équation (E) $a\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2+b\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+c=0$ est équivalente à l'équation

   (E') $ax^4+bx^3+(2a+c)x^2+bx+a=0$
3) En déduire la résolution dé l'équation $2x^4+x^3-6x^2+x+2=0$

Exercice n°67

Soit f la fonction polynôme définie par $f(x)=-x^3+8x^2-13x+2$

1) Les nombres - 1 ; 2 et $\sqrt{2}$ sont – il des racines de f ?
2) Déterminer les réels a, b et c pour lesquels $f(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$ pour tout réel x
3) En déduire les solution de l'équation $f(x)=0$ et de l'inéquation $f(x)>0$
4) Faire la représentation graphique de f avec une calculatrice ou un grapheur et vérifier graphiquement les résultats des questions précédentes. (On choisira judicieusement les unités)

Exercice n°68

Soit l'équation (E) d'inconnue réelle x.

$(E): x^4+10x^3+26x^2+10x+1=0$

1. a) Montrer que 0 n'est pas solution de (E).

b) En déduire que (E) a les mêmes solution $(E'): x^2+10x+26+\dfrac{10}{x}+\dfrac{1}{x^2}=0$

2. On pose $X=x+\dfrac{1}{x}$

a) Montrer que $x^2+\dfrac{1}{x^2}=X^2-2$

b) Montrer qu'en remplaçant $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ par X^2-2 dans (E'), on obtient l'équation :

$(E''): X^2+10X+24=0$

3. Résoudre (E'') puis en

déduire les solutions de (E).

Exercice n°69

1°) Démontrer que pour tous réels a et b on a $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

2°) Démontrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3$ est strictement croissante sur $[0;+\infty[$ 3°) Donner, en le démontrant, le sens de variation de la fonction f sur $]-\infty;0]$

4°) Justifier que pour tout réel x on a $f(-x)=-f(x)$ Que peut-on en conclure pour la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$?

5°) En utilisant une calculatrice ou un ordinateur, déterminer des valeurs approchées des solutions de l'équation $x^3=2x+1$. (Expliquer la démarche)

6°) Donner, en les justifiant, les valeurs exactes des solutions de l'équation $x^3=2x+1$.

Exercice n°70

Les fonctions polynômes $f: x \mapsto (4x-3)^2+5x-7$ et $g: x \mapsto 2\left(8x^2+1\right)-19x$ sont-elles égales ?

Exercice n°71

on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^3+7x^2+6x+9$

1) Démontrer que -3 est racine de f
2) Justifier qu'il existe un triplet (a, b, c) que l'on déterminera tel que $f(x)=(x+3)(ax^2+bx+c)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$
3) En déduire le nombre de solutions de l équation $f(x)=0$

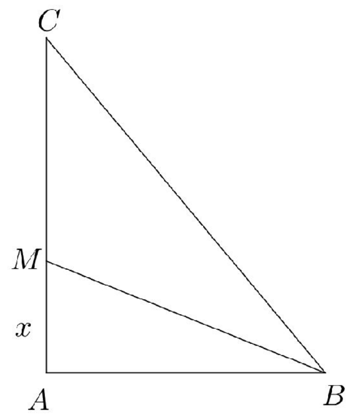
Exercice n°72

Déterminer la forme développée, réduite et ordonnée suivant les puissances décroissantes de *x* les polynômes suivants :

$\mathrm{A}(x)=\left(x^2-1\right)^2-\left(x^2+x\right)^2$; $\mathrm{B}(x)=(x+2)^3(x-2)$; $\mathrm{C}(x)=(5-x)^3(x+5)^2$; $\mathrm{D}(x)=\left(x^5-1\right)^2\left(x^5+1\right)^2$;

$\mathrm{E}(x)=\left(x^2+\sqrt{2}x+1\right)\left(x^2-\sqrt{2}x+1\right)$.

Exercice n°73



Soit ABC un triangle rectangle en A tel que
$AB = c$ et $AC = b$.
On place sur [AC] le point M tel que la longueur
BM soit égale à la demi-somme des longueurs AM et AC. On pose $AM = x$.

1. Montrer que x est solution de l'équation : $3x^2 - 2bx - 4c^2 - b^2 = 0$
2. Déterminer x pour $c = 4$ et $b = 7$ puis vérifier que $BM = \frac{1}{2}(AM + AC)$.

Exercice n°74

1°) On considère la fonction *f* définie par $f(x) = \left(\sqrt{x^2+1} - 1\right)^2 + \left(\sqrt{x^2+1} + 1\right)^2$.

La fonction *f* est-elle une fonction polynôme ?

2°) Même question avec la fonction *f* définie par $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$.

Exercice n°75

On considère le polynôme $f(x) = (x+1)^{2n} - x^{2n} - 2x - 1$ où *n* est un entier naturel quelconque non nul.

Vérifier que 0, -1 et $-\frac{1}{2}$ sont racines de $f(x)$.

Exercice n°76

On considère le polynôme $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 8x + 15$.

1°) Déterminer une racine « évidente » de $f(x)$.

2°) En déduire une factorisation de $f(x)$.

On veillera à rédiger très soigneusement.

3°) Déterminer les racines de $f(x)$.

Exercice n°77

On considère la fonction *f* définie par $f(x) = \frac{1}{(x-2)(x+3)}$.

1°) Donner l'ensemble de définition ***D*** de *f*.

2°) Déterminer deux réels *a* et *b* tels que $\forall x \in \boldsymbol{D}$ $f(x) = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+3}$.

Exercice n°78

On considère un cube d'arête *x* exprimée en centimètres.
Si on augmente les arêtes du cube de 3 cm alors son volume augmente de 1413 cm^3.
Déterminer *x*.

Exercice n°79

Déterminer trois réels a,b et c tels que l'on ait, pour $x \neq -3$, $\frac{5x^2 + 29x + 46}{(x+3)^2} = a + \frac{b}{x+3} + \frac{c}{(x+3)^2}$

En résolvant un système

Exercice n°80

Soit *f* la fonction polynôme définie par : $f(x) = -4x^3 + ax^2 + bx + c$ où *a*, *b* et *c* sont trois réels.

1. Déterminer *a*, *b* et *c* sachant que –1 et 2 sont des racines de *f*(*x*) et que la courbe représentative de *f* passe par le point *A*(0 ; 4).

2. a. Montrer que $f(x) = 2(x+1)(-2x^2 + 3x + 2)$.

b. Résoudre l'équation *f*(*x*) = 0 puis *f*(*x*) < 0.

Exercice n°81

Soit

$P(x) = x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 60x + 100$

a. Vérifier que $P(x) = \left(x^2 + 3x - 10\right)^2$

b. Résoudre *P*(*x*) = 0.

c. Simplifier $f(x) = \dfrac{x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 60x + 100}{x^3 + 6x^2 + 6x + 5}$

d. Résoudre *f*(*x*) < 0.

Exercice n°82

1. Factoriser le trinôme $x^2 - x - 12$.

2. Déterminer les réels *a* et *b* tels que le polynôme $f(x) = 2x^4 - 4x^3 - 33x^2 + ax + b$ soit divisible par $x^2 - x - 12$. Résoudre alors l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice n°83

On veut déterminer les réels *a* et *b* de sorte que le polynôme $P(x) = ax^6 + bx^5 + 1$ soit divisible par $\left(x+1\right)^2$ (dire qu'un polynôme *Q*(*x*) divise un polynôme *P*(*x*) revient à dire que *Q*(*x*) peut se mettre en facteur dans *P*(*x*)).

1. Montrer que si (*x*+1) divise *P*(*x*), alors $P(x) = a(x^6 + x^5) + x^5 + 1$.

2. Déterminer la factorisation de x^5+1 par *x*+1. En déduire la factorisation de *P*(*x*) par (*x*+1).

3. Déterminer alors la valeur de *a* puis celle de *b*. Effectuer enfin la factorisation de *P*(*x*) par $\left(x+1\right)^2$.

Exercice n°84

Soit l'inéquation $3x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 7x + 3 > 0$. En faisant le changement de variable $X = x + \dfrac{1}{x}$, montrer que cette inéquation est équivalente à l'inéquation $(x^2 - 2x + 1)(3x^2 - x + 3) > 0$. Résoudre.

Exercice n°85

Soit P le polynôme défini sur IR par : $P(x) = \left(\sqrt{3} - 2\right)x^2 + \left(4 - 2\sqrt{3}\right)x + \sqrt{3}$

1) a) Vérifier que $-\sqrt{3}$ est une racine de P.

b) Déterminer alors l'autre racine de P.

2) a) Quelle est le signe de $\sqrt{3} - 2$?.

b) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $P(x) > 0$.

Exercice n°86

On considère l'équation $(m+1)x^2 - (m+3)x + 3 - m = 0$

1) Etudier suivant les valeurs de m l'existence et le signe des racines x_1 et x_2

2) Etablir la relation indépendante de m qui existe entre x_1 et x_2. En déduire la valeur x_2 de quand $x_1 = -2$. vérifier en calculant m , puis x_1 et x_2

3) Déterminer m de façon que l'on ait : $5x' = -3x''$

Exercice n°87
Pour résoudre les équations du 3° degré, une idée a été de poser *x = u+v* où *u* et *v* sont deux nombres inconnus…
1. Soit l'équation $x^3+ax^2+bx+c=0$. Montrer que cette équation se ramène à l'équation

(E) $X^3+pX+q=0$

en posant $x=X+\alpha$; on exprimera α en fonction de *a.*
2. On pose $X=u+v$ avec $uv=-\frac{p}{3}$. Montrer que $U=u^3$ et $V=v^3$ sont les racines d'une équation du second degré dont on précisera les coefficients en fonction de *p* et *q*.
3. A quelle condition sur *p* et *q* a-t-on des racines réelles ? Dans ce cas comment trouve-t-on une des racines de (E) ?
4. Appliquer cette méthode à l'équation $X^3+3X+2=0$

Exercice n°88
1) Résoudre dans R l'équation : $x^4-20x^2+64=0$
2) Résoudre dans R l'inéquation : $\frac{x+1}{x-3}\leq 3$
3) On considère le polynôme $P(x)=x^3-7x^2-14x+48$
a) Vérifier 2 est une racine de P(x).
Factoriser P(x) puis résoudre dans R l'inéquation P(x)>0.

Exercice n° 89
Soit a un nombre réel. On étudie le système linéaire suivant. $(S_a):\begin{cases}x-2y+3z=2\\x+3y-2z=5\\2x-y+az=1\end{cases}$
1. En fonction des valeurs du paramètre a , déterminer si le système (S_a) peut :
   a. N'admettre aucune solution.
   b. Admettre exactement une solution
   c. Admettre une infinité de solutions
2. Résoudre le système (S_a) : lorsque celui – ci admet une (des) solution (s).

Exercice n°90
Soit a b et c trois nombres réels.
a) Quelle relation doit satisfaire les paramètres a, b et c pour que le système (S) suivant ait au moins une solution ? $(S):\begin{cases}x+2y-3z=a\\2x+6y-11z=b\\x-2y+7z=c\end{cases}$
b) Le système (S) peut – il avoir une unique solution ?

Exercice n°91
En appliquant l'algorithme de GAUSS, résoudre le système suivant : $\begin{cases}2x+4y-6z-2t=2\\3x+6y-7z+4t=2\\5x+10y-11z+6t=3\end{cases}$

Exercice n°92
Dans un pavé, les trois faces distinctes ont pour périmètres respectifs 40 cm, 46cm et 48 cm. Calculer les longueurs des arêtes de ce pavé

Exercice n°93

1) Résoudre suivant les valeurs de m les systèmes suivants

a. $\begin{cases} x+(m+1)y=m+2 \\ mx+(m+4)y=3 \end{cases}$

b. $\begin{cases} mx+(m-1)y=m+2 \\ (m+1)x-my=5m+3 \end{cases}$

2) On considère un réel m et l'équation $(E):(m-1)x^2+2(m-2)x+m-3=0$

a) Etudier l'existence et le signe des racines de l' équation (E).

b) Déterminer l'ensemble G1des réels m pour lesquels l'équation (E) admet deux racines x' et x'' qui vérifient : $\frac{1}{x'}+\frac{1}{x''}=2$

Exercice n°94

Dans chacun des cas ci-dessous, déterminer les réels a, b et c de sorte que le polynôme $P:x\mapsto P(x)=ax^2+bx+c$ satisfasse aux conditions indiquées.

a) P(0) = -2 ; P(1) = -1 ; P(5) = 1 ;
b) P(1) = P(3) = 4 ; P'(1) = -2 ;
c) La courbe représentative de P passe par l'origine du repère et admet pour sommet le point A(1, -3).
d) La courbe représentative de P est symétrique par rapport à (Oy) et passe par le point A(1, -5) où elle admet une tangente de coefficient directeur -6.

Exercice n°95

Etudier suivant la valeur du paramètre m l'existence et le signe des racines des équations suivantes

1) $x^2-2(m+1)x+3m-5=0$
2) $(m+1)x^2-2mx+m-3=0$
3) $(m-6)x^2-4x(m-1)+m-3=0$
4) $(m-1)x^2-(m-3)x-(m+3)=0$
5) $(m+1)x^2-4x-2(2m+1)=0$
6) $(3m-2)x^2-2(5m-2)x+3(2m+1)=0$
7) $x^2-4(m+3)x+6(m^2-5m+6)=0$
8) $2x^2+2(m+1)x+m^2+m-12=0$
9) $x^2-2(m-2)x+2m^2-15m-8=0$

Exercice n°96

Déterminer m de façon que les inégalités suivantes soient vérifiées quel que soit x

1) $x^2-(3m-2)x+2m^2-5m-2>0$
2) $mx^2+4(m+1)x+m-5<0$
3) $(m+1)x^2-2(m-1)x+3m+6>0$
4) $(2m-1)x^2-2x+4m-3<0$

Exercice n°97

Quelles valeurs faut – il donner à m pour que les équations aient deux racines positives

1) $x^2-2(m-1)x-3m+7=0$
2) $(m+1)x^2-(m+3)x+3-m=0$
3) $mx^2-(6m-8)x+4m-3=0$
4) $(m-3)x^2+(m+3)x-m-1=0$
5) $x^2-(4m+2)x+6m^2-5m+1=0$
6) $(m-1)x^2-2(m+1)x+2m+5=0$

Exercice n°98

Déterminer m pour que les équations suivantes aient deux racines satisfaisant à la disposition indiquée

	Equation	Disposition
1.	$mx^2-2(m-1)x-(m+1)=0$	$0<x_1<2<x_2$
2.	$(m-2)x^2-2mx+2m-3=0$	$-1<x_1<4<x_2$
3.	$x^2+2(m+1)x+1=0$	$0<x_1<x_2<3$
4.	$x^2-2(m+1)x+m^2+1=0$	$1<x_1<x_2<5$

Exercice n°99

Etudier suivant les valeurs de m la position des nombres donnés par rapport aux racines des équations suivantes

	Equation	Nombre donné
1.	$x^2+(m+4)x+m+7=0$	**2**
2.	$mx^2+2(3m-2)x+4m-3=0$	**-1**
3.	$(m+1)x^2-2(m+2)x+2m=0$	**1**
4.	$(2m+1)x^2+2x+m+1=0$	**0 et 4**
5.	$(3m-2)x^2-2(5m-2)x+3(2m+1)=0$	**1 et 3**
6.	$3x^2-2(m+2)x+m^2-6m+8=0$	**1 et 4**
7.	$(m+2)x^2-12x+2(m-5)=0$	**1 et 5**
8.	$x^2-2(m+1)x+5m+1=0$	**3**
9.	$mx^2-2(m+1)x+m+5=0$	**0 et 2**

Exercice n°100

1) Un terrain rectangulaire a pour périmètre 160m et pour aire 1564m^2.
   Déterminer les dimensions de ce terrain.
2) Résoudre dans R^3 le système d'équations linéaires suivant d'inconnue (x, y, z) :

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+4z=8 \\ x+3y+9z=27 \end{cases}$$

Exercice n°101

1. Le périmètre d'un rectangle est de $34cm$ et ses diagonales mesurent $13cm$.
Calculer les dimensions de ce rectangle.

2. (a) Résoudre dans R l'équation $x^2+4x-480=0$

(b) Un groupe de jeunes du quartier Mvog-Ambiance organise une excursion pendant les vacances. Pour cela, ils louent un car de 120 000F. Au départ du car, 4 nouveaux jeunes s'ajoutent et chacun doit payer 1000F de moins. Détermine le nombre de jeunes qui participent à l'excursion et la somme à payer par chacun

Exercice n°102

1. Soit l'équation (E_m): $x^2+2(1+2m)x+3+4m=0$ où x est l'inconnue et m un paramètre réel.

- Étudier suivant les valeurs de m , l'existence des racines de l'équation (E_m).
- Montrer que lorsqu'elle existent, les racines x' et x'' vérifient une égalité indépendante de m .
- Exprimer en fonction de m la somme $x'^2+x''^2$.
- Déterminer m pour que les racines vérifient l'égalité $x'=3x''$.

2. On considère le système (S) $\begin{cases} x+2y+3z=7 & L1 \\ 2x+3y+4z=11 & L2 \\ x-y-z=0 & L3 \end{cases}$

   - Échelonner (triangulariser) le système (S)
   - En déduire la solution de ce système.

Exercice n°103

Un agriculteur désire créer une plantation de $4ha$, $(1ha=10.000m^2)$ de forme rectangulaire, qu'il entourera de fil barbelé dont le mètre coûte 1700 F.

1. Exprimer la relation entre la longueur x et la largeur y de ce terrain.
2. Quelle est l'expression du périmètre en fonction de x .
3. Exprimer le coût de la clôture en fonction de cette longueur.
4. Pour quelle longueur le coût de la clotûre est - il minimum? Quel en est le montant?

Exercice n°104

1) Résoudre dans R l'équation :$x^2-20x-384=0$
2) Un commerçant a acheté un rouleau de tissu à 14 400F. Il revend une partie à 16 800F et réalise un bénéfice de 150F par mètre de tissu. Sachant qu'il lui reste 4m de tissu, déterminer clairement la longueur du tissu acheté.

Exercice n°105

Pour récolter ses raisains qui commencent à mûrir, un vigneron doit recruter un nombre x de personnes qu'il emploiera à la cueillette. Ces personnes sont chacune rémunérée à raison de 3 dollars la journée. Le nombre de jour de travail est inversement proportionnel au nombre de travailleurs et pour 10 travailleurs, la cueillette dure 120 jours. De plus, le transport des employés de la vigne en ville coûte chaque jour 9 dollars en carburant. Aussi le vigneron doit verser, pour toute la durée du contrat, pour chaque employé 1 dollar à la compagnie d'assurance.

1. Ecrire la relation donnant le nombre de jours de travail en fonction du nombre x de travailleurs.
2. Quelle est l'expression de x en fonction de la dépense totale induit par cette activité.

En supposant que cette expression soit : $\dfrac{x^2+3600x+10800}{x}$

3. Vérifier cette solution pour $x=10$ travailleurs.
4. Combien de personnes le vigneron gagnerait - il à employer? Justifier clairement en précisant le nombre de jours et le total des frais résultants.

Exercice n°106

Réaliser la factorisation des polynômes suivants en produit de facteurs du premier degré :

1) $2x^3-2x^2-x+1$
2) x^3+2x^2-2x-4
3) $2x^3+3x^2-4x+1$
4) $-x^3-4x^2-3x+2$
5) $-2x^3-2x^2+3x+1$
6) x^3+3x^2-2

Exercice n°107

1°) Résoudre dans IR l'équation $4X^2+5X-6=0$

2°) En déduire les solutions dans IR de l'équation $4x^4+5x-6=0$ Vérifier les résultats avec un logiciel de calcul formel ou en représentant graphiquement avec une calculatrice la fonction f définie $f(x)=4x^2+5x-6=0$.

3°) Résoudre dans IR l'équation $x^4-14x^2+1=0$

Calculer $\left(2+\sqrt{3}\right)^4-14\left(2+\sqrt{3}\right)^2+1$. Que peut-on en déduire ?

Calculer $\left(2+\sqrt{3}\right)^2$. Conclure.

4°) Montrer que si un trinôme du second degré ax^2+bx+c deux racines x_1 et x_2,

alors $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ et $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$

5°) Montrer qu'un trinôme du second degré ax^2+bx+c pour lequel a et c sont de signes contraires a nécessairement deux racines et que ces deux racines sont de signes contraires.

6°) On considère l'équation $x^4+3x^2-7=0$ d'inconnue réelle x. En utilisant les résultats précédents et sans faire de calculs, donner le nombre de solutions de l'équation. Que peut-on dire du signe de ces solutions et de leur somme ?

Exercice n°108

On considère un carré ABCD de coté 10. M est un point de la diagonale [AC]. I, J, K et L sont les projetés orthogonaux du point M sur les cotés [AB], [BC], [CD]et [DA]. On note x la distance MI.

1°) Exprimer, en fonction de x, l'aire $S_1(x)$ du carré MLAI et l'aire $S_2(x)$ du carré $MKCJ$.

2°) Justifier que S_1 est une fonction croissante et S_2 une fonction décroissante.

3°) Déterminer la valeur de x pour laquelle $S_2(x)=2S_1(x)$

4°) On considère la fonction K définie par : $K(x)=S_1(x)+S_2(x)$. Tracer en donnant toutes les justifications nécessaires la représentation graphique de K. Préciser le minimum de K.

5°) Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles on a $K(x)\le 75$. Vérifier sur le graphique le résultat obtenu.

Exercice n°109

1°) Démontrer qu'il existe une et une seule fonction trinôme du second degré f, dont la courbe passe par le point $A(0;1)$ et a pour sommet $S\left(1;\frac{1}{2}\right)$

2°) Tracer la parabole P d'équation $y=\frac{1}{2}x^2-x+1$.On considère la droite d passant par $B(0;-1)$ et de coefficient directeur m ($m\in\mathbb{R}$). Pour quelles valeurs de m la droite (d) a-t-elle un unique point commun avec la parabole P?

Exercice n°110

On considère les fonctions f; g; h et t définies sur IR par : $f(x) = x^2 - x$; $g(x) = x^2 + x + 1$;
$h(x) = -2x^2 + 3x + 5$; $t(x) = 4x^2 - 4x - 1$

1°) Résoudre les équations et inéquation : $f(x) = 0$; $h(x) = 0$; g(x)> 0

2°) Si c'est possible, donner une factorisation de $t(x)$

3°) Déterminer $g(f(x))$ et $f(g(x))$.

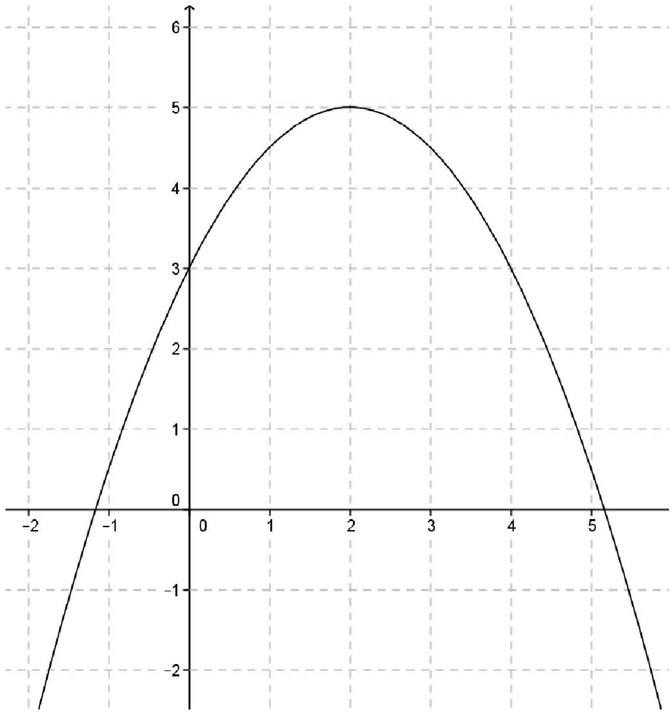
4°) En déduire le signe de $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 1$ suivant les valeurs de x.

Exercice n°111

Les deux questions sont indépendantes

1°) f est une fonction trinôme du second degré dont la représentation graphique est donnée ci-contre. Déterminer, en utilisant les données du dessin, l'expression de $f(x)$.

2°) Représenter sur le même dessin la représentation graphique de la fonction g définie par : $g(x) = 2x^2 - 3x + 1$ On expliquera le tracé.



Exercice n°112

1°) a) Déterminer les racines du trinôme $-x^2 + 4x + 5$

b) Déterminer les racines du trinôme $2x^2 - 4x - 2$

2°) On considère la fonction définie par : $\dfrac{2x^2 - 4x - 2}{-x^2 + 4x + 5}$

a) Donner l'ensemble de définition de f.

b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$

c) Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$

d) Résoudre l'équation $f(x) = -2$

Exercice n°113

1°) Résoudre l'équation $8x^2 - 18x - 11 = 0$

2°) En déduire les solutions des équations $8x^4 - 18x^2 - 11 = 0$ et $8x - 18\sqrt{x} - 11 = 0$

3°) Résoudre les inéquations $8x^4 - 18x^2 - 11 \geq 0$ et $8x - 18\sqrt{x} - 11 \geq 0$

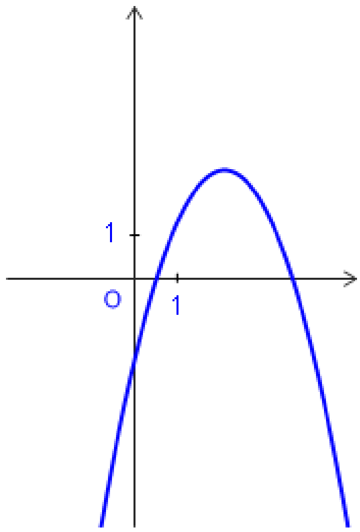
4°) Montrer que les équations $8x^4 - 18x^3 + 5x^2 - 18x + 8 = 0$ et $8\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 - 18\left(x + \dfrac{1}{x}\right) - 11 = 0$ sont équivalentes. En déduire la résolution de l'équation $8x^4 - 18x^3 + 5x^2 - 18x + 8 = 0$

Exercice n°114

1. Déterminer un nombre entier n racine du polynôme $x^3 - 150x + 500$
2. Monter que pour tout réel x, $x^3 - 150x + 500 = (x - n)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des réels à déterminer.
3. En déduire les solutions de l'équation $x^3 - 150x + 500 = 0$

Exercice n°115

On considère une fonction trinôme du second degré, f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ Son discriminant est noté Δ . La représentation graphique de f est donnée ci-contre. En utilisant cette représentation graphique, choisir, pour chacune des questions la seule réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse juste donne un point, une réponse fausse enlève un demi - point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.



a est :	☐ Strictement positif	☐ Strictement négatif	☐ On ne peut pas savoir
b est :	☐ positif ou nul	☐ Strictement négatif	☐ On ne peut pas savoir
c est :	☐ positif ou nul	☐ Strictement négatif	☐ On ne peut pas savoir
Δ est :	☐ Strictement positif	☐ négatif ou nul	☐ On ne peut pas savoir
$a+b+c$ est :	☐ Strictement positif	☐ négatif ou nul	☐ On ne peut pas savoir

Exercice n° 116

Résoudre l'équation : $\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\cdots+\frac{1}{x^8}=0$

Exercice n°117

A. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $\begin{cases} a^2+b^2-c^2=0 \\ ab=60 \\ a+b+c=30 \end{cases}$

B. ABC est un triangle rectangle en C tel que : AB = c ; AC = b et BC = a
Ce triangle a pour périmètre 30 m et pour aire 30m².
Quelles sont les dimensions de ce triangle.

Exercice n°118

Résoudre les inéquations suivantes

1) $\frac{1}{x}\leq\frac{1}{\sqrt{2-x}}$

2) $(1-x)\sqrt{5+x}<(1+x)\sqrt{5-x}$

3) $\frac{3}{x-1}\leq\sqrt{x+3}$

4) $\frac{x-2}{x+2}\geq-2+\sqrt{-x}$

5) $\sqrt{x^2+21x+100}\leq 10$

6) $\frac{1}{1+x}<\frac{1}{|1+x|}$

7) $\sqrt{2x^3-2x^2+4}<|x^2+x|$

8) $\sqrt{\frac{6x-11}{3x-2}}\leq\frac{1}{x}$

9) $\frac{x+\sqrt{3x+10}}{x-\sqrt{3x+10}}\leq\frac{x+1}{x-1}$

10) $\frac{2x^2-x-3}{3x^2-2x-5}\leq 5$

11) $\left(\frac{3-2x}{x-1}\right)^2\leq\left(\frac{6-5x}{x+2}\right)^2$

12) $(x-1)\sqrt{x+4}\leq 2-4x$

13) $(m+1)x^2<(m-1)(2x-3)$

14) $|x-2|-|x-1|\geq|x+1|-5$

15) $\frac{1}{x^2-4x+3}\leq\frac{2}{x^2-4x+4}$

16) $\frac{x-2}{\sqrt{x^2-5x+6}}\leq\frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x-4}$

17) $\frac{\sqrt{x^3(x-1)}}{x}\leq\frac{3}{8}$

18) $\frac{2x}{a-2}+x<\frac{a-2}{2}$

19) $\frac{1}{x(x-1)}\leq\frac{1}{\sqrt{x(x+9)}}$

20) $|2-2x|<|x^2-1|$

21) $\frac{\sqrt{x^3-2x^2+x}}{2-x}\leq\frac{1}{\sqrt{x}}$

22) $\sqrt{\frac{x}{x^2-1}}\leq\frac{1}{\sqrt{1-x}}$

Exercice n°119

Résoudre les équations suivantes :

1) $\sqrt{x-2}=4$
2) $\sqrt{x-3}=2$
3) $5+\sqrt{1-x}=1$
4) $\sqrt{x-3}-2x=0$
5) $x+\sqrt{x-1}=13$
6) $\sqrt{x^2+1}=x+3$
7) $\sqrt{x^2-4x+4}-|x|=0$
8) $\sqrt{x-3}=\sqrt{2x-2}-2$
9) $\sqrt{x^2-1}=x+2$
10) $\sqrt{x^2-4}=\frac{1}{2}x-1$
11) $\sqrt{2x-1}-\sqrt{x+3}=9$
12) $\sqrt{7x+29}=x+5$
13) $2+\sqrt{2x+4}=x$
14) $\sqrt{3x-1}=\sqrt{x+1}$
15) $x+\sqrt{x^2-1}=\sqrt{4x^2+4x-1}$
16) $\sqrt{2x+9}=x+3$
17) $\sqrt{x^4+1}=x^2+x+1$
18) $\sqrt{2x-2}=x+3$
19) $\sqrt{x+a}=x+a$
20) $\sqrt{-2x-1}-x=8$
21) $\sqrt{4x+1}=4-\sqrt{x-1}$
22) $2x+\sqrt{6x+6}=4$
23) $\sqrt{2x^2+2}=2x+2$
24) $\sqrt{4x+1}=4-\sqrt{x-1}$
25) $\sqrt{x-3}=3-\sqrt{x}$
26) $\sqrt{2x+3}=2x+3$
27) $x+\sqrt{5x+10}=8$
28) $x-\sqrt{7-x}=3$
29) $\sqrt{x+5}-\sqrt{x+2}=1$
30) $\sqrt{x+2}=\sqrt{3x-5}+1$
31) $\sqrt{2x-1}=\sqrt{x+1}$
32) $\sqrt{x^2+3}=\sqrt{x+2}$
33) $\sqrt{1-x^2}=x$
34) $\sqrt{x^2+5}=x+1$
35) $\sqrt{x^2+5x+3}=2x+1$
36) $\sqrt{2-x}=\sqrt{-3x+5}+1$
37) $\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x-\sqrt{x}}=2$
38) $x+\sqrt{5x+10}=8$
39) $\sqrt{169-x^2}=x-17$
40) $x-\sqrt{7-x}=3$
41) $\sqrt{x+5}-\sqrt{x+5}=1$
42) $\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-1}=2$
43) $\sqrt{x-3}=3-\sqrt{x}$
44) $3x^2-3x-4\sqrt{x^2-x+3}=6$
45) $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{x}$
46) $\sqrt{8-x}=1-2x$
47) $x+5\geq\sqrt{x+11}$
48) $x+5<\sqrt{x+11}$
49) $\sqrt{4x-1}-\sqrt{9-4x}<1$
50) $\sqrt{x^2+3x-4}-x>1$
51) $2x+\sqrt{6x+6}<4$
52) $x-2<\sqrt{x+1}$
53) $x+1\geq\sqrt{x^2+2x}$
54) $1+\sqrt{x^2+3x}<5$
55) $2x-5>\sqrt{x^2+x+1}$
56) $x+1\leq\sqrt{x+2}$
57) $\sqrt{x+1}<3-x$
58) $x+3>\sqrt{x+1}$
59) $\sqrt{2-x}>x+4$
60) $\sqrt{2x-1}>\sqrt{x-4}$
61) $\sqrt{2x-1}>\sqrt{4-x}$
62) $\sqrt{17x+64}-(x+8)=0$
63) $\sqrt{x^2+2x-3}<2x+1$
64) $x-4<\sqrt{x^2-4}$
65) $2-\sqrt{2x^2-5x+2}\leq x$
66) $x\leq 2+\sqrt{x^2-8x+4}$

Exercice n°120

1) En utilisant la méthode du pivot de GAUSS, déterminer le triplet (x,y,z) de ^{3} solution du système $(S):\begin{cases} x+y+z=640 \\ 12x+7y+28z=6720 \\ 4x+5y+7z=3000 \end{cases}$

2) Une automobiliste effectue un trajet de 640km en 8h. Il consomme 60l d'essence. Ce trajet comporte des parties de route, d'autoraoute, et des traversées en montagne. On donne le tableau suivant:

Qualité du trajet	Route	Autoroute	Montagne
Vitesse moyenne en km/h	70	120	30
Consommation moyenne d'essence en l/100km	08	10	14

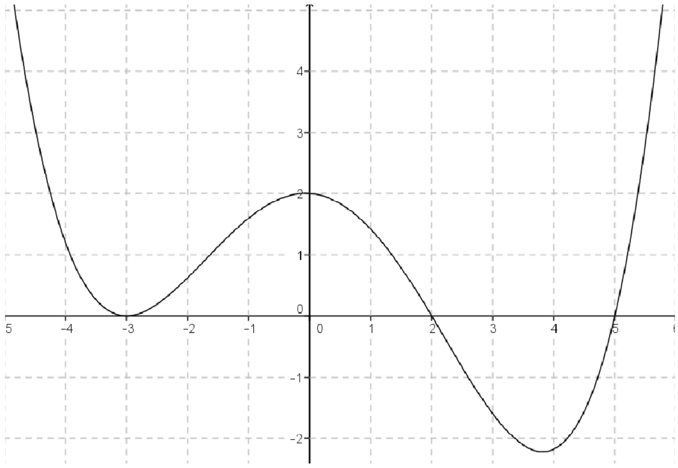
Calculer les distances x, y et z en km parcourus respectivement sur toute, autoroaute et montagne.

Exercice n°121

On a demandé à un élève de définir la fonction représentée ci-contre.

Il a répondu qu'il s'agissait de la fonction f définie par $f(x)=\frac{1}{30}(x+3)(x-2)(x-5)-1$

Donner au moins 3 raisons qui permettent d'affirmer que cette réponse est fausse.



Exercice n°122

La courbe ci-contre représente l'une des fonctions suivantes :

$f_1(x)=\frac{1}{10}(x-3)(x+2)(x^2+x+1)$

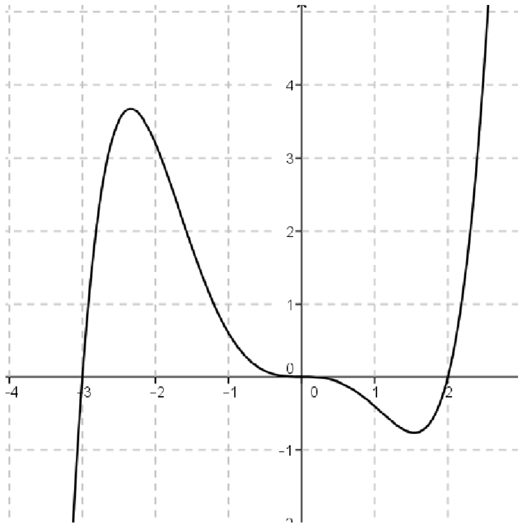
$f_2(x)=\frac{1}{10}(x+3)(x-2)(x^2-2x+1)$

$f_3(x)=\frac{1}{10}(x+3)(x-2)(2x^2-2x+1)$

$f_4(x)=\frac{1}{10}(x+3)(x^2-2x)$

$f_5(x)=\frac{1}{10}(x+3)(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$

$f_6(x)=\frac{1}{10}(x+3)(x^4-2x^3)$



Indiquer quelle est la fonction représentée par la courbe en donnant pour la fonction retenue au moins trois raisons qui justifient votre choix. Pour chacune des autres fonctions, donner au moins une raison pour laquelle elle ne peut pas être représentée ici.

Exercice n°123

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-4x+1$.

1*. **Etude de la fonction f**.*

(a) Etudier le signe de f.

(b) Dresser le tableau des variations de la fonction f.

(c) Tracer la courbe représentative $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

2. Pour tout nombre réel m, on considère la droite $(\mathcal{D}_m)$ d'équation $y=-2x+m$.

(a) Tracer dans le repère précédent : $(\mathcal{D}_0)$, $(\mathcal{D}_{-3})$, $(\mathcal{D}_2)$.

(b) Discuter graphiquement le nombre de point d'intersection entre $(\mathcal{D}_m)$ et $(\mathcal{C}_f)$ suivant la valeur de m.

(c) Discuter, maintenant algébriquement, le nombre de points d'intersection entre $(\mathcal{D}_m)$ et $(\mathcal{C}_f)$.

(d) Donner les coordonnées du point d'intersection dans le cas où il est unique.

Exercice n°124

Soit $P(x)=x^4+(k-5)x^3+(6-6k^2-5k)x^2+6k(5k+1)x-36k^2$

1. Trouver les valeurs de k pour que 0 soit une racine évidente de P .
2. Trouver les valeurs de k pour que 1 soit une racine évidente de P .
3. Trouver les valeurs de k pour que -1 soit une racine évidente de P .
4. 2 est-il une racine évidente de P ?
5. Démontrer que 3 est une racine évidente de P .
6. Résoudre $P(x)=x^4+(k-5)x^3+(6-6k^2-5k)x^2+6k(5k+1)x-36k^2=0$

Exercice n°125

On désire calculer la somme : $S_n=1\times 2+2\times 3+\cdots+n(n+1)$

1. T rouver un polynôme P de degré 3 tel $P(x+1)-P(x)=x(x+1)$ et $P(0)=0$
2. En déduire que $S_n=P(n+1)-P(n)$
3. Démontrer alors que $S_n=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$
4. Calculer S_{1000}