MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ENSEIGNEMENT GENERAL DU SECOND DEGRÉ
ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES D'AFRIQUE FRANCOPHONE
A.P.M.A.F

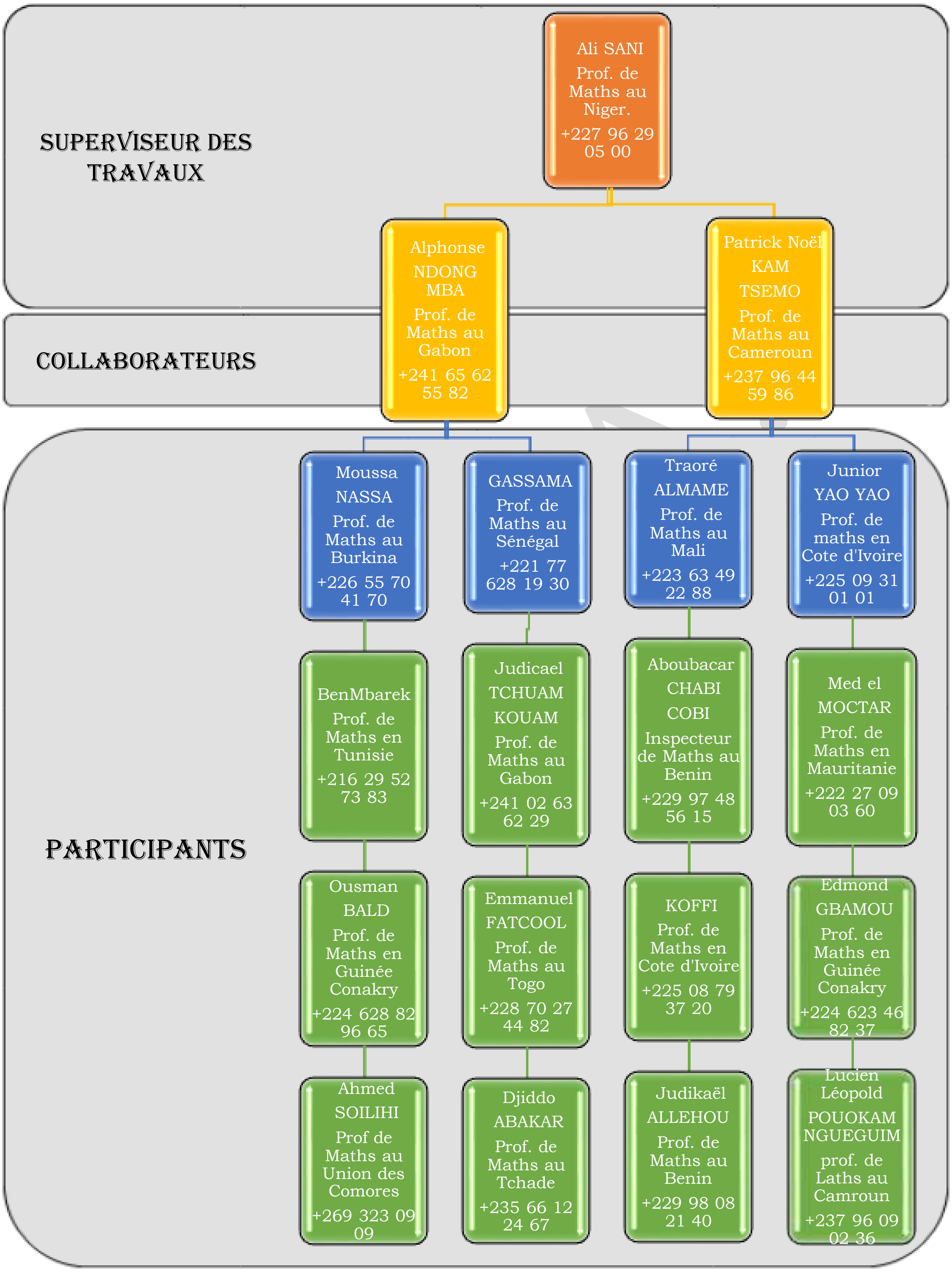
REUSSIR SON EPREUVE DE MATHEMATIQUE AU BAC

EPREUVES DE MATHEMATIQUES AUX BACCALAUREATS D'AFRIQUE FRANCOPHONE

SERIE D

TOME 1

OUVRAGE COLLECTIF AUX EDITIONS A.P.M.A.F 2020
ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES D'AFRIQUE FRANCOPHONE


SUPERVISEUR DES TRAVAUX
Ali SANI Prof. de Maths au Niger. +227 96 29 05 00
COLLABORATEURS
Alphonse NDONG MBA Prof. de Maths au Gabon +241 65 62 55 82
Patrick Noël KAM TSEMO Prof. de Maths au Cameroun +237 96 44 59 86
PARTICIPANTS
Moussa NASSA Prof. de Maths au Burkina +226 55 70 41 70
GASSAMA Prof. de Maths au Sénégal +221 77 628 19 30
Traoré ALMAME Prof. de Maths au Mali +223 63 49 22 88
Junior YAO YAO Prof. de maths en Cote d'Ivoire +225 09 31 01 01
BenMbarek Prof. de Maths en Tunisie +216 29 52 73 83
Judicael TCHUAM KOUAM Prof. de Maths au Gabon +241 02 63 62 29
Aboubacar CHABI COBI Inspecteur de Maths au Benin +229 97 48 56 15
Med el MOCTAR Prof. de Maths en Mauritanie +222 27 09 03 60
Ousman BALD Prof. de Maths en Guinée Conakry +224 628 82 96 65
Emmanuel FATCOOL Prof. de Maths au Togo +228 70 27 44 82
KOFFI Prof. de Maths en Cote d'Ivoire +225 08 79 37 20
Edmond GBAMOU Prof. de Maths en Guinée Conakry +224 623 46 82 37
Ahmed SOILIHI Prof de Maths au Union des Comores +269 323 09 09
Djiddo ABAKAR Prof. de Maths au Tchade +235 66 12 24 67
Judikaël ALLEHOU Prof. de Maths au Benin +229 98 08 21 40
Lucien Léopold POUOKAM NGUEGUIM prof. de Laths au Camroun +237 96 09 02 36

PAYS PARTICIPANTS

NOMS PAYS PARTICIPANTS	DRAPEAUX
BENIN	
BURKINA FASO	
CAMEROUN	
COTE D'IVOIRE	
GABON	
GUINEE CONAKRY	
MALI	
MAROC	
MAURITANIE	

NIGER	
SENEGAL	
TCHAD	
TOGO	
TUNISIE	
UNION DES COMORES	

AVANT PROPOS

L'émergence de l'Afrique sur la scène scientifique mondiale passant indubitablement par l'accès à la culture scientifique, qui n'a pas nécessairement pour but de former de futurs scientifiques, mais d'aider le plus grand nombre à comprendre le monde et permettre à tous de porter un regard critique sur les enjeux des avancées des sciences (risques, utilisation), c'est dans cette optique que nous jeunes Africains avons jugé utile de mettre sur pied cet ouvrage. Ce document est conçu pour aider les élèves à se préparer à l'épreuve de mathématiques aux Baccalauréats. Par une sélection de sujets, les auteurs ont voulu atteindre certains objectifs entre autre : offrir aux élèves curieux, comme à ceux qui sont sensibles au plaisir des Mathématiques et il en existe plusieurs, le bonheur de tutoyer et de s'entraîner à des sujets de mathématiques aux baccalauréats d'autres pays d'Afrique francophone que les leurs, de permettre également aux enseignants de mathématiques de découvrir et d'avoir une idée via les sujets présentés, des approches pédagogiques en vigueur dans les lycées et collèges de certains États francophones de notre chère et beau continent qu'est l'Afrique. La publication du présent document répond à des impératifs liés à la formation et à l'encadrement des futures générations et aux besoins observés en matière d'édition des annales de mathématiques depuis des décennies et faisant office d'innovation en la matière. Force étant de constater que ce manuel ne saurait se substituer aux professeurs dans leurs travaux, ce livre se veut le catalyseur qui permettra le bon déroulement de l'enseignement, de la recherche et qui offrent à ses usagers de plus grande chance de réussite au baccalauréat, aux concours à l'échelle nationale en particulier et à l'échelle internationale en général. Il ne s'agit pas d'un traité aux prétentions encyclopédiques mais, plus modestement, d'un outil de travail qui veut éviter à l'élève, comme c'est le cas actuellement, de devoir consulter une demi-douzaine d'ouvrages de pays africains pour découvrir les sujets qui y sont proposés. Vous trouverez ainsi dans ce document des :

- Sujets de mathématiques au Baccalauréat entre 2010 et 2019 de plusieurs pays d'Afrique francophone;
- Corrigés parfois détaillés pour des éditions ultérieures. Comme sus-cité aux deuxièmes items ci-dessus, il va sans dire que, nous sommes dans l'expectative de la sollicitude de nos frères et collègues Africains et de ce fait, nous tendons les bras grands ouverts à toute personne qui voudrait bien se joindre à nous pour les éditions avenir. Nous sommes convaincus que les efforts qui seront fournis en harmonie et en complémentarité entre les différents acteurs concernés par l'utilisation de ces annales vont contribuer à la réussite et à l'atteinte des objectifs attendus, en particulier la vulgarisation des expériences et la diffusion du savoir et du savoir-faire aux Baccalauréat d'Afrique francophone. La perfection n'étant pas de ce monde, toutes remarques et suggestions pouvant contribuer à son amélioration seront accueillies avec une grande reconnaissance. A cet égard, veuillez bien accepter d'avance, nos plus sincères remerciements.

LES AUTEURS

Sommaire

FRATERNITÉ – TRAVAIL - PROGRÈS

SUJETS DES BACCALAUREATS DU NIGER

BACCALAUREAT SESSION 2019

Exercice 1

Une grave maladie affecte le cheptel bovin d'un certain pays. On estime que 7% des bovins sont atteints. On vient de mettre au point un test pour diagnostiquer la maladie et on a établi que :

- Quand le test est positif, l'animal est malade dans 95% des cas.
- Quand le test est négatif, l'animal est cependant malade dans 2% des cas.

On note M l'évènement « être malade » et T l'évènement « avoir un test positif ». On note $\mathrm{p}(\mathrm{T}) = x$

1. Faire un arbre pondéré qui traduit cette situation.
2. a) Montrer que $\mathrm{p}(\mathrm{M}) = 0,02 + 0,93x$

   b) En déduire la valeur exacte de x.

3. Un animal est atteint para la maladie. Quelle est la probabilité que son test ait été négatif ?

Exercice 2

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^3 - (4 + i\sqrt{3})z^2 + (3 + 4i\sqrt{3})z - 3i\sqrt{3} = 0$

1) Montrer que cette équation admet deux solutions réelles (on les notera α et β avec $\alpha < \beta$) et une solution imaginaire pure, notée w.
2) Soit f une application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ telle que pour tout nombre complexe z, $f(z) = \mathrm{a}z + \mathrm{b}$ où a et b sont des complexes.

a) Déterminer a et b de telle sorte que $f(w) = \mathrm{w}$ et $f(\alpha) = \beta$

b) Calculer le module et l'argument de a.

c) Caractériser la transformation T du plan complexe qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z'

Problème

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{\mathrm{U}}, \vec{\mathrm{V}})$. Toutes les courbes demandées seront représentées sur un même graphique. (Unité graphique : 2cm).

Partie A

On définit la fonction f sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \ln(\sqrt{1+x} - 1)$

1) Calculer les limites de f en 0 et en$+\infty$
2) Etudier le sens de variation de f sur $]0, +\infty[$

Soit C la courbe représentative de f dans $(O, \vec{\mathrm{U}}, \vec{\mathrm{V}})$ et A le point de C d'abscisse 3.

Soit B le point de C d'abscisse $\frac{5}{4}$, P le projeté orthogonal de b sur l'axe $\left(O, \vec{U}\right)$ et H le projeté orthogonal de B sur l'axe $\left(O, \vec{V}\right)$.

3) a) Calculer l'ordonnée de A.

b) Déterminer les valeurs exactes des coordonnées des points B, P et H.

c) Placer les points A, B, P, H et représenter la courbe C.

Partie B

Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. A tout point M du plan d'affixe z la rotation associe le point M' d'affixe z'.

1. a) Donner z' en fonction de z.

On note $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ avec$(x, y, x'y')$ réels.

b) Exprimer x' et y' en fonction de x et y, puis x et y en fonction de x' et y'.

Déterminer les coordonnées des points A', B' et P' images respectives des points A, B et P par la rotation.

2. On appelle g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{-2x} + 2e^{-x}$ et Γ sa courbe représentative dans le repère$\left(O, \vec{U}, \vec{V}\right)$.

a) Montrer que lorsqu'un point M appartient à C, son image M' décrit Γ.

b) Placer sur le même graphique les points A', B', P' et tracer la courbe Γ (l'étude des variations de g n'est pas demandée).

Partie C : Calcul d'intégrales

On rappelle que l'image d'un domaine plan par une rotation est un domaine plan de même aire

1. a) Calculer l'intégrale $\int_0^{ln2} g(x)\, dx$ puis interpréter cette intégrale.

b) Déterminer, en unité d'aires, l'aire A du domine plan D limité par les segments$[AO]$, $[OH]$ et $[HB]$ et l'arc de courbe c d'extrémités B et A.

2. On pose I $= \int_{\frac{5}{4}}^{3} ln\left(\sqrt{1+x} - 1\right)dx$.

Trouver une relation entre A et I puis en déduire la valeur exacte de l'intégrale I.

BACCALAUREAT SESSION 2018

Exercice 1

1) soit (E) l'équation différentielle : $y' + 2y = 0$, où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

a) Résoudre l'équation (E).

b) Déterminer la solution f de (E) telle que $f(0) = 1$

2) Calculer la valeur moyenne de f sur $[0, 1]$.

3) Déterminer en fonction de n la valeur moyenne de f sur $[n, n+1]$.

4) Soit U_n la suite définie par : $U_n = \frac{1}{2}(1 - e^{-2})e^{-2n}$ pour tout entier $n \geq 0$

a) Calculer la valeur exacte de U_0 ; U_1 et U_2

b) Démontrer que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

c) Déterminer la valeur exacte de la somme :

$U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + U_6 + U_7 + U_8 + U_9$

Exercice 2

Le tableau ci-dessous rend compte de l'évolution de la population d'un village de 1995 à 2001.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'habitants y_i	3000	2545	2165	1840	1566	1332	1135

Le maire du village se demande quelle sera la population du village en 2005.

1) Dessiner le nuage des points $M_i(x_i ; y_i)$ ainsi que la droite des moindres carrés.

2) Quel constat faites-vous par rapport à la question du maire ?

3) En fait, on peut penser à un ajustement par une courbe d'équation $y = ab^x$ avec $0 < b < 1$ et $a > 0$. On peut déduire $\ln y = x\ln b + \ln a$, d'où l'idée de prendre $z = \ln y$.

a) Compléter le tableau suivant

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$	8,01						

b) Donner une équation de moindres carrés pour la série $(x_i\,;z_i)$.

c) Déduisez-en a et b tels $y = \mathrm{ab}^x$

d) Estimez la population du village en 2005.

Problème

1) On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1\,,0[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$$

a) Etudier les limites de f aux bornes de l'intervalle $]-1\,,0[$

b) Calculer la dérivé f' de f et étudier son signe. Déduisez le sens de variation de f.

c) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $]-1\,,0[$

d) Montrer que la fonction f admet un maximum sur $]-1\,,0[$, et déduisez-en le signe de $f(x)$ sur cet intervalle.

e) Dessiner la courbe C_f représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$ (unités graphiques : 4 cm en abscisse, 1 cm en ordonnée).

2) Déterminer deux nombres réels a et b tels que :

$$f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$$

Déduisez en sur l'intervalle $]-1\,,0[$, la primitive F, s'annulant pour

$x = -\dfrac{1}{2}$ de f

3) On considère la fonction g définie sur $]-1\,,0[$ par :

$$g(x) = \ln\left(\frac{-x}{x+1}\right)$$

a) Etudier les limites de g aux bornes de l'intervalle $]-1\,,0[$

b) Vérifier que, pour tout x de $]-1\,,0[$, on a : $g'(x) = f(x)$

Déduisez-en les variations de g sur $]-1\,,0[$

BACCALAUREAT SESSION 2017

Exercice 1

On considère l'équation : (E) : $z^3 - 9z^2 + (22 + 12i)z - 12 - 36i = 0$

3) Démontrer que l'équation (E) admet une solution réelle z_1 et une solution imaginaire pure z_2.

4) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

5) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 3$, $z_B = 2i$ et $z_C = 6 - 2i$

a) Placer les points A, B et C dans le plan complexe.

b) Montrer que : $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ est réel. Que peut-on en déduire ?

c) Soit S la similitude directe plane d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\sqrt{2}$ transformant A en B. Donner l'écriture complexe de S et préciser son centre Ω.

Exercice 2

On considère la suite numérique $(\mathrm{U_n})_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$\mathrm{U_0} = 1$, $\mathrm{U_1} = 2$ et $\mathrm{U_{n+2}} = \sqrt{\mathrm{U_{n+1}} \times \mathrm{U_n}}$

1) Calculer $\mathrm{U_2}$, $\mathrm{U_3}$ et $\mathrm{U_4}$.

2) On considère la suite $(\mathrm{v_n})$ définie par $\mathrm{v_n} = \ln \mathrm{U_n}$.

Montrer que la suite $(\mathrm{v_n})$ vérifie pour tout entier naturel n : $\mathrm{v_{n+2}} = \frac{1}{2}(\mathrm{v_{n+1}} + \mathrm{v_n})$

3) On définit les suites (x_n) et (y_n) par $x_n = \mathrm{v_{n+1}} - \mathrm{v_n}$ et $y_n = \mathrm{v_{n+1}} + \frac{1}{2}\mathrm{v_n}$

a) Montrer que, (x_n) est suite géométrique de raison $q = -\frac{1}{2}$

b) Montrer que, (y_n) est suite constante.

c) Vérifier que $\mathrm{v_n} = \frac{2}{3}(y_n - x_n)$ puis en déduire l'expression de $\mathrm{v_n}$ en fonction de n.

4) a) Montrer que $\mathrm{U_n} = \left[e^{\frac{2}{3}\ln 2}\right]^{1-(-\frac{1}{2})^n}$

b) En déduire que $(\mathrm{U_n})$ converge et calculer sa limite.

Problème

Partie A

Soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 2x^2 + \ln x$

4) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

5) a) Montrer que $g(x) = 0$ admet une et une seule solution α sur $]0, +\infty[$

b) Montrer que $0.548 < \alpha < 0.549$

3) Préciser le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 1 - x + \dfrac{1 + \ln x}{2x}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ ayant comme unité graphique 4 cm.

1) a) Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

c) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 1 - x$ est asymptote à (C). Etudier la position de (C) par rapport à l'asymptote (D).

2) a) Calculer $f'(x)$ et que $f'(x) = \frac{-g(x)}{2x^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f

3) a) Montrer que $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{1}{2\alpha}$

b) Donner alors un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2} près.

4) a) Calculer les coordonnées du point de (C) où la tangente est parallèle à (D). Donner une équation de cette tangente T.

b) Tracer (C), (D) et (T) dans le repère $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

c) Soit λ un réel supérieur à $\frac{1}{e}$. Déterminer l'aire $A(\lambda)$ de la partie du plan comprise entre (C), (D) et les droites d'équation $x = \frac{1}{e}$ et $x = \lambda$

Calculer la limite de $A(\lambda)$ lorsque λ tend vers $+\infty$.

BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$. On considère la transformation ponctuelle F, qui au point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' défini par : $z' = m^3 z + m(m+1)$, $\quad m \in \mathbb{C}^*$

1) **Donner la nature de la transformation F.**
2) **On suppose $m = 1 + i$. Donner dans ce cas les éléments géométriques de F.**
3) **Déterminer l'ensemble des nombres complexes m pour lesquels F est une translation.**
4) **Déterminer l'ensemble des nombres complexes m pour lesquels F est une homothétie de rapport 8.**

Exercice 2

1) **Linéariser l'expression $f(x) = \sin^3 x \cos x$**
2) **Chercher une primitive de $f(x) - \frac{1}{4}\sin 2x$.**

Problème

A) **On considère l'équation différentielle : $y'' + y' - 2y = -3e^x$ (1).**

1) **Déterminer le réel a pour que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = axe^x$ soit solution de l'équation différentielle (1).**
2) **a) Démontrer qu'une fonction h deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ est solution de (1) si et seulement si la fonction $h - g$ est solution de l'équation différentielle :**

$y'' + y' - 2y = 0 \qquad (2).$

b) Résoudre l'équation différentielle (2).

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (1).

d) Trouver la solution de (1) vérifiant les conditions $h(0) = 1$ et $h'(0) = 0$.

B) **Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité : 1 cm).**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 - x)e^x$ et (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$.

1) **Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.**
2) **Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x = -1$.**
3) **Tracer la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{I}, \vec{J})$.**

4) a) Soit α un réel supérieur à 1. Calculer l'aire A(α) de la partie du plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations :

$x = 1$ **et** $x = \alpha$

b) Calculer $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} A(\alpha)$.

5) a) Montrer que la restriction de f à $]-\infty, 0]$ **est une bijection de** $]-\infty, 0]$ **sur un intervalle J que l'on précisera.**

b) Tracer la courbe représentative (Γ) de la réciproque de cette bijection sur le même graphique que (C).

6) Déterminer graphiquement, suivant les valeurs du réel m, le nombre de points d'intersection de (C) avec la droite (Δ_m) **d'équation** $y = m$.

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1

1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation :

$z^4 + 4iz^2 + 12 = 0$

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, U, V) on considère les points A et B d'affixes respectives $1 + i$ et $\sqrt{3} - i\sqrt{3}$.

Soit S la similitude plane directe de centre O qui transforme A en B.

a) Déterminer f, l'application complexe associée à S.

b) Déterminer les éléments caractéristiques de S.

c) Soit (D) la droite passant par B et de vecteur directeur $\overrightarrow{U}$.

Déterminer une équation de la droite (D') image de la droite (D) par S.

Exercice 2

Une urne contient quatre boules roses, trois boules vertes et deux boules jaunes indiscernables au toucher. On tire simultanément trois boules de l'urne.

1) Déterminer la probabilité d'obtenir :

a) Les trois couleurs

b) Les deux boules jaunes

c) Au moins une boule jaune

2) Soit X la variable aléatoire qui à tout tirage de trois boules associe le nombre de boules jaunes tirées.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.

c) Définir la fonction de répartition de X.

Problème

A) On considère l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = 2e^{x+1}$ (1).

1) Vérifier que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2e^{x+1}$ est une solution de l'équation différentielle (1).

2) a) Démontrer qu'une fonction h deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ est solution de (1) si et seulement si la fonction $h - g$ est solution de l'équation différentielle :

$y'' - 2y' + y = 0$ (2)

b) Résoudre l'équation différentielle (2).

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (1).

d) Trouver la solution de (1) vérifiant les conditions $h(0) = e$ et $h'(0) = -2e$

B) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$ (unité : 1 cm).

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{x+1}$ et (C) sa courbe représentative dans le repère (O, I, J).

1) Calculer la dérivée f' de f et dresser le tableau de variation de f.

2) Tracer la courbe (C) dans le repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$

3) Déterminer les réels a, b et c tels que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

$F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{x+1}$, soit une primitive de f.

4) Soit λ un réel strictement négatif.

a) Calculer l'aire A(λ) de la partie du plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \lambda$ et $x = 0$.

b) Calculer la limite de $A(\lambda)$ quand λ tend vers $-\infty$.

C) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1, +\infty[$.

a) Montrer que g est une bijection de l'intervalle $[1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer la courbe représentative (Γ) de la réciproque de g dans le même repère que (C).

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = mx$, où m est un paramètre réel non nul.

BACCALAUREAT SESSION 2014

Exercice 1

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, le polynôme P défini par :

$\mathrm{P}(z) = z^3 + (-7+2i)z^2 + (15-4i)z - 25 + 10i.$

1) a) Vérifier que : $\mathrm{P}(5-2\mathrm{i}) = 0$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $\mathrm{P}(z) = 0$.

2) Soit S la similitude plane directe de centre I d'affixe $z_1 = -3-2i$ et qui transforme le point A d'affixe $z_A = 1+2i$ en B d'affixe $z_B = 5-2i$.

a) Déterminer f, l'application complexe associée à S

b) Déterminer les éléments caractéristiques de S

Exercice

On considère la suite réelle $(\mathrm{U_n})$ définie par :

$\mathrm{U_0} = 4$ **et** $\forall \mathrm{n} \in \mathbb{N},\ \mathrm{U_{n+1}} = \mathrm{U_n}^2 + 2\mathrm{U_n}$

On considère la suite réelle (V_n) définie par $\mathrm{V_n} = \ln(\mathrm{U_n}+1)$.

1) Montrer que $(\mathrm{V_n})$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

2) Exprimer $\mathrm{V_n}$ puis $\mathrm{U_n}$ en fonction de n.

3) Calculer la somme $\mathrm{S_n} = \mathrm{V_0} + \mathrm{V_1} + \mathrm{V_2} \ldots\ldots\ldots + \mathrm{V_n}$ en fonction de n.

Problème

A) On considère l'équation différentielle : $y'' - y' = e^x$ (1).

1) Vérifier que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = xe^x$ est une solution de l'équation différentielle (1).

2) a) Démontrer qu'une fonction h deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ est solution de (1) si et seulement si la fonction $h-g$ est solution de l'équation différentielle :

$y'' - y' = 0$ (2)

b) Résoudre l'équation différentielle (2).

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (1).

d) Trouver la solution de (1) vérifiant les conditions $h(0) = -4$ et $h'(0) = 1$

B) On considère la fonction numérique U définie sur $\mathbb{R}$ par $\mathrm{U}(x) = xe^x - 4$.

1) Etudier les variations de U et dresser son tableau de variation.

2) a) Montrer que l'équation $\mathrm{U}(x) = 0$ admet une unique solution α.

b) Vérifier que $1,2 < \alpha < 1,3$

c) En déduire le signe de U(x) suivant les valeurs du réel x.

C) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{I},\vec{J})$ (unité : 1 cm).

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = e^x - 4\ln x$ et (C) sa courbe représentative dans le repère $(O,\vec{I},\vec{J})$.

1) a) Calculer la dérivée f' de f et vérifier que, pour tout réel x non nul :

$$f'(x) = \frac{u(x)}{x}$$

b) Dresser le tableau de variation de f.

2) Tracer la courbe (C) dans le repère orthonormé $(O,\vec{I},\vec{J})$ (on prendra $\alpha = 1,25$)

3) Soit λ un réel tel que $0 < \lambda < 1$.

a) Calculer l'aire $A(\lambda)$ de la partie du plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \lambda$ et $x = 1$.

b) Calculer la limite de $A(\lambda)$ quand λ tend vers 0.

4) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[2,+\infty[$.

a) Montrer que g est une bijection de l'intervalle $[2,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer la courbe représentative (Γ) de la réciproque de g dans le même repère que (C).

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = m$, où m est un paramètre réel.

BACCALAUREAT SESSION 2013

Exercice 1

1) a) Trouver les racines carrées du nombre complexe $5-12i$

b) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$(z+2i)(z^2-(1+4i)z-5+5i)=0$

2) Dans le plan complexe, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $2i$, $2-i$ et $-1-3i$. Soit S la similitude plane directe laissant le point B invariant et transformant A en C.

a) Trouver la relation liant l'affixe z d'un point M et l'affixe z' de son image M' par S.

b) Déterminer les éléments caractéristiques de S.

Exercice 2

On considère la suite numérique définie par son premier terme $U_0=1$, et $\forall n \in \mathbb{N}$

$U_{n+1}=\dfrac{U_n}{U_n+3}$.

1) Calculer U_1 et U_2.

2) Soit (V_n) la suite numérique définie par $\forall n \in \mathbb{N}$, $V_n=\ln\left(\frac{U_n}{U_n+2}\right)$.

a) Montrer que la suite (V_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

Problème

A) On considère l'équation différentielle : $y''-2y'+y=-x+3$ (1).

1) Vérifier que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-x+1$ est une solution de l'équation différentielle (1).

2) a) Démontrer qu'une fonction h deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ est solution de (1) si et seulement si la fonction $h-g$ est solution de l'équation différentielle :

$y''-2y'+y=0$ (2).

b) Résoudre l'équation différentielle (2).

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (1).

d) Trouver la solution de (1) vérifiant les conditions $h(0)=0$ et $h'(0)=-1$

B) On considère la fonction numérique U définie sur $\mathbb{R}$ par $U(x)=xe^x-1$.

1) Etudier les variations de U et dresser son tableau de variation.

2) a) Montrer que l'équation $\mathrm{U}(x) = 0$ admet une unique solution α.

b) Vérifier que $0,5 < \alpha < 0,6$

c) En déduire le signe de $\mathrm{U}(x)$ suivant les valeurs du réel x.

C) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$ (unité : 2 cm).

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)(e^x - 1)$ et (C) sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{I}, \vec{J})$.

1) a) Calculer la dérivée *f'* de *f* et vérifier que, pour tout réel *x*, $f'(x) = \mathrm{U}(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de *f*.

2) a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à (C) en $-\infty$.

b) Préciser les positions relatives de (C) et (D).

3) Tracer la droite (D) et la courbe (C) dans le repère $\left(O, \vec{I}, \vec{J}\right)$.

On prendra $\alpha = 0,55$.

4) Soit λ un réel strictement négatif.

a) Calculer l'aire $A(\lambda)$ de la partie du plan comprise entre la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = \lambda$ et $x = 0$

b) Calculer $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} A(\lambda)$.

5) a) Montrer que la restriction de f à $]-\infty, 0]$ est une bijection de $]-\infty, 0]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer la courbe représentative (Γ) de la réciproque de cette bijection sur le même graphique que (C).

BACCALAUREAT SESSION 2012

Exercice 1

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$. On considère la transformation ponctuelle F, qui au point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' défini par : $z' = m^3 z + m(m+1)$, $\quad m \in \mathbb{C}^*$

1) **Donner la nature de la transformation F.**
2) **On suppose $m = 1 + i$. Donner dans ce cas les éléments géométriques de F.**
3) **Déterminer l'ensemble des nombres complexes m pour lesquels F est une translation.**
4) **Déterminer l'ensemble des nombres complexes m pour lesquels F est une homothétie de rapport 8.**

Exercice 2

1) **Linéariser l'expression $f(x) = sin^3 x cos x$**
2) **Chercher une primitive de $f(x) - \frac{1}{4} sin2x$.**

Problème

A) **On considère l'équation différentielle : $y'' + y' - 2y = -3e^x$ (1).**

1) **Déterminer le réel a pour que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = axe^x$ soit solution de l'équation différentielle (1).**
2) **a) Démontrer qu'une fonction h deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ est solution de (1) si et seulement si la fonction $h - g$ est solution de l'équation différentielle :**

$$y'' + y' - 2y = 0 \qquad (2).$$

b) Résoudre l'équation différentielle (2).

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (1).

d) Trouver la solution de (1) vérifiant les conditions $h(0) = 1$ et $h'(0) = 0$.

B) **Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité : 1 cm).**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 - x)e^x$ et (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$.

1) **Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.**
2) **Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x = -1$.**
3) **Tracer la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{I}, \vec{J})$.**

4) a) Soit α un réel supérieur à 1. Calculer l'aire A(α) de la partie du plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations :

$x = 1$ et $x = \alpha$

1) Calculer $\lim_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$.

5) a) Montrer que la restriction de f à $]-\infty, 0]$ est une bijection de $]-\infty, 0]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer la courbe représentative (Γ) de la réciproque de cette bijection sur le même graphique que (C).

6) Déterminer graphiquement, suivant les valeurs du réel m, le nombre de points d'intersection de (C) avec la droite (Δ_m) d'équation $y = m$.

BACCALAUREAT SESSION 2011

Exercice 1

Soit la suite $(U_n)_{n\in N^*}$ définie par $U_1 = 1$ et $\forall n \epsilon \mathbb{N}^*,\ U_{n+1} = \frac{6+U_n}{2+U_n}$.

1) Montrer par récurrence que tous les termes de cette suite sont strictement positifs.

2) On considère la suite $(V_n)_{n\in N^*}$ de terme général $V_n = \frac{-2+U_n}{3+U_n}$.

a) Montrer que : $(V_n)_{n\in N^*}$ est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.

b) Donner l'expression de (V_n), puis de (U_n) en fonction de n.

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

Exercice 2

Une urne contient trois boules rouges, trois boules blanches et trois boules noires. On prélève simultanément trois boules de l'urne. Les prélèvements sont supposés équiprobables.

1. Calculer la probabilité d'un prélèvement unicolore c'est-à-dire composé d'une seule couleur.
2. Calculer la probabilité d'un prélèvement tricolore c'est-à-dire composé de trois couleurs.
3. Déduire des résultats précédents la probabilité d'un prélèvement bicolore c'est-à-dire composé de deux couleurs.
4. Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux boules rouges sachant que le prélèvement est bicolore ?

Problème

A) On considère l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = x - 1$ (1)

1. Déterminer les réels a et b pour que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$g(x) = ax + b$ soit solution de l'équation différentielle (1).

2. a) Démontrer qu'une fonction h, deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$ est solution de (1) si et seulement si la fonction $h - g$ est solution de l'équation différentielle :

$y'' - 2y' + y = 0$ (2)

b) Résoudre l'équation différentielle (2).

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (1).

d) Trouver la solution de (1) vérifiant les conditions : $h(0) = 0$ et $h'(0) = 0$.

B) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$ (unité : 1 cm).

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - e^x$ et (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$.

1. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
2. Montrer que la droite (D) : $y = x + 1$ est asymptote oblique à (C).
3. Tracer (D) et (C) dans le repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$.
4. a) Soit α un réel strictement négatif. Calculer l'aire A(α) de la partie du plan comprise entre la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations respectives :

$x = \alpha$ et $x = 0$.

b) Calculer $\lim\limits_{\alpha \to -\infty} A(\alpha)$.

5. a) Montrer que la restriction de f à $[0, +\infty[$ est une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer la courbe représentative de la réciproque de cette bijection sur le même graphique que (C).

c) Soit m un réel et la fonction f_m définie sur $\mathbb{R}$ par $f_m(x) = m(x + 1) - e^{-x}$. On note Γ_m la courbe représentative de f_m.

1. Trouver l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles f_m admet un maximum.
2. Soit le point M_m d'ordonnée maximale de Γ_m. Donner une équation de l'ensemble des points M_m.

BACCALAUREAT SESSION 2010

Exercice 1

On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^3 - 3\sqrt{3i}\, z^2 - (9 - 3\sqrt{3i})z + 8 = 0 \quad (E)$

1) **Montrer que (E) possède une solution réelle z_1 que l'on déterminera.**
2) **Résoudre (E).**
3) **Ecrire les trois solutions z_1, z_2, z_3 sous forme trigonométrique. ($|z_2| < |z_3|$)**
4) **Dans le plan P muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J), on considère les trois points : M_1 d'affixe z_1, M_2 d'affixe z_2 et M_3 d'affixe z_3. Soit S la similitude plane directe transformant M_1 en M_2 et M_2 en M_3. Préciser les éléments caractéristiques de S.**

Exercice 2

On considère l'équation différentielle : $y'' + 4y = 3\sin(x) \quad (1)$

1) **Déterminer le réel α pour que la fonction g, définie par $g(x) = \alpha\sin(x)$ soit une solution de (1).**
2) **a) Démontrer qu'une fonction f, deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, est solution de (1) si et seulement si la fonction $f - g$ est solution de l'équation différentielle :**

$y'' + 4y = 0 \quad$ (2).

b) Résoudre l'équation différentielle (2).

C) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (1).

d) Trouver la solution de (1) vérifiant les conditions : $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ *et* $f'(\pi) = 0$.

Problème

A) **On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :**

$$f(x) = |x + 1| + \frac{1}{x - 1}$$

1) **Donner le domaine de définition de f et écrire $f(x)$ sans le symbole de valeur absolue.**
2) **Etudier les limites aux bornes du domaine de définition de f.**
3) **Etudier la dérivabilité de f en -1.**
4) **Etudier la variation de f et dresser son tableau de variation.**
5) **Montrer que la courbe représentative (C) de f admet trois asymptotes dont on donnera les équations.**

6) Construire la courbe représentative (Cf) dans un repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$ (unité : 2 cm).

7) Montrer que la restriction de f à $[0,1[$ est une bijection de $[0,1[$ sur un intervalle J que l'on précisera. Tracer la courbe représentative de cette bijection sur le même graphique que (C).

8) a) Calculer les intégrales : $S_1 = \int_{-\sqrt{2}}^{-1} f(x)dx \;\; et \;\; S_2 = \int_{-1}^{0} f(x)dx$.

b) En déduire l'aire de la portion du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -\sqrt{2}$ et $x = 0$.

B) a) A toute suite $(U_n)_{n\in N^*}$, de nombres réels strictement supérieurs à 1, on associe la suite $(V_n)_{n\in N^*}$ définie par $V_n = \ln(U_n - 1)$.

Sachant que (V_n) est une suite arithmétique, de raison r ($r \neq 0$) et de premier terme $V_1 = 0$, donner l'expression du terme général U_n en fonction de n et de r.

b) Comment choisir le réel r pour que la suite $(U_n)_{n\in N^*}$ soit convergente ? Donner la limite.

c) Calculer, en fonction de U_n, l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) de f, les droites d'équations $y = x + 1$, $x = 2$ et $x = U_n$.

UNION – TRAVAIL – JUSTICE

SUJETS DES BACCALAUREATS DU GABON

BACCALAUREAT SESSION 2019

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE 1 : Q.C.M

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des cinq questions, une seule des trois réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée. Pour chaque réponse, vous indiquerez sur votre copie le numéro de la question et le code (A, B ou C) correspondant à la réponse choisie. (Exemple 3.A).

Une bonne réponse vaut 1 point. L'absence de réponse n'ajoute ni ne retranche aucun point, si le total des points est négatif, la note est ramenée à zéro.

1. On considère la série à deux variables présentées dans le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	205	220	227	239	245	264	264	279	278	283

La droite de Mayer a pour équation réduite :

Réponse A	Réponse B
y = 9,28x +169,36	y = 9,82x + 199,36
Réponse C	**Réponse D**
y = 9,28x + 199,36	y = 9,28x + 193,36

2. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par : $u_n = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \cdots + \frac{1}{2^{n+3}}$ alors :

Réponse A	Réponse B
$u_n = 4\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$	$u_n = \frac{1}{4}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+3}\right]$
Réponse C	**Réponse D**
$u_n = \frac{1}{8}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+3}\right]$	$u_n = \frac{1}{4}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$

3. Dans ma rue, il pleut un soir sur trois. S'il pleut, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\frac{1}{20}$, s'il ne pleut pas, je sors mon chien avec une probabilité de $\frac{19}{20}$.

Je sors mon chien, la probabilité qu'il ne pleuve pas est égal à :

Réponse A	Réponse B
$\frac{3}{20}$	$\frac{9}{39}$
Réponse C	**Réponse D**
$\frac{38}{39}$	$\frac{39}{38}$

4. L'équation différentielle y = 2y' – 1 a pour ensemble de solution :

Réponse A	Réponse B
$f(x) = ke^{x} - 1, avec\ k \in \mathbb{R}$	$f(x) = ke^{\frac{1}{2}x} + 1, k \in \mathbb{R}$
Réponse C	**Réponse D**
$f(x) = ke^{\frac{1}{2}x} - 1, k \in \mathbb{R}$	$f(x) = ke^{2x} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{R}$

5. Une primitive sur]-∞ ; 2 [de la fonction f définie par $f(x) = \frac{3}{2-x}$ est :

Réponse A	Réponse B
$F(x) = 1 - \ln(2-x)$	$F(x) = 3\ln(2-x)$
Réponse C	**Réponse D**
$F(x) = \frac{1}{3}\ln(2-x$	$F(x) = 1 - 3\ln(2-x)$

EXERCICE 2 : NOMBRES COMPLEXES ET TRANSFORMATION

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$) d'unité graphique 2cm. A tout nombre complexe z ≠ 3 – i, on associe le nombre complexe :

$$Z = \frac{2iz - 4 + 2i}{z - 3 + i}$$

1. On pose z = x + iy, avec (x ; y) ∈ ℝ × ℝ. Exprimer en fonction de x et y la partie réelle X et la partie imaginaire Y de Z.

2. Déterminer et construire :

a) L'ensemble ($\mathfrak{D}$) des points M d'affixes z tels que Z soit imaginaire pure.

b) L'ensemble ($\mathfrak{C}$) des points M d'affixes z tels que Z soit réel.

3. On considère les points A et B d'affixes respectives a = -1 – 2i et b = 3 – i.

a) Interpréter géométriquement le module et l'argument de Z.

b) Déterminer l'ensemble ($\mathcal{H}$) des points M d'affixe z tes que $|z| = 1$.

c) Retrouver les ensembles ($\mathfrak{D}$) et ($\mathfrak{C}$) de la question 2.

4. Soit S la similitude de centre Ω d'affixe 1 + i, de rayon 2 et d'angle de mesure $\frac{\pi}{4}$.

a) Déterminer l'expression analytique de S.

b) Déduisez-en une équation cartésienne de ($\mathfrak{C}$'), image de ($\mathfrak{C}$) par S.

EXERCICE 3 : GEOMETRIE DE L'ESPACE

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$), on considère les points A (3 ; -2 ; 2), B (6 ; 1 ; 5) ; C (6 ; -2 ; -1) ; D (0 ; 4 ; -1).

1. a) Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.

b) Déterminer une équation cartésienne du (ABC).

2. a) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

b) Déterminer une équation cartésienne du plan (P_1) passant par A et orthogonale à (AC).

c) Vérifier que le plan (P_2) d'équation : x + y + z = 3 est orthogonal à la droite (AB) et passe par le point A.

3. Soit ($\mathfrak{S}$) la sphère de centre B et de rayon R = $5\sqrt{3}$.

a) Donner une équation cartésienne de la sphère ($\mathfrak{S}$).

b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble ($\mathcal{H}$), intersection de la sphère ($\mathfrak{S}$) et du plan ($\mathfrak{D}_2$).

c) Montrer que ABCD est un tétraèdre non aplati puis déterminer son volume.

EXERCICE 4 : PROBLEME

On considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = x^2 - 2(x-1)e^{x-1}$.

On désigne par ($\mathfrak{C}$) sa courbe représentative dans le plan muni repère orthonormal (O, $\vec{i}, \vec{j}$), d'unité graphique 2cm.

1. Justifier que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$, puis déterminer la limite en +∞.

2. Etudier le sens de variation de la fonction f puis dresser son tableau de variation.

3. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique α sur [1 ; 2] dont on donnera un encadrement à 10^{-2}cm.

4. Soit ($\mathfrak{D}$) la parabole d'équation $y = x^2$.

   a) Etudier la position de ($\mathfrak{C}$) et ($\mathfrak{D}$).

   b) Calculer $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - x^2]$. Que peut-on en déduire ?

5. Construire ($\mathfrak{C}$) et ($\mathfrak{D}$).

6. Soit λ un réel strictement inférieur à 1. On rappelle $\mathfrak{C}_1$ le domaine plan limité par les courbes ($\mathfrak{C}$) et ($\mathfrak{D}$), les droites d'équation x = λ et x = 1. On note $\mathcal{A}(\lambda)$ l'aire, en unité d'aire, du domaine $\mathfrak{C}_1$.

   a) Montrer que $\mathcal{A}(\lambda) = 2(\lambda - 2)e^{\lambda - 1} + 2$.

   b) Déterminer $\lim_{\lambda \to -\infty} \mathcal{A}(\lambda)$.

BACCALAUREAT SESSION 2018

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE 1 : Q.C.M

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des cinq questions, une seule des trois réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée. Pour chaque réponse, vous indiquerez sur votre copie le numéro de la question et le code (A, B ou C) correspondant à la réponse choisie. (Exemple 3.A).

Une bonne réponse vaut 1 point. L'absence de réponse n'ajoute ni ne retranche aucun point, si le total des points est négatif, la note est ramenée à zéro.

1. On considère la fonction h continue sur I = [2 ; 3] par : $h(x) = \frac{4}{2x-1}$.

La valeur moyenne de h sur I est :

Réponse A	Réponse B
ln 5	$ln6$
Réponse C	**Réponse D**
ln7	Aucunes des réponses n'est exacte

2. Soit (E) l'équation différentielle : y'' = y.

Réponse A	Réponse B
La fonction exponentielle est l'unique solution sur ℝ.	La fonction $x \to -2e^{-x}$ est une solution sur ℝ de (E).
Réponse C	**Réponse D**
La fonction $x \to -3e^{x-2}$ est l'unique solution sur ℝ de (E) qui prend la valeur -3 en 2.	Aucunes des réponses n'est exacte

3. Un fournisseur de chaines câblées souhaite proposer à ses abonnés deux nouveaux services : des chaines à la demande et des chaines de sport extrême. Il fait réaliser un sondage auprès de tous ses abonnés : 79 % sont intéressés par les chaines à la demande,

35% par des chaines de sport extrêmes et 19% par les deux services. On choisit un abonné au hasard. La probabilité qu'il ne souhaite aucun des nouveaux services est :

Réponse A	Réponse B
0,05	0,95
Réponse C	**Réponse D**
0,81	Aucunes des réponses n'est exacte

4. On considère une série statistique à double. Les informations le concernant sont : G (3 ; 210) ; V(x) = 2 ; V(y) = 1960 et cov(*x* ; *y*) = 62.

La droite de régression de y en x est donnée par l'équation :

Réponse A	Réponse B
y = 31,6x + 2009,9	y = 31x + 117
Réponse C	**Réponse D**
y = 0,99x +207	Aucunes des réponses n'est exacte

5. On considère les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$\left\{\begin{array}{l} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2\sqrt{u_n} \end{array}\right. \text{ et } v_n = \ln(u_n) - \ln 4 \}$$

La suite (v_n) est géométrique de raison :

Réponse A	Réponse B
2	$\frac{1}{2}$
Réponse C	**Réponse D**
2ln4	Aucunes des réponses n'est exacte

EXERCICE 2 : SIMILITUDE DIRECTE ET ENSEMBLE DES POINTS

Soit l'équation (E) à variable complexe définie par :

$$z^3 + 2(1 - i)z^2 + (5 - 4i)z - 10i = 0$$

1. Vérifier que 2i est une racine de (E).

2. Déterminez les nombres complexes a et b tels que :

$$z^3 + 2(1 - i)z^2 + (5 - 4i)z - 10 = (z - 2i)(z^2 + az + b)$$

Puis déduisez les solutions de (E).

3. Dans le plan muni du repère orthonormé (O, $\vec{u}, \vec{v}$) placez les points A, B et C d(affixes respectives $z_A = 2i$, $z_B = -1 + 2i$, $z_C = -1 - 2i$.

4. Démontrer qu'il existe une unique similitude directe s de centre A telle que s(B) = C. On précisera le rapport et une valeur approchée de l'angle de cette similitude.

5. A tout point M du plan d'affixe z ; on associe son image M'd'affixe z' par s.

a) Montrer que l'écriture complexe de s est : $z' = (1 + 4i)z + 8$.

b) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|z' - z| = 20$.

EXERCICE 3 : PROBLEME

Le but de ce problème est de construire la courbe représentative d(une fonction et sa réciproque dans un Intervalle donné.

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur]0 ; +∞ [par $g(x) = (x^2 + 2x)lnx + x^2 + x$.

1. Etudier les limites de g sur son ensemble de définition.

2. Etudier les variations de g, puis après avoir calculé g($e^{-\frac{3}{2}}$), dresser le tableau de variation de g.

3. Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution α tel que 0,5 ≤ α ≤ 0,6.

4. Déduire le signe de g sur son domaine de définition.

PARTIE B : Etude de la fonction f.

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 lnx}{x+1} \; si \; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

($\mathcal{C}_f$) sa courbe représentative dans un repère orthogonal d'unité graphique 1cm en abscisse et 2cm en ordonnées.

1. Etudiez la continuité et la dérivabilité de f en 0. Calculer la limite de f en +∞ et -∞.

2. Soit f' la fonction dérivée de f. Démontrer que pour x ∈]0 ; +∞ [:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

3. Démontrer que : $f(\alpha) = -\frac{\alpha}{\alpha+2}$

4. Dresser le tableau de variation d f.

5. Préciser les points d'intersections de ($\mathcal{C}_f$) avec l'axe des abscisses et construire ($\mathcal{C}_f$).

6. Montrer que f réalise une bijection de [α ; +∞ [vers un intervalle T que l'on précisera.

7. Soit f^{-1} la bijection réciproque de f, ($\mathcal{C}_f^{-1}$) étant sa courbe représentative.

a) Vérifier que $f^{-1}(0) = 1$ et calculer $(f^{-1})'(0)$.

b) Donner alors une équation de la tangente à ($\mathcal{C}_f^{-1}$) au point d'abscisse 0.

c) Construire ($\mathcal{C}_f^{-1}$)

BACCALAUREAT SESSION 2017

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE 1 : Q.C.M

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des cinq questions, une seule des trois réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée. Pour chaque réponse, vous indiquerez sur votre copie le numéro de la question et le code (A, B ou C) correspondant à la réponse choisie. (Exemple 3.A).

Une bonne réponse vaut 1 point. L'absence de réponse n'ajoute ni ne retranche aucun point, si le total des points est négatif, la note est ramenée à zéro.

1. On considère l'équation différentielle (E) : ay'' + by' + cy = 0. (a, b et c sont des réels avec a non nul).

Si l'équation caractéristique de (E) a des solutions complexes de la forme α + iβ. Alors les solutions de (E) sont les fonctions h de la variable réelle x telle que :

Réponse A	Réponse B
$h(x) = k_1e^{\alpha x} + k_2e^{\beta x}$	$h(x) = (k_1x + k_2)e^{\alpha x}$
Réponse C	Réponse D
$h(x) = e^{\alpha x}(k_1 \cos \beta x + k_2 \sin \beta x)$	Aucunes des réponses n'est exacte

2. Soient A, B et C trois points non alignés de l'espace $\mathcal{E}$. L'ensemble des points M de l'espace tel que $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AM} = 0$ est :

Réponse A	Réponse B
La droite passant par A et perpendiculaire à (AB)	La droite (AB)
Réponse C	Réponse D
Le plan (ABC)	Aucune des réponses n'est exacte.

3. Soit Ω un univers, p est une probabilité sur l'ensemble des parties de Ω. Soit A et B deux évènements tels que : p(B) = $\frac{1}{3}$ et p(A/B) = $\frac{3}{8}$. Donc p(A ∩ B) =

Réponse A	Réponse B
$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{40}$
Réponse C	**Réponse D**
$\frac{8}{9}$	Aucune des réponses n'est exacte.

4. Soit (v_n) une suite telle que pour tout entier naturel n : $v_{n+1} = 2v_n$ et $v_0 = 2$. La somme $v_0 + v_1 + v_2 \ldots + v_{19}$ est égale à :

Réponse A	Réponse B
1 048 575	2 097 150
Réponse C	**Réponse D**
1 048 574	Aucune des réponses n'est exacte.

5. On considère le système (S) : $\begin{cases} x + y = 7 \\ lnx + lny = ln0 \end{cases}$

L'ensemble solution du système est :

Réponse A	Réponse B
$\{(1;\ 6), (6; 1)\}$	$\{(2; 5), (5; 2)\}$
Réponse C	**Réponse D**
$\{(3; 4), (4; 3)\}$	Aucune des réponses n'est exacte.

EXERCICE 2 : COMPLEXE ET TRANSFORMATION

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}, \vec{v}$)

1. Résoudre dans ℂ l'équation : $z^2 - 5(1 + i)z + 2 + 11i = 0$

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives 2 + i ; 3 + 4i ; 1 – 2i.

Soit g l'application du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' tel que : $z' = (1 + i)z + 2 + i$.

a) Donner la nature et les éléments caractéristiques de g.

b) Démontrer que pour tout M distinct de C, le triangle CMM' est isocèle en M.

3. Pour tout entier naturel n, on pose : $M_{n+1} = g(M_n)$ et $M_0 = 0$.

a) Déterminer g(M_0) et g(M_1).

b) En justifiant la démarche, construire les points M_3, M_4 et M_5.

EXERCICE 3 : PROBLEME

Le but de ce problème est de calculer une aire tout en tenant compte des points singulier de la courbe.

PARTIE A :

On considère la fonction g définie sur]0 ; +∞ [par : $g(x) = x^2 + x - 2xlnx$.

1. Etudier les variations de g', puis celle de g ; g' désigne la fonction dérivée de g.

2. Dresser le tableau de variation de g, en le complétant avec les limites en 0 et en +∞.

3. Expliquer pourquoi la fonction g est positive sur]0 ; +∞ [.

PARTIE B :

Soit f la fonction définie sur]0 ; +∞ [par : $f(x) = x + lnx - (lnx)^2$.

(C_f) sa courbe représentative dans le repère orthonormé d'unité 2cm.

1. Calculer la limite de f en +∞ et en 0. Interpréter si possible les résultats.

2. Soit f' la fonction dérivée de f. Démontrer que pour tout x ∈]0 ; +∞ [:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

3. Dresser le tableau de variations de f.

3. Déterminer une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 1.

5. Démontrer qu'il existe un unique réel α de l'intervalle [0,6 ; 0,7] solution d l'équation f(x) = 0

6. Construire (C_f).

7. Soit $\mathcal{A}$ l'aire en cm^2, de la partie délimitée par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = α et x = 1.

8. Démontrer que : $\mathcal{A} = -8\alpha ln\alpha + 2\alpha^2 + 12\alpha - 10$.

BACCALAUREAT SESSION 2016

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE 1 : Q.C.M

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une seule réponse par question est acceptée et aucune justification n'est demandée. Indiquer sur votre copie le numéro de la question suivi du numéro de la réponse choisie (A, B, C ou D).

N°	Enoncé des questions	Réponses proposées	
1	On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x}$. La valeur moyenne de la fonction f dans l'intervalle $[0 ; 2]$ est égale à :	A	$\frac{1}{2}(e^{-2} - 1)$
		B	$\frac{e^{-2}}{2}$
		C	$\frac{1}{2}(1 + e^{-2})$
		D	$\frac{1}{2}(1 - e^{-2})$
2	On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ $]0; +\infty[$ par $f(x) = xlnx$ et (C) sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Une équation de la tangente au point d'abscisse e est :	A	y = 2x - e
		B	y = $\frac{1}{2}x + e - 1$
		C	y = ex + 1
		D	y = e
3	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos(3x) + x$ a pour expression :	A	$F(x) = -\frac{1}{3}\sin(3x) + \frac{x^2}{2}$
		B	$F(x) = -3\cos(3x) + 1$
		C	$F(x) = \sin 3x + \frac{x^2}{2}$
		D	$F(x) = \frac{1}{3}\sin(3x) + \frac{x^2}{2}$

4	Une solution de l'équation différentielle y' + y = x + 1 a pour expression :	A	$f(x) = e^{-1} + 1$
		B	$f(x) = e^{-x} + x$
		C	$f(x) = x + 1$
		D	$f(x) = e^{-x} + x + 1$
5	Soit E, F et G trois points distincts du plan complexe d'affixes respectives Z_E, Z_F et Z_G On sait que :$\frac{Z_G - Z_E}{Z_F - Z_E}$.On peut en déduire que:	A	Les points E, F et G sont alignés
		B	EFG est un triangle rectangle en E
		C	EFG est un triangle rectangle isocèle en E.
		D	EFG est triangle équilatéral

EXERCICE 2 : GEOMETRIE DE L'ESPACE

Soit (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) un repère orthonormal direct de l'espace.

1. Soit G l'isobarycentre des points A, B et C

a) Donner les coordonnées du point G.

b) Montrer que la droite (OG) est perpendiculaire au plan (ABC).

2. On considère les points ; A' (2;0;0), B'= (0;2;0) et C'(0;0;3). Ces points distincts définissent un plan noté (A', B', C').

a) Déterminer les coordonnées du produit vectoriel $\overrightarrow{A'B'} \wedge \overrightarrow{A'C'}$ et en déduire qu'une équation

cartésienne du plan $3x + 3y2z = 6$.

b) Montrer que le point M(x ; y ; z) appartient à la droite (AC) si, et seulement si, il

existe un nombre réel C tel que $\begin{cases} x = 1 - k \\ y = 0 \\ z = k \end{cases}$.

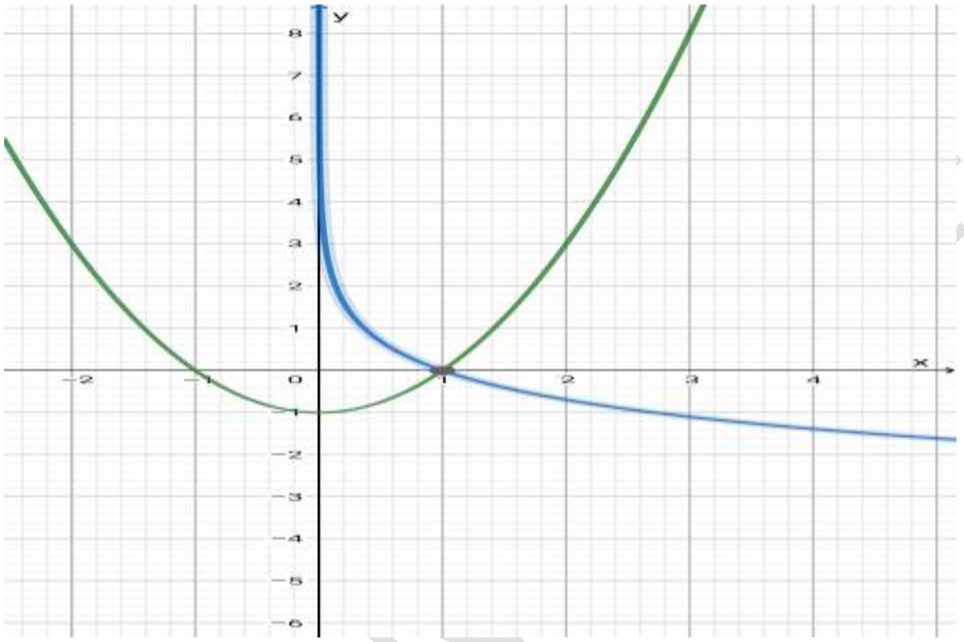
d) Calculer les coordonnées du point P commun à la droite (AC) et au plan (A' ; B', C').

EXERCICE 3 : PROBLEME

Partie A : Signe d'une fonction par lecture graphique

On considère les fonctions $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $par\ u : \to x^2 - 1$ et

$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ par $v : \to -lnx$



1. **A l'aide des représentations graphiques ci – dessous, comparer u(x) en vert et v(x) en bleu suivant les valeurs strictement positives de x (on se contentera d'une lecture graphique).**
2. **Des lectures graphiques précédentes, déduire que :**
   a) **$\forall x \in]0\,;1[, x^2 - 1 + lnx < 0.$**
   b) **$\forall x \in]1\,;+\infty[, x^2 - 1 + lnx > 0.$**

   Dans toute la suite du problème, on admettra ces résultats.

PARTIE B : Etude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur I = $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = x - \frac{lnx}{x}$.

1. **Variation f.**
   a) **Calculer les limites de la fonction f aux bornes de I.**
   b) **Justifier que f est dérivable sur I puis calculer sa dérivée f'.**
   c) **Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeur de x.**
   d) **En déduire le sens de variation de f.**

e) Dresser le tableau de variation complet de f.

2. Représentation graphique de la fonction f .

Le plan est muni d'un repère orthoormal (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) (unité graphique 2cm). (C_f) sa courbe représentative.

a) Montrer que la droite (Δ) d'équation y = x est une asymptote à la courbe(C_f).

b) Trouver les coordonnées du point d'intersection A de (Δ) et (C_f).

c) Montrer qu'il existe un point B de (C_f) où la tangente (T) à (C_f) est parallèle à (Δ). Trouver les coordonnées de B.

d) Sachant que e ≈ 2,72 ; $\frac{1}{e} \approx 0{,}34$; ln2 ≈ 0,69, compléter, après l'avoir reproduite, la table des valeurs ci – dessous :

x	0,25	0,5	1	e	4
Arrondi d'ordre 1 de f(x)					

e) Tracer (T) et (Δ), puis (C_f).

3. Etude d'une bijection

a) On considère la fonction g : $[1; e] \rightarrow f([1; e])$

$$x \rightarrow f(x)$$

Préciser l'ensemble d'arrivée de g sous forme d'intervalle, puis montrer que g est une bijection.

On désigne par g^{-1} la bijection réciproque de g. Représenter graphiquement g et g^{-1}, avec des couleurs différentes, dans le même repère.

PARTIE C : Calcul d'aire

1. A l'aide du graphique réalisé dans la question 2. e) de la partie B, donner les positions relatives de (C_f) et (Δ) et de dans l'intervalle [1 ; e]
2. Vérifier par calcul, les résultats obtenus à la question 1.
3. Calculer en cm², l'aire de la surface du plan délimitée par (C_f), (Δ) et les droites d'équations x = 1 et x = e

BACCALAUREAT SESSION 2015

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE 1 : EQUATION DIFFERENTIELLE

Le but de cet exercice est de déterminer les solutions d l'équation différentielle :

(E) : $y'' - 3y' + 2y = 2x^3 - 9x^2 + 6x$

1. Soit h un polynôme définie par $h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$**, où a, b, c et d sont des réels**

Déterminer a, b, c et d tels que h soit solution de (E).

2. On pose F = f – h.

a) Démontrer que si f est solution de (E), alors F est solution de

(E') : $y'' - 3y' + 2y = 0.$

b) Réciproquement, démontrer que si F est solution de (E'), alors f et solution de (E).

3. Résoudre l'équation différentielle (E').

4. En déduire toutes les solutions de l'équation différentielle (E).

5. Déterminer la solution particulière de (E) vérifiant f(0) = 2 et $f'(0) = 3$**.**

EXERCICE 2 : TRNSFORMATIONS

Le plan est rapporté à un repère (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$**)**

1. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant : $|z - 1| = |z - i|$

2. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant : $|z - 2| + 5$

3. Soit T la transformation du plan qui à tout point M de coordonnées (x ; y) associe le point M' de coordonnées (-2x +3 ; -2y -6).

a) Déterminer la nature de T et préciser ses éléments caractéristiques.

b) Donner l'écriture complexe de T.

4. On appelle respectivement (E_1) et (E_2) les ensembles des points M de coordonnées (x ; y) vérifiant :

(E_1) : $(x - 2)^2 - y^2 = 2$

(E_2) : y – x = 0

a) Déterminer l'image (E'_1) de (E_1) par T.

b) Déterminer l'image (E'_2) de (E_2) par T.

5. En déduire l'ensemble des points K appartenant à (E'_1) et (E'_2).

EXERCICE 3 : PROBLEME

Soit la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = (1-x)^2 e^x$. On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) d'unité graphique : 2cm.

PARTIE A : Etude de la fonction f

1. Calculer les limite de f en +∞

2. a) Montrer que pour tout x=réel x non nul,

$$f(x) = x^2 e^x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$$

b) En déduire la limite de f en -∞. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3. a) Déterminer f'(x) la fonction dérivée de f sur ℝ.

b) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)$ a le meme signe que (x^2-1). Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

PARTIE B : Etude graphique de $(\mathcal{C}_f)$ et calcul d'aire

1. Déterminer une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0.

2. Pour tout réel, on pose $k(x) = f(x) - (-x+1)$

a) Montrer que pour tout réel, $k(x) = e^x(1-x)(1-x-e^{-x})$

b) Etudier les variations de la fonction $h : x \to 1 - x - e^{-x}$ sur ℝ.

c) Calculer h(0), puis donner le signe de h(x) pour tout réel x.

d) Dresser le tableau de signe de k(x) et en déduire la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ et (T).

3. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. (On donnera les valeurs de f(x) à 10^{-1} près).

x	-5	-4	-3	-2	-1	0,5	1	1,5	2
f(x)									

4. Tracer avec soin dans un repère orthonormal (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$), (T) et $(\mathcal{C}_f)$.

5. Montrer que la fonction F définie sur ℝ par : $F(x) = e^x(x^2 - 4x + 5)$ est une primitive de f sur ℝ.

6. Soit (D) le domaine plan délimité par ($\mathcal{C}_f$), (T), l'axe des ordonnées et la droite d'équation x =

1. On note $\mathcal{A}$ l'aire de (D).

Hachurer proprement (D) sur la représentation graphique et calculer en cm^2 la valeur exacte de $\mathcal{A}$.

BACCALAUREAT SESSION 2014

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE 1 : Q.C.M

Dans un repère orthonormé de l'espace (O, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$), on considère les points A (1, 1, 0), B (2, 0, 3), C (0, -2, 5) et D (1, -5 , 5).

Pour chacune des propositions suivantes, dites si elles sont vraies ou fausse en justifiant chaque fois votre réponse.

Proposition 1 : L'ensemble des points M (x ; y ; z) tels que y = x est une droite passant par A.

Proposition 2 : La transformation qui à tout point M de l'espace associe le point M'tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ est l'homothétie de centre G, où G désigne le barycentre du système (A, 1), (B, 2) et (C, -1) et de rapport 2.

Proposition 3 : A, B, C et D sont quatre points coplanaires.

Proposition 4 : la sphère de centre Ω (3 ; 3 ; 0) et de rayon 5 est tangente au plan d'équation :

$$2x + 2y + z + 3 = 0.$$

EXERCICE 2 : PROBABILITES

On note : e = exp(1) où exp représente exponentielle.

Une urne contient deux jetons qui portent le nombre 1, trois jetons le nombre e, deux jetons le nombre e^2, quatre jetons le nombre $\frac{1}{e}$ et un jetons le nombre $\frac{1}{e^2}$.

On tire successivement avec remise deux jetons et on note par a et b les nombres lus respectivement sur le premier jeton, puis sur le deuxième jeton tiré.

A cette expérience aléatoire, on associe le point M d'affixe z = lna + lnb.

1. Le plan est muni d'un repère orthonormal direct (O, $u, \vec{v}$). Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « M appartient à l'axe des abscisses ».

B : « M appartient à l'axe des ordonnées ».

D : « M n'appartient à aucun des axes ».

E : « l'angle orienté $(\vec{u}, \overrightarrow{OM})$ est égal à $\frac{\pi}{4}$.

F : « M appartient au cercle trigonométrie ».

2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe la distance OM.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Déterminer la fonction de répartition de X.

EXERCICE 3 : STATISTIQUES

Un laboratoire étudie la croissance d'une souche de bactérie. Il obtient les résultats suivants :

Temps x_i (en heure	4	5	6	7	8	9
Nombres N_i de bactérie (en milliers)	13,6	21,3	70,9	121,5	383	590

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Donner les valeurs arrondies à 10^{-2} près.

Temps x_i (en heure)	4	5	6	7	8	9
Nombres N_i de bactéries (en milliers)	13,6	21,3	70,9	121,5	383	590
$y_i = \ln(N_i)$	2,61			4,80		

2. Représenter le nuage de point de coordonnées $(x_i ; y_i)$. on note pour unité : 1cm en abscisse pour 1 heure et 1 cm en ordonnées pour 1 unité.

3. On note G_1 et G_2 les points moyens des trois premiers points du nuages et les trois derniers points du nuage.

a) Déterminer les coordonnées de G_1 et G_2.

b) Placer G_1 et G_2 sur le graphique précédent, puis tracer la droite (G_1G_2).

c) Déterminer l'équation réduite de la droite (G_1G_2).

4. a) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de ln(100).

b) A l'aide de cette valeur, déterminer graphiquement le temps nécessaire à l'obtention de 100.000 bactéries (on fera apparaitre les constructions utiles)

EXERCICE 4 : PROBLEME

On considère la fonction f définie sur]0 ; +∞ [par : $f(x) = \frac{1+lnx}{x}$.

1. a) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de validité.

b) Déterminer $f'(x)$, ou f' désigne la fonction dérivée de f.

c) Etudier le signe de la dérivée, puis en déduire les variations de la fonction f.

d) Dresser le tableau de variation complet de f.

2. Construire avec précision sa courbe représentative ($\mathcal{C}_f$) dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}, \vec{j}$), l'unité graphique mesurant 4cm.

3. Déterminer et marquer sur le graphique précédent les points suivants :

- **M_1 d'abscisse x_1, l'intersection de ($\mathcal{C}_f$) avec l'axe des abscisses.**
- **M_2 d'abscisse x_2, point en lequel la tangente passe par l'origine.**
- **M_3 d'abscisse x_3, point en lequel la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.**
- **M_4 d'abscisses x_4, point en lequel la dérivée seconde s'annule.**

4. Justifier que les quatre points x_1, x_2, x_3 et x_4 constituent une progression géométrique

BACCALAUREAT SESSION 2013

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE1 : ESPACE

Soit ABCDEFGH un cube de côté 2. On choisit dans le repère orthonormal (A, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$), avec $\vec{\imath} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\vec{\jmath} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$, $\vec{k} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

On rappelle que I, J et K les milieux respectifs des segments [BC], [CD] et [DH]. On note (P) le plan contenant les points I, J et K.

1. Déterminer les coordonnées des points I, J et K.

2. Déterminer une équation cartésienne du plan (P).

3. Justifier que la droite (AG) est perpendiculaire au plan (P).

4. On appelle L, M et N les milieux respectifs des segments [HE], [EF], et [FB]. Vérifier que les points L, M et N appartiennent au plan (P).

5. En déduire que la section du cube par le plan (P) est un hexagone.

EXERCICE 2 : PROBABILITES

Dans une kermesse, un jeu est organisé de la façon suivante :

Le joueur mise 500f CFA puis il réalise un tirage en deux étapes :

1ère étape : Le joueur tire au hasard un billet dans un panier où sont placés 6 billets marqués « U_1 » et 4 billets marqués « U_2 ». On suppose l'équiprobabilité de tirage.

2ème étape : Si un joueur a obtenu un billet marqué « U_1 », il tire alors un jeton dans l'urne U_1 où sont placés 5 jetons marqués « perdant » et 3 jetons marqués « gagnant » On suppose l'équiprobabilité des tirages.

Si le joueur a obtenu un billet marqué « U_2 », il tire alors un jeton dans l'urne U_2 où sont placés 2 jetons marque « perdant » et «3 jetons marqués « gagnant ». On suppose l'équiprobabilité des tirages.

On note A l'évènement : « Le joueur a tiré un billet « U_1 » ».

On note B l'évènement : « Le joueur a tiré un billet « U_2 » ».

On note G l'évènement : « Le joueur a tiré un jeton marqué « gagnant » ».

Tous les résultats seront donnés sous formes de fraction irréductibles.

1. Construire un arbre pondérés qui décrit ce lien.

2. Calculer la probabilité des évènements (G ∩ A) et (G ∩ B).

3. Montrer que la probabilité de l'évènement G est égale $\frac{93}{200}$.

4. Quelle est la probabilité conditionnelle de l'évènement A par rapport à l'évènement G ?

5. Avec un jeton gagnant de l'urne U_1, le joueur reçoit 1500f CFA ; avec un jeton gagnant de l'urne U_2, il reçoit 500f CFA. Et dans les autres cas, il ne reçoit rien.

On notera X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur à l'issue du jeu.

a) Quelle sont les valeurs prises par X ?

b) Etablir la loi de probabilité de X.

c) Déterminer l'espérance mathématique et l'écart type de X.

EXERCICE 3 : PROBLEME

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, $\vec{i},\vec{j}$). L'unité graphique est 2cm.

On considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = ae^{-2x} + be^{-x} + cx + d$, où a, b c et d sont des réels, indépendant de x, à déterminer.

On note ($\mathcal{C}_f$) sa courbe représentative dans le repère.

PARTIE A :

1. La courbe ($\mathcal{C}_f$) est tangente à la courbe (T) d'équation : $y = 2x - 1$ au point A (0 ; -1).

Justifier que les réels a et b sont solutions du système :

$$\begin{cases} a + b = -1 - d \\ 2a + b = c - 2 \end{cases}$$

2. La courbe ($\mathcal{C}_f$) a pour asymptote oblique en +∞ la droite (D) d'équation : $y = 2x - \frac{1}{2}$.

a) Déduire de ces informations la valeur des réels a et b.

b) Montrer que pour tout réel x : $f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x} - e^{-x} + 2x - \frac{1}{2}$.

PARTIE B :

1. Déterminer les limites de f en +∞ et en -∞.

2. On note f' la fonction dérivée de f.

a) Montrer que, pour tout réel x ; $f'(x) = (e^{-x} + 1)(2 - e^{-x})$.

b) En déduire les variations de f.

c) Quelles sont les coordonnées du point B de la courbe correspondant au minimum de f ?

3. Etudier la position relative de la courbe par rapport à son asymptote (D).

4. Démontrer que l'équation f(x) = 0 admet deux solutions α et β dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-2}.

5. a) Montrer que f est bijective de $\left]ln\left(\frac{1}{2}\right);\ +\infty\right[$ vers un intervalle K que l'on précisera.

b) Soit f^{-1} la bijection réciproque de f définie sur K. Déterminer les variations de f^{-1} sur K

6. Construire ($\mathcal{C}_f$), l'asymptote (D), la tangente (T) et la courbe (Γ) de la fonction f^{-1} .

PARTIE C :

On note g la fonction définie sur ℝ par : $g(x) = 2x - \frac{1}{2} - f(x)$ et G une primitive de g sur ℝ.

On pose pour tout entier naturel : $u_n = 4[G(x) - G(-ln2)]$.

1. Donner une interprétation graphique du nombre U_n.

2. Calculer U_n en fonction de n.

3. Quelle est la limite de la suite (U_n).

BACCALAUREAT SESSION 2012

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE 1 : STATISTIQUES

Pour lancer un nouveau produit P sur le marché, une société de la place effectue un sondage auprès des éventuels clients. Dans le tableau ci-dessous.

x représente le prix de vente unitaire du produit P exprimé en centaine de franc CFA ;

y représente la quantité du produit P demandée en millier.

Prix de vente unitaire x_i	3	3,5	4,5	6,5	8	10
Demande y_i	6,25	4,90	3,75	2,75	2,40	2,25

Le plan est rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques :

1cm pour une centaine de franc CFA sur l'axe des abscisses.

1cm pour un millier sur l'axe des ordonnées.

1. a) Représenter graphiquement le nuage des points M_i $(x_i\,;\,y_i)$

b) La forme du nuage suggère-t-elle un ajustement affine ? Justifier la réponse.

2. On effectue le changement de variables suivants : $w_i = \ln y_i$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	3	3,5	4,5	6,5	8	10
$W_i = \ln y_i$						

b) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i\,;\,w_i)$.

c) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de w en x.

d) En déduire qu'il existe deux nombres réels α et β tels que : $y = \alpha.\beta^x$.

Donner les valeurs approchées de α et β à 10^{-3}.

Déterminer une estimation de la demande y en fonction de prix x.

e) En supposant que cette tendance est maintenue, déterminer le nombre d'unité du produit P que les consommateurs sont prêts à acheter si le prix de vente unitaire est fixé à 15 centaines de franc CFA.

EXERCICE 2 : COMPLEXES ET TRANSFORATION

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}$,$\vec{v}$). On considère l'application f définie sur ℂ* par : f(z) = $\frac{1}{3}(z + \frac{1}{z})$.

1. On désigne par K le point d'affixe f($\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$). Déterminer les coordonnées de K.

2. Soit α un nombre réel. Résoudre dans ℂ l'équation (E) : f(z) = $\frac{2}{3}$cosα.

3. a) En déduire la solution dans ℂ l'équation (E') : $z^4 - 2(\cos\alpha)z^2 + 1 = 0$ (on donnera les solutions sous formes exponentielle).

b) Vérifier que les solutions de (E') sont deux à deux conjugués.

c) Décomposer le polynôme à variable réelle x définie par :

p(x) = $x^4 - 2(\cos\alpha)x^2 + 1 = 0$ en un produit de deux polynômes de second degré à coefficient réels.

4. On considère l'application h du plan complexe dans lui-même qui a tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe telle que : 2(z – $\frac{1}{3}$) = (1 + i) (z' - $\frac{1}{3}$).

a) Démontrer que h est une similitude plane directe dont on précisera les éléments Caractéristiques.

b) Démontrer que h est la composée d'une rotation et d'une homothétie dont on donnera les éléments caractéristiques.

EXERCICE 3 : PROBLEME

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur l'intervalle I =]0 ; +∞ [par : $f(x) = \frac{1}{x^2}(x + \ln x)$.

On désigne par (Ꞇ) la courbe représentative de f.

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit h la fonction définie sur I par : $h(x) = -x + 1 - 2\ln x$.

1. Calculer les limites de h aux bornes de I.

2. Etudier le sens de variation de h et dresser son tableau de variation.

3. Calculer h(1) et en déduire le signe de h(x) pour tout x élément de I.

PARTIE B : Etude d'une fonction

1. a) Calculer les limites de f aux bornes de I.

b) Montre que : $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$

c) Etudier le sens de variations de f et dresser son tableau de variation complet.

2. Démontrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution α sur I et que l'on a :

$0{,}5 < \alpha < 0{,}6$.

3. Soit g la restriction de f à l'intervalle [1 ; +∞ [.

a) Démontrer que g réalise une bijection de [1 ; +∞ [sur un intervalle J à préciser. On désigne par g^{-1} l'application réciproque de g.

b) Résoudre dans J l'équation $g^{-1}(x) = e$.

c) Calculer $(g^{-1})'(e^{-2} + e^{-1})$.

4. Construire la courbe (Ꞇ) et la courbe (Γ) dans un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$), d'unité graphique 2cm.

PARTIE C : Mouvement d'un point.

Dans un repère ci-dessus, un point M a pour coordonnées :

$$\begin{cases} x = e^{t} \\ y = e^{-t} + te^{-2t} \end{cases}$$

1. Démontrer que la trajectoire de M est partie de (Ꞇ) à préciser.

2. Déterminer les composantes du vecteur vitesse de M à l'instant t.

3. Représenter ces vecteurs vitesses à l'instant t = 0.

BACCALAUREAT SESSION 2011

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

EXERCICE 1 : Suites

Soit la suite (u_n) définie pour tout n appartenant à $\mathbb{N}^*$ par : $u_n = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$.

1. a) Démontrer que pour tout n appartenant à $\mathbb{N}^*$: $u_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$.

b) En déduire que pour tout n appartenant à $\mathbb{N}^*$ on a : $0 \leq u_n \leq 1$.

c) Etudier le sens de variation de la suite (u_n).

2. a) Soit (w_n) la suite définie pour tout n appartenant à $\mathbb{N}^*$ par : $w_n = u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$.

Démontrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}^*$:

$$w_n = \frac{n+2}{2(n+1)}.$$

b) Déterminer la limite de la suite (w_n).

3. On pose : v_n : ln (u_n).

a) Justifier que la suite (v_n) est définie pour tout entier naturel non nul.

b) Démontrer que la suite (v_n) est croissante.

c) Démontrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$: $\ln(\frac{3}{4}) \leq v_n < 0$.

d) En déduire que la suite (v_n) est convergente, puis calculer sa limite.

4. On pose : $x_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.

a) Exprimer x_n en fonction de w_n.

b) Déterminer la limite de x_n.

EXERCICE 2 : Géométrie de l'espace

Soit A et B deux points de l'espace muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) et $\vec{u}$ un vecteur non nul.

1. Déterminer l'ensemble (Δ) des points de l'espace tels que : $\vec{u} \wedge \overrightarrow{AM} = \vec{u} \wedge \overrightarrow{AB}$.

2. On donne A (0 ; 2 ; 0), B (3 ; 0 ; 4), et $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Vérifier que ($\Delta$) est la droite passant par B et dirigée par $\vec{u}$, puis en déduire une représentation paramétrique de (Δ).

3. a) Déterminer une équation cartésienne du plan (P) passant par A et orthogonal à (Δ).

b) Calculer les coordonnées du point d'intersection I de (Δ) et (P).

4. Soit (Δ') la droite passant par I et de vecteur directeur $\vec{v} = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath} - \vec{k}$.

a) Démontrer que (Δ') n'est pas orthogonale à (P).

b) Déterminer une équation cartésienne du plan (P') contenant (Δ') et perpendiculaire à (P).

c) Déterminer un repère (E, $\vec{w}$) de la droite d'intersection des plans (P) et (P').

EXERCICE 3 : PROBLEME

Soit f la fonction définie sur ℝ par : $\begin{cases} f(x) = (2x-1)exp\left(\frac{1}{x}\right) \; si \; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par (Ꞇ) la courbe représentative de f.

PARTIE A : Etude de la fonction f.

1. Calculer la limite de f en -∞ et en +∞.

2. a) Montrer que : $\lim_{x\to-\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) = 1$; puis que $\lim_{x\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right) = 1$ (on pourra poser u = $\frac{1}{x}$) .

b) Montrer que pour tout x non nul :

$f(x) = 2x\left[exp\left(\frac{1}{x}\right) - 1\right] - \left[exp\left(\frac{1}{x}\right) + 1\right]$.

c) En déduire que la droite (D) d'équation y = 2x +1 est asymptote à (Ꞇ).

d) On admet que pour tout réel x :

$f(x) - (2x+1) < 0$. En déduire la position relative de (D) et (Ꞇ).

3. a) Calculer la limite de f en 0 à gauche et à droite.

b) En déduire que f n'est pas continue en 0.

4. Etudier la dérivabilité de f en 0 à gauche.

5. a) Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

b) Etudier le sens de variation de f, puis dresser son tableau de variation complet.

6. Déterminer une équation de la tangente (T) à (Ꞇ) en son point d'abscisse $\frac{1}{2}$.

7. Tracer (Ꞇ), (T) et (D) dans un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) d'unité graphique 2cm.

PARTIE B : Calcul d'aire.

1. Déterminer le nombre réel α tel que la fonction F définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par :

$F(x) = \alpha x^2 exp\left(\frac{1}{2}\right)$ soit une primitive de f.

2. Calculer en cm^2 la valeur exacte de l'aire du domaine plan limité par la courbe ($\mathcal{C}$), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = 2$.

PARTIE C : Cinétique

Soit M un point mobile dont les coordonnées (x ; y) sont définies en fonction du temps t par :

$$\left\{\begin{array}{l} x(t) = \dfrac{1}{lnt} \\ y(t) = \left(\dfrac{2}{lnt} - 1\right)t \end{array} avec\ t \leq e^2. \right\}$$

1. Quelle est la trajectoire de M.

2. Calculer en fonction de t les coordonnées du vecteurs vitesse $\vec{v}$.

3. Représenter la position du point mobile et le vecteur vitesse à l'instant t = e.

UNITÉ – PROGRÈS – JUSTICE

SUJETS DES BACCALAUREATS DU BURKINA FASO

BACCALAUREAT SESSION 2019

EXERCICE 1 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ unité graphique 1cm.

Soit P le polynôme définie sur $\mathbb{C}$ pour tout z par : $P(z) = z^3 - 3z^2 + (3i + 3)z - 6 + 2i$.

1. **Calculer P(-i) ; puis en déduire une factorisation de P(z).**
2. **a) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.**

   b) Soient les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -i$; $z_B = 2i$ et $z_C = 3 - i$. Placer ces points dans le repère.

   c) Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$; puis interpréter géométrique le module et un argument de ce quotient. En déduire la nature du triangle ABC.

3. Soit D l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

   a) Calculer l'affixe de point D.

   b) Donner la nature exacte du quadrilatère ABDC.

EXERCICE 2 :

Une urne contient cinq boules portant le numéro 2, quatre boules portant le numéro 3 et trois boules portant le numéro 4.

On tire simultanément trois boules de l'urne. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1. **Déterminer les probabilités des évènements suivants :**

   A : « Tirer au moins une boule portant le numéro 3 »

   B : « Tirer trois boules portant des numéros tous différents »

   C : « Tirer trois boules portant le même numéro »

   D : « Tirer trois boules dont exactement deux portent le même numéro »
2. **Soit X la variable aléatoire égale à la somme des numéros marqués sur les trois boules tirées.**
   a) **Quelles sont les valeurs prises par X ?**
   b) **Déterminer la loi de probabilité de X.**
   c) **Calculer l'espérance mathématique E(X) de X.**
3. **On appelle un succès l'évènement E : « $(X \geq 10)$ »**
   a) **Calculer la probabilité de E.**

b) On répète trois fois l'expérience de manière indépendante. Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux succès.

EXERCICE 3 : Problème

On considère la fonction f définie sur ℝ par : $\begin{cases} f(x) = 2 - x + \ln(2x-3) \text{ si } x \geq 2 \\ f(x) = -x + 1 + e^{x-2} \text{ si } x < 2 \end{cases}$

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ unité graphique 4cm. On notera *f'* la dérivée de f.

PARTIE A :

1. Etudier la continuité de f en 2.
2. a) vérifier $\frac{f(x)}{x-2} = -1 + 2\frac{\ln[2(x-2)+1]}{2(x-2)}$ pour tout $x > 2$

   b) Etudier la dérivabilité de f en 2. Interpréter géométriquement le résultat obtenu.
3. a) Calculer la limite de f en -∞.

   b) Vérifier que pour tout $x \geq 2$. On a : $f(x) = 2 - x(1 - \frac{2x-3}{x}\frac{\ln(2x-3)}{2x-3})$.

   En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

   c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) + x]$ Interpréter géométriquement le résultat obtenu.
4. Montrer que (C) admet une asymptote oblique (Δ) au voisinage de -∞.
5. a) Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ puis étudier son signe.

   b) En déduire le sens de variation de f.

   c) Dresser le tableau de variation de f.

6. Tracer (C), (Δ), la tangente et les demi-tangentes éventuelles.

PARTIE B

1. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet deux solutions dont l'une est dans l'intervalle I = [3; 4] (on notera **α** celle qui est dans I).
2. On considère la fonction g définie sur [2 ; +∞[par $g(x) = 2 + \ln(2x-3)$

   a) Vérifier que g(α) = α.

   b) Montrer que : (i) g(x) ∈ I, pour tout x ∈ I.

   (ii) $|g'(x)| \leq \frac{2}{3}$ pour tout x ∈ I.

   c) En déduire que : $|g(x) - \alpha| \leq \frac{2}{3}|x - \alpha|$ pour tout x ∈ I.

PARTIE C :

Soit (U_n) la suite définie par :

$U_0 = 3$ et $U_{n+1} = g(U_n)$ pour tout entier naturel n.

1. **Démontrer que pour tout entier naturel n, $U_n \in [3 ; 4]$**
2. **En déduire que pour tout entier naturel n,**

   a) $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3}|U_n - \alpha|$

   b) $|U_n - \alpha| \leq (\frac{2}{3})^n$
3. **Etudier la convergence de la suite (U_n)**
4. **Déterminer le plus petit entier naturel n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$ on ait $|U_n - \alpha| \leq 10^{-3}$.**

   Données numériques : ln 2 ≅ 0,7 ; ln 3 ≅ 1,1 ; ln 5 ≅ 1, 6 ; ln 10 ≅ 2,3 ; $\ln\frac{2}{3} \cong -0,4$; $e^{-1} = 0,3$ et $e^{-2} \cong 0,1$.

BACCALAUREAT SESSION 2018

EXERCICE 1 :

2. **Déterminer les racines carrées du nombre complexe $u = \frac{2+2i\sqrt{3}}{4}$ sous forme algébrique.**
3. **Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 + (\sqrt{3} - 7i)z - 4(3 + i\sqrt{3}) = 0$**
4. **Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormal (O, $\vec{u}, \vec{v}$) d'unité 2cm.**
   a) **Placer les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$; $z_B = 4i$; $z_C = -\sqrt{3} + 3i$.**
   b) **Montrer que $u = \frac{z_C - 2i}{z_B - 2i}$**
   c) **En déduire la nature exacte du triangle ABC.**
5. **Soit f l'application de P - {ℂ} dans P, qui à tout points M d'affixes z ($z \neq z_C$) associe la point M' d'affixe z' = f(z) telle que : $z' = f(z) = \frac{z-4i}{z+\sqrt{3}-3i}$**
   a) **Donner une interprétation géométrique du module et de l'argument de z'.**
   b) **En déduire et construire l'ensemble (E) des points M dont l'image par f a pour affixe un nombre imaginaire pur non nul.**
   c) **En déduire et construire l'ensemble (D) des points M dont l'image par f est un élément du cercle de centre O et de rayon 1.**

On note $\sqrt{3} \cong 1,7$.

EXERCICE 2 :

Un sac contient quatre pièces marquées 500F et six pièces marquées 200F, indiscernables au touché. On tire au hasard et simultanément trois pièces de ce sac.

On désigne par A, l'évènement « tiré une pièce de 500F et deux pièces de 200F »

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de pièces de 500F figurant parmi les trois pièces tirées.

1. **Calculer la probabilité de l'évènement A.**
2. **a) Déterminer les valeurs prises par X.**
   b) Déterminer la loi de probabilité de X.
   c) Calculer l'espérance mathématique de X.

3. On répète cinq fois l'expérience en remettant à chaque fois les trois pièces tirées dans le sac. Quelle est la probabilité que l'évènement A se réalise exactement trois fois à l'issue des cinq tirages ?

EXERCICE 3 : Problème

Le plan P est muni d'un repère orthonormal (O, $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) unité graphique 2 cm.

On considère la fonction numérique f définie sur ℝ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{xe^x}{e^x+1},\ si\ x \leq 0 \\ f(x) = x^2 ln(x) - x^2, si\ x > 0 \end{cases}$

PARTIE A :

2. **a) Etudier la continuité de f en 0.**

 b) Etudier la dérivabilité de f en 0, puis interpréter graphiquement le résultat.

2. Calculer $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$**, puis interpréter le résultat.**

3. Soit la fonction g définie sur ℝ par : $g(x) = e^x + x + 1$.

 a) Calculer g'(x) et en déduire le sens de variation de g.

 b) Calculer les limites de g en -∞ et en +∞.

 c) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution et une seule α et que

 -1,28 < α < -1,27.

4. Calculer les limites de f en -∞ et en +∞

5. a) Montrer que pour tout x ∈]-∞ ; 0], $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x+1)^2}$. En déduire le signe de f'(x) puis le sens de variation de f sur]-∞ ; 0].

 b) Calculer $f'(c)$ pour x ∈]0 ; +∞[. En déduire le signe de f'(x) puis le sens de variation de f sur]0 ; +∞[.

 c) Dresser le tableau de variation de f.

6. Construire les demi-tangentes à l'origine puis la courbe (C).

PARTIE B :

On considère la suite (J_n) définie pour tout n ∈ ℕ tel que n ≥ 3 par : $J_n = \int_n^{n+1} f(t)dt$.

1. **Donner une interprétation géométrique de J_n.**
2. **a) Démontrer que pour tout entier naturel n ≥ 3, *f*(n) ≤ J_n.**

 b) Démontre que la suite (J_n) est divergente.

3. Calculer l'aire A en cm² du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 1 et x = e.

PARTIE C :

On considère un point mobile M dont les coordonnées sont données en fonction du paramètre t par : $\begin{cases} x(t) = e^t \\ y(t) = e^{2t}(t-1) \end{cases} t \in \mathbb{R}.$

1. **Montrer que la trajectoire de M est une partie de (C) que l'on précisera. Tracer en pointillés la trajctoire de M. On la notera (C').**
2. **Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse à l'instant t =** $\frac{\pi}{4}$**.**

   On donne $e^{-1,28} \approx 0,278$; $e^{-1,27} \approx 0,2808$; $e^{1/3} \approx 1,7$; $e = 2,7$ $f(\alpha) = -0,28$

BACCALAUREAT SESSION 2017

EXERCICE 1 :

3. a) Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe $(1 + i\sqrt{3})^2$.

   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + 2z + 19 - 18i\sqrt{3} = 0$.

2. Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ le système suivant :

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -2 \\ {z_1}^2 - {z_2}^2 = -4 + \dfrac{4i\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

3. Dans le plan complexe rapporté au repère orthonrmal $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A, B, C et D les points d'affixes respectives a, b, c et d telle que a = $2 + 3i\sqrt{3}$;

   b = $\frac{1}{9}(\overline{a} - 2); c = -a - 2 \; et \; d = a - b + c$ (où $\overline{a}$ est le conjugué de a).

   a) Déterminer les nombres complexes b, c et d puis placer les points A, B, C et D dans le plan complexe. (Unité graphique : 2cm et $\sqrt{3} \cong 1,7$).

   b) Comparer a + c et b + d. En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

   c) Calculer et interpréter géométriquement un argument du nombre complexe $Z = \frac{c-a}{d-b}$. Préciser la nature exacte de ABCD.

EXERCICE 2 :

Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. Toutes les boules ont la même probabilité d'etre tirées. On tire simultanément 3 boules de l'urne.

6. Déterminer le nombre de tirages possibles.
7. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

   A : « Les nombres portés par ces 3 boules sont tous des nombres premiers »

   B : « Les nombres portés par ces 3 boules sont tous divisibles par 3 »

   C : « Deux boules portent un numéro divisible par 3 »

   D : « Les trois sont des multiples de »

   E : « Les trois nombres portés ces boules, convenablement rangés forment trois termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 3 »

   F : « Les trois nombres portés ces boules, convenablement rangés forment trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ ».

EXERCICE 3 : Problème

On considère la fonction numérique f définie sur ℝ par :

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{3-x} + 1 \ si \ x \ \leq 3 \\ f(x) = e^{3-x} + x - 3 \ si \ x \ > 3 \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) (unité graphique : 2cm).

PARTIE A :

5. **a) Etudier la continuité de f en 3.**

   b) Etudier la dérivabilité de f en 3 et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2. **a) Calculer les limites de f en -∞ et en +∞.**

   b) Calculer $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Que peut-on déduire de la courbe (C) ?

3. **a) Montrer que la droite (D) d'équation y = x – 3 est asymptote à (C) en +∞.**

   Préciser la position de (C) par rapport a (D) dans]3, +∞ [

   b) Etudier la position de (C) par rapport à la droite (Δ) d'équation y = x + 1 sur [0 ; 2]

4. a) Calculer f'(x) pour tout x ≠ 3 et étudier son signe.

   b) En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

5. a) Démontrer que l'équation f(x) = 0 admet dans ℝ une unique solution **α**. Vérifier que -1 < **α** < 0.

   b) Construire la courbe (C), les droites (D) et (Δ) et les demi-tangentes au point d'abscisse 3 de (C).

PARTIE B :

1. Calculer l'aire A en cm², de la partie du plan délimité par la courbe (C), la droite (Δ) et les droites d'équations x = 0 et x = 2. (On pourra utiliser une intégration par partie)
2. On considère un point mobile M dont les coordonnées sont données en fonction du paramètre t par : $\begin{cases} x(t) = 3 - e^{2t} \\ y(t) = 3e^{t} - e^{3t} + 1 \end{cases}$. Montrer que la trajectoire de M est une partie de (C) que l'on précisera.

BACCALAUREAT SESSION 2016

EXERCICE 1 :

On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par $(z) = z^4 - 4(1+i)^3 + 12iz^2 + 8(1-i)z - 20$

1) a) Ecrire sous forme algébrique $(1-i)^2$ puis en déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 = -2i$.

b) Déterminer les nombres b et c pour que, pour tout $z \in \mathbb{C}$ on ait

$(z) = (z^2 + 2i)(z^2 + bz + c)$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : (z) = 0$

3) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 1 - i$, $z_B = -1 + i$, $z_C = 1 + 3$, $z_D = 3 + i$

a) Faire une figure

b) On pose $Z = \frac{z_{\overrightarrow{BA}}}{z_{\overrightarrow{BC}}}$. Ecrire Z sous la forme algébrique.

c) Interpréter géométriquement le module et un argument de Z.

d) Quelle est la nature exacte du triangle ABC puis du quadrilatère $ABCD$?

EXERCICE 2 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal direct $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $(-1\,;1\,;-3)$; $(-2\,;3\,;-3)$; $C(-2\,;1\,;0)$.

1) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

2) Soit I le point de coordonnées $(-1\,;3\,;0)$. Calculer la distance de I au plan (ABC). Ces points A, B, C et I sont-ils coplanaires ?

3) a) Calculer l'aire A du triangle ABC en unité d'aire.

b) Déterminer le volume V (en unité de volume) de la pyramide de sommet I et de base le triangle ABC.

EXERCICE 3 : Problème

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\ln x}{1+x}, si\ x \geq 1 \\ f(x) = e^{\frac{1}{x-1}}, si\ x < 1 \end{cases}$$

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O ;$\vec{i}, \vec{j}$) tel que $\|\vec{i}\| = 1\ cm$ et $\|\vec{j}\| = 2\ cm$.

Partie A

Soit g la fonction définie sur $I = [1\ ; +\infty\ [$ par $g(x) = 1 + x - x\ln x$

1) Calculer les limites de g aux bornes de I.

2) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

3) Démontrer que l'équation $(x) = 0$ admet une unique solution α sur I Vérifier que $\alpha \in]\ 3{,}5\ ;\ 4[$

4) Déduire de ce qui précède le signe de g sur I

Partie B

1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

2) Etudier la dérivabilité de f en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3) Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ et vérifier que pour tout $x \in I$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x)^2}$

4) En déduire le signe de $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ puis dresser le tableau de variation de f

5) Montrer que $(\alpha) = 1\ \alpha$ ·

6) Construire (C), ses tangentes et ses asymptotes.

Partie C

On pose $J_n = \int_1^e x^2(lnx)^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1) Calculer J_0 ·

2) Montrer que $Jn \geq 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3) Montrer que (Jn) est décroissante

4) Montrer que (Jn) est convergente.

5) En utilisant une intégration par parties, démontrer que pour tout entier naturel n :

$3J_{n+1} + (n + 1) = e3$

6) En déduire les valeurs exactes de J_1 et J_2.

Données : $\ln(3{,}5) \simeq 1{,}25$; $\ln 2 \simeq 0{,}7$; $e{-}1 \simeq 0{,}37$

BACCALAUREAT SESSION 2015

EXERCICE 1 :

Soit le polynôme $(z) = z3 - (1 + 2i)2 - 3z + 2i - 1$

1) Montrer que le polynôme (z) admet une racine réelle $z0$ que l'on déterminera

2) Déterminer trois nombres complexe a, b et c tel que $(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$

3) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(z) = 0$

4) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\vec{u}, \vec{v})$ (unité $2\ cm$), on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives i, $2 + i$ et -1.

a) Placer les points A, B et C

b) Soit D l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. Calculer l'affixe de D.

c) Calculer le nombre $Z = \frac{z_A}{z_A - z_B}$. Déterminer le module et un argument de Z. En déduire la nature du triangle.

EXERCICE 2 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal direct $(O\ ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $A(-2\ ;-1\ ;\ 2)$; $B(6\ ;-5\ ;\ 3)$; $C(-1\ ;3\ ;10)$ et le vecteur $\vec{u}\ (-4, -7, 4)$

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) Interpréter géométriquement ces résultats

c) Calculer les distances AB et AC

d) En déduire la nature exacte du triangle ABC

2) Démontrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ sont colinéaires

3) Montrer que $\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\| = 9\|\vec{u}\|$ et en déduire l'aire du triangle ABC en fonction de la norme de $\vec{u}$.

4) Soit $(1\ ;\ 1\ ;\ 1)$ un point de l'espace.

a) Les points A, B, C, D sont – ils coplanaires ?

b) Calculer $(D\ ;\ (ABC))$ et en déduire le volume V, en unité de volume, de la pyramide de sommet D et de base le triangle ABC.

EXERCICE 3 : Problème

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $(x) = (1 - x) - 1$.

1) Etudier les variations de g

2) Calculer $g(0)$. En déduire que pour tout $x \neq 0$, $(x) < 0$.

Partie B

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x}{e^x-1} + 2, si\ x\ \neq 0 \\ f(0) = 3 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \ ,)$ (unité graphique 2 cm). On admettra que f est dérivable en 0 et que $f'(0) = -\frac{1}{2}$

1) a) Déterminer la limite de f en $-\infty$

b) Etablir que $\frac{x}{e^x-1} = \frac{x}{e^x} \times \frac{1}{1-e^{-x}}$ puis déterminer la limite de f en $+\infty$ En déduire que

(C) admet une asymptote horizontale en $+\infty$ dont on donnera l'équation.

2) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote oblique à la courbe (C) en $-\infty$

3) Calculer, pour tout $x \neq 0$, $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x-1)^2}$

4) a) Donner le sens de variation de f

b) Dresser le tableau de variation de f

5) Soit (T) la tangente à (C) au point d'abscisse nulle, écrire l'équation de (T)

6) Tracer (D), (T) et (C).

Partie C

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = f(x) - x$

1) Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α et que $\alpha \in]2\ ;2{,}5[$ 2) On pose $I = [2\ ;\ 2{,}5]$

a) Démontrer que pour tout $x \in I$, on a : $(x) \geq -20$ et $(ex - 1)2 \geq 40$

b) En déduire que si $\in I$, $-1\ 2 \leq f'(x) \leq 0$.

3) Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = (Un)$.

a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $Un \in I$.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|U_{n+1} - \alpha| \leq 1\ 2\ |U_n - \alpha|$ et que $|U_n - \alpha| \leq (\frac{1}{2})^{+1}$

c) En déduire que (U_n) converge vers α.

d) Déterminer le plus petit entier n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$, on ait $|U_n - \alpha| \leq 10^{-3}$

On donne : $\ln 2 \simeq 0{,}69$; $\ln 10 \simeq 2{,}3$; $e^{2} \simeq 7{,}39$; $e^{2{,}5} \simeq 12{,}18$; $\frac{1}{e^{2}-1}1\ e^{2-1} \simeq 0{,}15$; $\frac{1}{e^{2{,}5}-1} \simeq 0{,}09$; $(e^{2}-1)^{2} \simeq 40{,}83$; $(e^{2{,}5}-1)^{2} \simeq 125$.

BACCALAUREAT SESSION 2014

EXERCICE 1 :

Le plan complexe $\mathcal{P}$ est rapporté au repère orthonormal $(O\ ;\vec{u},\vec{v})$; unité : 2 cm. On considère l'application f définie sur $\mathbb{C}^*$ par $(z) = -\frac{1}{z}$ · F est l'application du plan $\mathcal{P}$ privé de O dans lui-même qui à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe $z' = f(z)$.

1) On pose $z = re^{i\theta}$, $r \in \mathbb{R}^{*+}$ et $\theta \in \mathbb{R}$. Exprimer le module et un argument de (z) en fonction de r et θ.

2) On pose $z = x + iy$ et $Z = X + iY$ où Z est l'affixe du milieu I de $[MM']$; x, y, X, Y sont des réels.

a) Exprimer X et Y en fonction de x et y

b) Déterminer et représenter l'ensemble $(\mathcal{E})$ des points M tels que I appartienne à l'axe $(O\ ;\vec{u})$

c) Déterminer et représenter l'ensemble $(\mathcal{F})$ des points M tels que I appartienne à l'axe $(O\ ;\vec{v}\ )$

3) On suppose $|z| = 1$. On pose donc $z = e^{i\theta}$, $\theta \in \mathbb{R}$.

a) Calculer Z en fonction de θ

b) Caractériser géométriquement la restriction de F au cercle de centre O et de rayon 1.

EXERCICE 2 :

A l'instant $t = 0$, un corps à température $\theta_0 = 60°C$ est placé dans l'aire ambiant à la température $\theta_1 = 20°C$. Au bout de 10 minutes, la température du corps est $50°C$. Sa température à la date t exprimée en minutes, est solution de l'équation différentielle :

$\frac{d\theta(t)}{dt}dt = -(\theta(t) - \theta_1)$ où k est une constante réelle. On pose $\Phi(t) = \theta(t) - \theta_1$.

1) a) Quelle est l'équation différentielle vérifiée par Φ ?

b) Déterminer Φ.

c) En déduire (t) en fonction de k.

d) Déterminer la constante k puis, en déduire l'expression définitive de (t).

2) a) Au bout de combien de minutes la température du corps diminuera – t – elle de moitié ?

b) Quelle sera la température du corps au bout d'une heure ? On donne : $\ln 2 \simeq 0,70$; $\mathrm{Ln}\ \frac{3}{4} \cong -0,29$.

EXERCICE 3 : Problème

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = (1-x)e^x, si\ x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2+2X-3}, si\ x > 1 \end{cases}$$

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal direct $\mathcal{R} = (O ; i , j)$; unité graphique : 2 cm.

Partie A

1) a) Etudier la continuité de f en $x_0 = 1$

b) f est – elle dérivable en $x_0 = 1$? Interpréter géométriquement le résultat obtenu.

2) a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

b) Soit f' la dérivée de f. Calculer $f'(x)$ et étudier le signe de f'.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à (C) en $+\infty$.

4) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse -1. (On donne : $\frac{1}{e} \simeq 0{,}36$)

5) Tracer (Δ), (T) et (C).

6) a) Montrer que la restriction de f à $]1 ; +\infty[$ réalise une bijection de $]1 ; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) On note (C') la courbe représentative de cette bijection réciproque dans le repère $\mathcal{R} = (O ;\ \ ,\ )$. Construire (C').

Partie B

1) Soit α un réel strictement négatif ;

a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $(\alpha) = \int_\alpha^0 xe^x dx$

b) On désigne par D_α le domaine plan délimité par (C), (Ox) et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 0$. Calculer, en cm^2, la valeur de l'aire (α) du domaine D_α.

c) Calculer $\lim_{\alpha \to +\infty} A(\alpha)$

2) a) Déterminer les réels a, b et c tels que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $(x) = (ax^2 + bx + c)^{2x}$ soit une primitive sur $\mathbb{R}$ de $x \longmapsto (x^2 - 2x + 1)e^{2x}$.

b) Calculer, en cm^3, le volume (α) du solide (α) engendré par la rotation complète de D_α autour de l'axe (Ox).

Partie C On considère la courbe (Γ) dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{c} x(t) = \dfrac{2}{\cos t} - 1, t \in \left]0; \dfrac{\pi}{2}\right[\\ y(t) = 2\tan t \end{array}\right\}$$

1) Donner une équation cartésienne de (Γ)

2) En déduire que (Γ) est une partie de (C) que l'on précisera.

BACCALAUREAT SESSION 2013

EXERCICE 1 :

L'espace est muni d'un repère orthonormal direct (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}$). Soient (1 ,2 ,3) ; (3 ,0 ,3) et (3 ,2 ,1).

1. Calculer AB ; BC et $\overrightarrow{AB}\,.\overrightarrow{AC}$.

2. Soit D le point tel que $\overrightarrow{AD}$ = $\overrightarrow{BC}$. Trouver les coordonnées de D. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? En déduire que $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}$.

3. Déterminer la distance séparant le point O au plan du quadrilatère $ABCD$;

4. Soit I le milieu de [AC]. Calculer OI, en déduire que I est le projeté orthogonale de O sur le plan ($ABCD$).

5. Démontrer que les plans (OAC) et (OBD) sont orthogonaux

6. Déterminer l'aire du quadrilatère $ABCD$.

7. Déterminer le volume de la pyramide de sommet O et de base, le quadrilatère $ABCD$.

EXERCICE 2 :

On considère la suite de terme générale Un définie par : $Un = \frac{3U_{n+1}-1}{U_{n-1}+1}$; $n \geq 3$ et par son premier terme U_2 = 3.

1. Calculer U_3 ; U_4 et en déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2. a. Montrer que (U_n) est minorée par 1

b. Montrer que (Un) est décroissante c. En déduire que (Un) converge et déterminer sa limite. 3. On pose $Vn = \frac{U_{n+1}}{U_{n-1}}$

a. Montrer que (V_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison (On pourra exprimer V_n et V_{n-1} en fonction de U_{n-1})

b. Exprimer, puis U_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de (U_n).

EXERCICE 3 : Problème

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\left\{\begin{matrix} f(x) = xe^{\frac{1}{x}}, si\ x < 0 \\ f(x) = xln(1 + x, si\ x\ \geq 0 \end{matrix}\right\}$

On désigne par ($\mathcal{C}$) la courbe de f dans un repère orthonormal (O ; i, j), unité graphique 2cm.

PARTIE A

1. Soit g la fonction définie par $(x) = \ln(1 + x) + \frac{x}{x+1}$ si $x \geq 0$. Déterminer le sens de variation de g sur $[0 ; +\infty[$ et en déduire son signe sur $[0 ; +\infty[$.
2. a. Etudier la continuité de f en 0

   b. Etudier la dérivabilité de f en 0
3. a. Calculer $f'(x)$ suivant les valeurs de x et vérifier que pour tout $x \geq 0$, $f'(x) = g(x)$

   b. Montrer que pour tout $x < 0$, on a $f'(x) > 0$

   c. Montrer que pour tout $x \geq 0$, on a $f'(x) > 0$

   d. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

   e. Dresser le tableau de variation de f
4. a. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat

   b. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \left[x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right).\right]$(On pourra poser $X = \frac{1}{x}$)

   c. Montrer que la droite (D) d'équation : $y = x + 1$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C})$ en$-\infty$

   d. Préciser la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à (D) pour $x < 0$.

   (On admettra que $(e^{\frac{1}{x}} - 1) \leq 1$ pour $x < 0$)
4. Tracer la droite (Δ) : $y = x$; (D) : $y = x + 1$ et $(\mathcal{C})$ dans le repère orthonormal $(O$; i, j), unité graphique 2 cm.

PARTIE B

1. a. Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout x de $\mathbb{R}^+$, on a : $\frac{x^2}{x+1} = ax + b + \frac{c}{x+1}$

   b. Déduire au moyen d'une intégration par parties le calcul de $\int_0^{e-1} f(x)dx$.
2. Calculer en cm², l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par (Δ) : $y = x$; $(\mathcal{C})$ et les droites D'équations $x = 0$ et $x = e - 1$.
3. Soit h la restriction de f à l'intervalle $[0 ; +\infty[$

a. Montrer que h réalise une bijection de $[0 ; +\infty[$ sur un intervalle I que l'on précisera.

b. Construire la courbe $(\mathcal{C}')$ de h−1 dans le même repère $(O$; i, j)

4. Quelle est l'aire $\mathcal{A}'$ en cm² de la partie de la boucle délimitée par $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$?

PARTIE C

On considère la courbe (Γ) dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{\ln(-t)} \\ y(t) = \frac{t}{\ln(-t)} \end{cases} avec\ t \in]-1; 0[$$

1) Déterminer une équation cartésienne de (Γ)

2) Comment obtient-on (Γ) à partir de la courbe $(\mathcal{C})$ de f

3) Construire (Γ) en pointillées dans le repère $(O\ ;\ i,\ j)$

BACCALAUREAT SESSION 2012

EXERCICE 1 :

On considère les équations différentielles suivantes : (E_1): $y'' + 4y = 0$ et (E_2): $y'' + y = 0$

1. **Déterminer la solution de l'équation (E_1) dont la courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;$ i, j $)$ passe par le point $A(0; -2)$ et admet en ce point une tangente horizontale 2.**

Déterminer la solution g de l'équation (E_2) vérifiant : $(\frac{\pi}{2}) = -1$ et $g'(\frac{\pi}{2}) = -1$ 3. Soit $(\mathcal{C})$ la courbe définie par le système d'équations paramétriques :

$$\left\{\begin{array}{l} x(t) = -2cos2t \\ y(t) = cost - sint \end{array}; t \in \mathbb{R}\right\}$$

a. Déterminer la période commune des fonctions x et y ; comparer la position des points (t) et $(t + \pi)$, puis en déduire un élément de symétrie de $(\mathcal{C})$. Justifier le choix de $[0; \pi]$ comme ensemble d'étude.

b. Etudier les fonctions x et y sur $[0; \pi]$ et dresser leur tableau de variations conjoint

c. Représenter la courbe $(\mathcal{C})$ dans un repère orthonormal $(O; i,)$ (unité graphique 2 cm)

On précisera les tangentes particulières ainsi que les tangentes en O. NB : $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$.

EXERCICE 2 :

On lance un dé tétraédrique dont les quatre faces portent les nombres 1, 2, 3 et 4. On s'intéresse au nombre porté par la face cachée. Pour $k \in \{1,2,3,4\}$, on note P_k la probabilité d'obtenir le nombre k sur la face cachée. Le dé est déséquilibré de telle sorte que les nombres P_1, P_2, P_3 et P_4 dans cet ordre forment une progression arithmétique

1. Sachant que $P_4 = 0{,}4$; montrer que $P_1 = 0{,}1$; $P_2 = 0{,}2$ et $P_3 = 0{,}3$

2. On lance le dé trois (3) fois de suite. On suppose que les lancers sont deux à deux indépendants

a. Quelle est la probabilité d'obtenir dans l'ordre les nombres 1, 2, 4 ?

b. Quelle est la probabilité d'obtenir trois nombres distincts rangés dans l'ordre croissant ?

3. On lance dix (10) fois de suite le dé. On suppose les lancers deux à deux indépendants. On note X la variable aléatoire qui décompte le nombre de fois où le chiffre 4 est obtenu.

a. Pour $0 \leq i \leq 10$, exprimer en fonction de i la probabilité de l'évènement $(X = i)$

b. Calculer l'espérance mathématique de$X$. Interpréter le résultat obtenu.

c. Calculer la probabilité de l'évènement $(X \geq 1)$ On donnera une valeur arrondie au millième 4. On lance n fois le dé, les lancers étant supposés indépendants. On note u_n la probabilité d'obtenir pour la première fois le nombre 4 au nième lancer.

a. Montrer que (u_n) est une suite géométrique et qu'elle converge

b. Calculer $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ en fonction de n puis étudier la convergence de la suite (S_n)

c. Déterminer le plus petit entier n tel que $S_n \geq 0{,}999$ NB : On donne $(0{,}6)^{10} \simeq 0{,}00604$; $\ln(0{,}001) \simeq -6{,}90$; $\ln(0{,}6) \simeq -0{,}51$.

EXERCICE 3 : Problème

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $(x) = \frac{x+ln|1-x|}{1-x}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;$ i, j) d'unité graphique 2 cm.

PARTIE A

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. En déduire les asymptotes à $(\mathcal{C})$

2. Soit f' la fonction dérivée de$f$, calculer $f'(x)$ puis étudier son signe. En déduire le sens de variation de f

3. Dresser le tableau de variations de f

4. Montrer que le point $(1; -1)$ est un centre de symétrie pour $(\mathcal{C})$

5. Tracer $(\mathcal{C})$ et les asymptotes

PARTIE B : Soit els fonctions u et v définies sur $]1; +\infty[$ par : $u(x) = \frac{-1}{1-x}$ et $v(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1}$

1. Déterminer une primitive de chacune des fonctions u et v sur $]1; +\infty[$ 2. Vérifier que pour tout réel $x > 1$; $-1 - (x) = (x) + (x)$

3. Calculer, en cm², la valeur exacte de l'aire S du domaine plan compris entre $(\mathcal{C})$ et les droites d'équations respectives $y = -1$, $x = 2$ et $x = 3$

PARTIE C

On considère la suite (un) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{Bmatrix} u_0 \\ u_{n+1} = 4 - e^{-u_n} \end{Bmatrix}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer, par récurrence, que pour tout entier non nul n, $3 < u_n < 4$

2. a. Montrer que, pour tout entier naturel non nul n, $u_{n+1} - u_n$ et $u_n - u_{n-1}$ sont de même signe

b. Etudier le sens de variation de la suite (un)

3. Etudier la convergence de la suite (u_n)

NB : On donne : $e^{-3} \simeq 0{,}05$ et $e^{-4} \simeq 0{,}0$

BACCALAUREAT SESSION 2011

EXERCICE 1 :

Dans le tableau suivant figurent les résultats d'une enquête réalisée dans un magasin pour déterminer le nombre d'acheteurs potentiels d'un modèle de chaussures, en fonction de son prix de vente. Prix en francs :

Prix en francs : xi	350	400	450	500	550	600
Nombre d'acheteurs potentiels yi	140	120	100	90	80	55

1) Représenter le nuage de points (x_i,) correspondant à cette série statistique dans un repère orthonormal (O ; i , j) tel que 1cm représente 100 francs sur l'axe des abscisses et 1cm représente 20 acheteurs sur l'axe des ordonnées.

2) On appelle G_1 et G_2 les points moyens des sous nuages constitués d'une part par les trois premiers points et d'autre part par les trois derniers points.

a) Calculer les coordonnées de G_1 et G_2.

b) Placer les points G_1 et G_2 sur la figure tracer la droite (G_1G_2).

c) Déterminer une équation de la forme $y = mx + p$ de la droite (G_1G_2).

3) Déduire du 2-c) une équation :

a) du nombre d'acheteurs potentiels d'un modèle de chaussures vendu 650 F.

b) du prix d'un modèle dont le nombre d'acheteurs potentiel est 150.

EXERCICE 2 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal (O ;$\vec{u},\vec{v}$). Soient les nombres complexes $a = \frac{\sqrt{3}+1}{4} + i\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ et $z_0 = 6 + 6i$. On note A_0 le point d'affixe z_0 et pour tout n entier non nul, on désigne par A_n le point d'affixe z_n définie par $z_n = a^n z_0$.

1) a) Exprimer z_1 et a_2 sous forme algébrique. Ecris z_1 sous forme exponentielle et montrer que $a_2 = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$.

b) Exprimer z_3 et z_7 en fonction de z_1 et a_2 ; en déduire z_3 et z_7 sous forme exponentielle.

2) Pour tout n entier naturel, on pose $|z_n| = r_n$ ·

a) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $r_n = 12 \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2})^n$ ·

b) En déduire que la suite (r_n) $n \in \mathbb{N}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

c) Déterminer la limite de la suite (r_n) et interpréter géométriquement le résultat obtenu.

EXERCICE 3 : Problème

Soit f la fonction numérique définie par $(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$ et de courbe représentative (C) dans un repère orthonormal (O ; i, j) du plan (unité graphique 4 cm).

PARTIE A

1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

3) Soit A le point de (C) d'abscisse 0.

a) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à (C) en A. b) Montrer que A est un centre de symétrie pour (C).

4) Tracer (T) et (C) dans le repère (O ; i , j).

PARTIE B

Soit n un entier naturel. On désigne par D_n le domaine du plan délimité par la courbe (C) et les droites d'équations $y = 1$, $x = 0$, $x = n$ .A_n désigne l'aire de la région Dn exprimer en unité d'aire.

1) Hachurer la région D_2 sur le graphique (pour $n = 2$).

2) Montrer que $A_n = \ln 2 - \ln(1 + e^n) + n$.

3) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} A_n$.

PARTIE C

1) Déterminer les nombres réels a et b tels que : $\frac{e^x}{(1+e^x)^2} = \frac{ae^x}{(1+e^x)} + \frac{be^x}{(1+e^x)}$.

2) Soit α un réel négatif. On note (α) le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la portion de la courbe (C) obtenue pour $\alpha \leq x \leq 0$.

a) Exprimer (α) en fonction de α.

b) Déterminer la limite de (α) lorsque α tend vers $-\infty$.

PARTIE D

Soit (Γ) la courbe paramétrée de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x(t) = lnt \\ y(t) = \dfrac{1}{1+t} - 1 \end{cases} t \geq 1$$

1) Déterminer une équation cartésienne de (Γ).

2) Expliquer comment à partir de (C) on obtient (Γ). Construire (Γ) en pointillés. On donne $(\ln 2) \simeq 0{,}62$; $f(1) \simeq 0{,}73$; $f(2) \simeq 0{,}88$.

BACCALAUREAT SESSION 2010

EXERCICE 1 :

Soit $(z) = z^3 - (1 - i)^2 + z - 1 + i$, $z \in \mathbb{C}$.

1) Démontrer que (z) admet deux racines imaginaires pures

2) Résoudre l'équation $(z) = 0$, puis donner les solutions sous forme exponentielle.

3) Le plan est muni d'un repère $(O\ ;\vec{u}, \vec{v})$. On note $a = -i$; $b = i$ et $c = 1 -$.

a) Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure. On notera A, B et C les points d'affixes respectives a, b et c.

b) Calculer $\frac{a-b}{a-c}$, puis préciser la nature du triangle ABC.

c) Soit C l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. Calculer l'affixe du point D. d) E est l'image du point D par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$· Déterminer l'affixe du point E

e) Pour quelles valeurs de n, c^n est-il un réel.

EXERCICE 2 :

Une urne contient dix boules : quatre rouges et six blanches.

1) On extrait simultanément trois boules de l'urne. Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de boules rouges extraites. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance E(X) de X.

2) On répète n fois l'épreuve précédentes ; après chaque tirage de trois boules rouges.

a) On suppose $n = 5$. Calculer la probabilité que l'on obtienne exactement deux fois un tirage de trois boules rouges.

b) On prend maintenant $n = 2$. On note S l'évènement « le nombre total de boules rouges obtenues après les deux tirages est 3». Calculer la probabilité de S.

EXERCICE 3 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\ ;\vec{i}, \vec{j},)$, $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$.

PARTIE A **:**

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $(x) = (x + 1)^2 e^{-x}$ et $(x) = e - x$.

1) a) Calculer la limite de f en $+\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C_f) ? Calculer la limite de f en $-\infty$.

b) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.

c) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variations.

2) a) Calculer la limite de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Calculer $g'(x)$, étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variations.

3) a) Etudier le signe de $(x) - (x)$ et en déduire la position relative des courbes (C_f) et (C_g).

b) Montrer que les tangentes en A(0,1) aux courbes (C_f) et (C_g) sont perpendiculaires.

4) Tracer (C_f) et (C_g) et leurs tangentes en A.

PARTIE B

1) Déterminer les réels a, b et c tels que la fonction qui à t associe $(at^2 + bt + c)^{-t}$ soit une primitive de la fonction qui à t associe $(t^2 + 2t)e^{-t}$

2) Soit α un réel positif

a) Calculer (α) en cm² de la région du plan comprise entre (C_f) , (C_g) , l'axe des ordonnées

et la droite d'équation $x = \alpha$. (On pourra utiliser le résultat précédent)

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} A(\alpha)$

3) Calculer en cm² de la région du plan comprise entre (Cf), (Cg), droite d'équation $x = -2$ et l'axe des ordonnées.

PARTIE C

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ par $U_n = \ln[f(n)]$, où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1) Justifier que la suite (Un) est décroissante. 2) On désigne par Sn la somme des n premiers termes de la suite (U_n) : $S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

a) Montrer que $U_n = -n + \ln(n + 1)$.

b) Démontrer que : $S_n = 2\ln[\ln(n + 1)!] - \frac{n(n+1)}{2}$

On donne $e^{-1} = 0,4$.

UN PEUPLE – UN BUT – UNE FOI

SUJETS DES BACCALAUREATS DU MALI

BACCALAUREAT SESSION 2019

EXERCICE 1 :

5. **Pour tout nombre complexe z, on pose : $p(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$.**
   a) **Calculer P(-1)**
   b) **Déterminer les réels a et b tels que, pour tout nombre complexe z, on ait : $p(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$.**
   c) **Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation P(z) = 0.**
6. **Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O ; $\vec{u}, \vec{v}$). Unité graphique : 2cm.**
   On désigne par A, B, C et G les points du plan d'affixes respectives :
   a = -1 ; b = 2 + i$\sqrt{3}$; c = 2 - i$\sqrt{3}$; g = 3.
   a) **Réalise une figure et placer les points A, B, et G.**
   b) **Calculer les distances AB, BC et AC. En déduire la nature du triangle ABC.**
   c) **Calculer un argument du nombre complexe $\frac{a-c}{g-c}$. En déduire la nature du triangle GAC.**

EXERCICE 2 :

1. **Soit les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ et $g(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$.**
   a) **Calculer $I_1 = \int_0^1 f(x)dx$**
   b) **Soit $I_2 = \int_0^1 g(x)dx$. Calculer $I_1 + I_2$ et en déduire la valeur de I_2.**

2. a) Déterminer trois réels a, b, c tels que pour tout u différent de $\frac{1}{2}$.

$$\frac{u^2-1}{2u-1} = au + b + \frac{c}{2u-1}$$

c) **calculer $\int_{-1}^{0} \frac{x^2-}{2x-1}$**

EXERCICE 3 :

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+1}$, et on note $\mathfrak{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité : 1cm).

1. **On pose $g(x) = x^3 + 3x + 8$**

a) **Etudier le sens de variation de g, montrer que l'équation g(x) = 0 admet sur $\mathbb{R}$ une unique solution $\boldsymbol{\alpha}$ dont on donnera un encadrement d'amplitude 0,1.**

b) **Préciser le signe de g(x) selon les valeurs de x.**

2. a) Calculer $f'(x)$ et étudier le sens de variation de f.

b) Etudier les limites de f en + ∞ et en -∞, puis dresser le tableau de variation de f.

3. a) Montrer qu'il existe quatre réels a, b, c et d tels que $\boldsymbol{f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2+1}}$

b) En déduire que $\mathfrak{S}$ admet une asymptote oblique Δ et étudier la position de $\mathfrak{S}$ par rapport à Δ. Vérifier en particulier que $\mathfrak{S}$ rencontre Δ en un point A.

4. Déterminer les abscisses des points B et B' de $\mathfrak{S}$ admettant une tangente parallèle à Δ.

5. Vérifier que $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$; en déduire une valeur approchée de $f(\alpha)$.

6. Construire la courbe $\mathfrak{S}$.

BACCALAUREAT SESSION 2018

EXERCICE 1 :

I. On considère la fonction f de la variable complexe z définie par

$$f(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i.$$

1) Vérifie que $f(z) = (z - 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)$.

2) Résous dans ℝ l'équation $f(z) = 0$

3) Ecris les solutions sous forme algébrique.

II. Détermine la nature des transformations suivantes :

1) z' = z + 1 - 2i

2) z' = iz + 1

3) z' = 3z – 1 + i

4) z' = (1 + i)z -1 + i

EXERCICE 2 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n :

$$u_n = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$$

1. Calcule u_1 et u_2.

2. a) Démontre que pour tout entier naturel non nul n, $0 < u_n < 1$

b) Démontre que la suite n u est croissante. c) Que pouvez-vous en déduire ?

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par :

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$$

a) Démontre que la suite (v_n) est géométrique.

b) Calcule, pour tout entier naturel n, (u_n) en fonction de n.

c) Démontre que la suite (u_n) est convergente et détermine sa limite.

EXERCICE 3 :

On étudie la propagation d'une maladie lors d'une épidémie. Des relevés statistiques ont permis de modéliser le nombre de malades durant l'épidémie par la fonction f définie sur l'intervalle [1;26] par : $f(t) = 24t\ln(t) - 3t^2 + 10$ où t représente le nombre de semaines écoulées depuis le premier cas constaté et *f*(t) le nombre de milliers de malades

Comptabilisés après t semaines.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde de la fonction f.

1. Calcule f ‘(t).

2. a. Etudie le signe de f ‘’(t) sur l’intervalle [1;26].

b. Dresse le tableau de variations de la fonction dérivée f ′sur l’intervalle [1;26].

c. Montre que l’équation f ‘(t) = 0 admet une solution unique α sur l’intervalle [1;26] dont on donnera un encadrement par deux entiers consécutifs.

d. En déduis le signe de f ‘(t) sur l’intervalle [1;26] puis les variations de la fonction f sur l’intervalle [1;26].

3. On admet que f ‘(t) représente la vitesse de propagation de la maladie au bout de t semaines.

a. Dans le contexte du problème, donne une interprétation du tableau de variations de la fonction déviée f ′obtenu à la question 2.

b. En se servant des questions précédentes, détermine le nombre de semaines écoulées à partir duquel le nombre de malade par semaine a commencé à diminuer.

BACCALAUREAT SESSION 2017

EXERCICE 1 :

I) On pose $(Z) = Z^3 + (2-2i)Z^2 + (5-4i)Z - 10i = 0$.

1) Calcule $(2i)$.

2) En déduis une factorisation de (Z).

3) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $(Z) = 0$.

II) Un lot de vaccin contre la méningite est efficace à 75%, c'est-à-dire sur 100 personnes vaccinées, 75 seulement sont sures d'être protégées contre la maladie. On vaccine 20 personnes avec ce produit. Quelle est la probabilité pour que :

1) Aucune des personnes ne soit protégée ?

2) La moitié des personnes soit protégée ?

3) Vingt personnes soit protégée ?

EXERCICE 2 :

Un biologiste observe la croissance d'une population de bactéries en milieu fermé. La population initiale est de 100 bactéries. La capacité maximale du milieu est de 1000 bactéries. On suppose que la population augmente de 6,5% toutes les heures et que le biologiste rajoute 100 bactéries à la préparation toutes les heures. On note R_n le nombre de bactéries présentes dans la population au bout de n heures. On admettra que pour tout entier naturel n, on a :

$R_{n+1} = 100 + 1{,}065R_n$. On introduit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = R_n + \frac{100000}{65}$

1) Montre que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

2) Exprime (u_n) en fonction de nn puis en déduis l'expression de R_n en fonction de n.

3) Au bout de combien de temps le nombre de bactéries sera-t-il égal à 90% de la capacité maximale du milieu ?

EXERCICE 3 :

Soit la fonction f définie par $f\ (x) = (x+1)^2e^{-x}$. On désigne par $(CCff)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\vec{\imath},\vec{\jmath};)$. unité graphique : 1 cm.

1) Dresser le tableau de variation de f.

2) Montre que f réalise une bijection de [1 ; +∞ [vers un intervalle J à préciser.

3) Trouve l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse nulle.

4) Trouve les coordonnées des points d'intersections de la courbe (C_f) avec les axes du repère.

5) Trace la courbe (C_f) et la tangente (T) dans le même repère.

6) Soit F la fonction définie par : $F\ (x) = (\mathrm{a}x^2\ bx + c)e^{-x}$. Où p ; b et c sont des nombres réels.

a- Détermines les réels a ; b et c pour que F soit une primitive de f.

b- Calcule en cm^2 l'aire de la partie du plan délimité par la courbe (C_f), la tangente (T), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

BACCALAUREAT SESSION 2016

EXERCICE 1 :

1°/ Résous dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation d'inconnue z : $Z^2 + 2\sqrt{3}\,Z + 4 = 0$, détermine le module et un argument de chaque solution.

2°/ Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(0\,;\vec{u},\vec{v})$

On considère la transformation T du plan qui, à tout point M d'affixe Z associe le point M'd'affixe Z ' défini par $Z' = e^{\frac{2\pi}{3}i}\,Z$.

a -/ Détermine la nature de la transformation T et donne tous ses éléments caractéristiques. b-/ Soit A le point d'affixe $Z_A = -\sqrt{3} +$. Détermine les affixes respectives Z_B et Z_C des points B et C tels que B = T(A) et C = T(B). Construis les points A, B et C dans le plan muni du repère $(0\,;\vec{u},\vec{v})$.

3°/ Calculer $\frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C}$ puis en déduire la nature du triangle ABC.

EXERCICE 2 :

Dans une culture de microbes, le nombre de microbes à l'instant t (exprimé en heures), peut être considéré comme une fonction g à valeurs réelles de la variable t. La vitesse de prolifération à l'instant t du nombre des microbes est la dérivée g' de cette fonction. On a constaté que g'(t)= kg(t) où k est un coefficient réel strictement positif. On désigne par N le nombre de microbes à l'instant t = 0.

1°/ Détermine l'unique solution de l'équation différentielle g'(t)= kg(t) telle que $g'(0) = N$.

2°/Sachant qu'au bout de 2 heures le nombre de microbes a quadruplé, Calcule en fonction de N le nombre de microbes au bout de 3 heures.

3°/ Quelle est la valeur de N sachant que la culture contient 9 600 microbes au bout de 5 heures.

EXERCICE 3 :

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $\frac{x^2-2x+2}{x-1}$ On désigne par (C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1°/ Montre que (C_f) admet deux asymptotes dont on Déterminera les équations.

2°/ Précise la position de (C_f) par rapport à son asymptote oblique.

3°/ Etudie les variations de f.

4°/ Existe-t-il des points de la courbe où la tangente a pour coefficient directeur $\frac{3}{4}$? Si oui trouve les équations de ces tangentes en ces points.

5°/ Trace la courbe (C_f) et ses asymptotes dans le plan muni du repère orthonormé (0 ;$\vec{\imath},\vec{\jmath}$).

6°/ Montre que la restriction g de f à l'intervalle I =] 1 ; 2] est une bijection de I vers un intervalle J que l'on précisera.

7°/ a-/ Calcule $(g^{-1})'\left(\frac{5}{2}\right)$.

b -/ Dresse le tableau de variation de g^{-1} puis trace sa courbe représentative dans le même repère que celle de *f*.

BACCALAUREAT SESSION 2015

EXERCICE 1

Un paysan possède un champ où il plante des arbres fruitiers. Pour mieux les entretenir il décide de vendre chaque année les 5% des pieds existants et planter 3.000 nouveaux. Il démarre avec 50.000 pieds en 2015. En désignant par X_n le nombre de pieds d'arbres se trouvant dans le champ au cours de l'année $(2015 + n)$.

1) a- Détermine le nombre d'arbres qu'il aura en 2016 et en 2017.

b- Exprime X_{n+1} en fonction de X_n.

2) On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 60000 - X_n$.

a- Montre que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

b- Exprime u_n en fonction de nn puis en déduire X_n en fonction de nn.

c- Ce paysan aura combien d'arbres fruitiers en 20 ans ?

d- Calcule la limite de la suite (X_n) puis conclus.

EXERCICE 2 :

Soit f une fonction numérique à variable réelle x satisfaisant aux conditions suivantes :

- **f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.**
- **$f(1) = f(3) = 0$; $f(2) = -1$; $f(0) = 1$; $f'(0) = f'(2) = 0$.**
- **$\forall\, x \in]-\infty\,;0[\cup]2\,;+\infty[\,, f'(x) > 0$; et $\forall\, x \in]0\,;2[\,, f'(x) < 0$.**
- **$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0^+$; $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x + 2] = 0^-$**

1) Dresse le tableau de variation de f.

2) (C) représentant la courbe de f, précise les équations des asymptotes à (C).

3) Précise le signe de (x) suivant les valeurs de x.

4) Donne le domaine de définition des fonctions définies par : $[(x)]$ et $\frac{1}{f(x)}$ où ln désigne le logarithme népérien.

I// Soient les nombres complexes $Z_1 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $Z_2 = -\sqrt{3} + i$.

1) Ecris Z_1 ; Z_2 et $\frac{Z_2}{Z_1}$ sous forme trigonométrique.

2) Montre qu'il existe deux suites géométriques (u) et (v) telles que $u_2 = v_2 = Z_1$ et $u_4 = v_4 = Z_2$ dont on déterminera les premiers termes u_0 et v_0 ainsi que la raison de chacune d'elle.

EXERCICE 3 :

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par : $x + \frac{2(1+lnx)}{x}$.

1) a- Détermine l'ensemble D_f de définition de la fonction f et les limites aux bornes de D_f.

b - On considère la fonction h définie sur $]0\,;+\infty[$ par $h(x) = x^2 - 2lnx$.

- **Etudie les variations de h sur $]0\,;+\infty[$.**
- **En déduis le signe de $h(x)$ sur $]0\,;+\infty[$.**

c - Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.

d - Prouve que la droite Δ d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe (C) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

2) a- Tracer la courbe (C) de f et ses asymptotes dans le même repère.

b - On désigne par (k) l'aire exprimée en unité d'aire de la partie du plan limitée par (C), Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = k$. Calcule (k).

c- pour quelle valeur de k a-t-on $A(k) = 8$?

BACCALAUREAT SESSION 2014

EXERCICE 1 :

On se propose de résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante :

$z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - \sqrt{3})z - i = 0$ **(E)**

2. **a) Déterminer le réel y tel que iy sois une solution de (E).**

   b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout complexe z

   $z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - \sqrt{3}i)z - i = (z - i)(z^2 + az + b)$

3. **a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2 + \sqrt{3}z + 1 = 0$**

   b) En déduire les solutions de (E) sous forme algébrique et trigonométrique.

EXERCICE 2 :

Dans le cadre de la prévention des angines hivernales, une étude a été menée pour tester l'efficacité réelle d'un médicament constitué d'un cocktail de vitamines. Dans cet but, on a sélectionné un échantillon de 600 personnes réparties de manière aléatoire en trois groupe : 240 personnes dans le groupe A, 35% de l'échantillon dans le groupe B, et le reste dans le groupe C.

On a administré aux personnes du groupe A durant la période hivernale une dose journalière de ce médicament en le leur disant.

On a administré aux personnes du groupe B un placebo (c'est-à-dire un comprimé neutre, ne contenant aucun élément médicinal), tout en leur disant qu'il s'agissait d'un placebo.

Les résultats de l'étude sont recensés sur 600 fiches individuelles.

b. **28% des fiches signalent un traitement efficace. Parmi celles-ci 72 fiches correspondent à des personnes du groupe B.**
c. **75% des fiches correspondant aux personnes du groupe A ne signalent aucunes amélioration significative.**

1. **Reproduire et compléter le tableau suivant :**

	Groupe A	Groupe B	Groupe C	Groupe D
Nombres de fiches signalant un traitement efficace				
Nombre de fiche ne signalant aucune amélioration significative				
TOTAL	**240**			**600**

2. **a) On choisit une fiche au hasard parmi les 600.**

On considère les évènements suivants :

E_1 : « Il s'agit d'une fiche du groupe A ».

E_2 : « Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace »

E_3 : « $E_1 \cap E_2$ »

E_4 : « $E_1 \cap E_2$ »

Calculer les probabilités de ces quatre évènements.

b) On choisit au hasard une fiche du groupe B. On considère l'évènement E_5 : « Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace ».

Calculer la probabilité de l'évènement E_5. Le résultat sera arrondi à 10^{-2}.

3. **Pour chacun des groupes, donner les fréquences en pourcentage des fiches signalant un traitement efficace.**

EXERCICE 3 : Problème

Trachypenaeux est le nom d'une espèce de crevette se développant dans les eaux chaudes de l'Ile de la Guadeloupe.

L'objectif de l'exercice est l'étude de la croissance en taille de cette espèce en fonction de l'âge des crevettes.

PARTI A :

Sur un échantillon et sur une courte durée, les relevés ont donné les résultats suivants :

Age t_i (en nombre de semaine	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Taille y_i (exprimée en millimètre)								

1. **Soit G le point du nuage de points associé à ce tableau. On considère la droite D passant par G et de coefficient directeur 6,14. Déterminer une équation de la droite D.**

2. **On considère que la fonction affine représentée par la droite D traduit l'évolution de la taille en fonction de l'âge des crevettes avec les unités considérées. Déterminer selon ce modèle la taille d'une crevette de 12 semaines.**
3. **On estime que l'espérance de vie d'une crevette Trachypenaeux en haute mer est de 3 années. Calculer avec le modèle retenu, la taille atteint au bout de 3ans.**

PARTIE B :

En fait, des relevés sur une longue durée ont permis d'établir que la taille L(t) des crevettes Trachypenaeux exprimée en millimètre en fonction de l'âge t exprimé en semaine est donnée par : $L(t) = 87,5(1 - e^{-0,12t})$

1. **a) Déterminer la limite de la fonction L en +∞ en donner une interprétation.**

   b) Déterminer la dérivée L' de la fonction L.

   c)Etudier les variations de la fonction L sur $[0, +\infty[$.
2. **a) Calculer, avec ce, la taille d'une crevette de trois ans.**

   b) Déterminer l'âge théorique d'une crevette de taille 80mm.

3. Tracer la courbe représentative de la fonction L sur l'intervalle $[0 ; +\infty]$ **et la droite D de la Partie A dans le même repère. On prendra pour unité graphique 1cm pour une semaine en abscisse et 1 cm pour 10 mm en ordonnée.**

Donner une interprétation du graphique obtenu.

BACCALAUREAT SESSION 2013

EXERCICE 1 :

3. **Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes les équations suivantes.**
   a) $Z^2 - (1+\sqrt{2})Z + \sqrt{2} = 0$
   b) $Z + \frac{1}{Z} = 1 \qquad\qquad Z + \frac{1}{Z} = \sqrt{2}$
4. **Soit P polynôme de la variable complexe Z tel que :**
   $P(Z) = Z^4 - (1+\sqrt{2})^3 + (2+\sqrt{2})^2 - (1+\sqrt{2})Z + 1.$
   a) **Vérifier que pour tout Z non nul on a :**
   $$\frac{P(Z)}{Z} = (Z + \frac{1}{Z})^2 - (1+\sqrt{2})\left(Z + \frac{1}{Z}\right) + \sqrt{2}$$
   b) **En utilisant ce qui précède, résoudre l'équation P(Z) = 0.**

EXERCICE 2 :

Dans une ville, il existe deux lycées, l'un des garçons et l'autre des filles, chaque lycée a une classe de SBT_1, une de SBT_2 et une de SBT_3. Une bourse d'étude est offerte par la ville à six élèves pris parmi les élèves des six classes de terminales. Pour cela on choisit les six meilleurs élèves de chaque classe, soit un total de 36 élèves et les noms des six boursiers sont alors déterminés par tirages au sort parmi les 36élèves.

Calculer la probabilité suivante :

a) **Pour que les 6 boursiers soient les 6 élèves de la SBT_2 garçons.**
b) **Pour que les 6 boursiers soient des élèves de la SBT_2.**
c) **Pour que les 6 boursiers soient des filles.**
d) **Pour que les 6 boursiers soient 3 filles et 3 garçons.**
e) **Pour que parmi les 6 boursiers, il ait moins de 3 garçons.**

EXERCICE 3 : Problème

1. **Soit la fonction numérique g définie sur]0 ; +∞ [par $g(x) = 1 - x^2 - lnx$**
   a) Etudier le sens de variation de g et calculer g(1).
   b) En déduire le signe de g(x).

2. **Soit f la fonction numérique définie sur]0 ; +∞[par : $f(x) = \frac{lnx}{x} + 2 - x$**
   a) Déterminer les limites de f en 0 et en +∞.

b) Calculer $f'(x)$

c) Montrer que $f'(x)$ a le signe de g(x)/ En déduire le tableau de variation des variations de f.

d) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet deux solutions ; x_1 et x_2 ; donner en justifiant, un encadrement d'amplitude 0,1 de chacune d'elle.

5. On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (o, $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) d'unité graphique 4cm.

a) Montrer que la droite (D) d'équation y = -x + 2 est une asymptote à (C).

b) Etudier la position de (C) par rapport à (D).

c) Déterminer les coordonnées du point A de (C) où la tangente est parallèle à (D).

d) Tracer (C) et (D) dans le même repère (o ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

BACCALAUREAT SESSION 2012

EXERCICE 1 :

On pose $a = \sqrt{3} - i; b = -\sqrt{3};\ c = \frac{a^2}{b^3}$

1. **Donner le module et un argument de c.**
2. **Donner la forme trigonométrique de t = ab.**

EXERCICE 2 :

Dans l'ensemble ℂ des nombres complexes on considère le polynôme d'inconnu z : $P(z) = z^3 - 4iz^2 - 6z + 4i.$

3. **Calculer P(2i).**
4. **Déterminer les complexes a et b tels que pour tout complexe z on ait :**
   $P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$
5. **a) Résoudre dans ℂ l'équation P(z) = 0. On désigne par z_1 la solution imaginaire pure et par z_2 et z_3 les deux autres solutions.**
   b) Comparer z_1 et $z_2 + z_3$.

EXERCICE 3 : Problème

A. 1. Résoudre l'équation différentielle : $4y'' + y = 0$

2.Déterminer la solution particulière f dont la courbe représentative (C) passe par le point Ω (0 ;1) et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation y = x.

B. 1. Soit la fonction g définie sur ℝ par : $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$

a) Etudier les variations de la fonction g.

b) En déduire le signe de g(x) pour x ∈ ℝ.

2. On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$ **, (C) sa courbe représentative dans le repère orthogonal (O,** $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$ **) (unité graphique est 2cm sur (ox) et 1cm sur (oy)).**

a) Calculer les limites de f en +∞ et en -∞.

b) Démontrer que la droite (Δ) : y x + 2 est asymptote à (C) en +∞.

c) Etudier la position relative de (C) et (Δ).

d) Calculer $f'(x)$ **et montrer que** $f(x) = \frac{g(x)}{e^{2x}}$ **puis dresser le tableau de variation de f.**

e) Tracer (C) et (Δ).

3. Soit F une primitive de f sur ℝ définie par $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2})e^{-2x}$

a) Prouver que F est une primitive de f sur ℝ.

b) Calculer en cm² l'aire A(D) de la partie D du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives x = 0 et x = 1.

BACCALAUREAT SESSION 2011

EXERCICE 1 :

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre complexe	Forme algébrique	Forme trigonométrique	Forme exponentielle
Z_A			$4e^{i\frac{\pi}{2}}$
Z_B		$4(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$	
Z_C	$2\sqrt{3} - 2i$		

2. Placer les points A, B et C d'affixe respectives les nombre complexes Z_A , Z_B, et Z_C dans le repère orthonormé (O ; $\vec{u}, \vec{v}$).
3. Calculer les affixes Z et Z' des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ sous forme algébrique puis exponentielle.
4. Montrer que $z' = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}z$

EXERCICE 2 :

A. Dans une culture de microbe, le nombre de microbes à l'instant t exprimé en heure, peut être considéré comme une fonction numérique y à variable réelle t. La vitesse de prolifération à l'instant t du nombre de microbe est la dérivée y' de cette fonction. On a constaté que : y'(t) = ky(t) où k est un coefficient réel strictement positif. On désigne par N le nombre de microbes à l'instant t = 0.

1. Déterminer l'unique solution de l'équation différentielle y' = ky telle que y(0) = N.
2. Sachant qu'au bout de deux heures le nombre de microbes a quadruplé, calculer en fonction de N le nombre de microbes au bout de trois heures.
3. Quelle est la valeur de N sachant que la culture contient 6400 microbes au bout de cinq heures ?

B. Un lot de vaccin contre le choléra est efficace à 55%, c'est-à-dire sur 100 personnes vaccinées 55 seulement sont sure d'être protégées contre la maladie. On vaccine 10 personnes avec ce produit. Quelle est la probabilité pour que :

a) Aucune des personnes ne soit protégée ?

b) La moitié des personnes soit protégées ?

c) Les 10 personnes soient protégées ?

EXERCICE 3 : Problème

On étudie l'évolution d'une colonie de bactéries placée dans une pétrie. Le nombre de bactéries en centaine est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $f(t) = \frac{4e^t-1}{e^t+2}$ où t représente le temps en heure. On suppose que l'on peut compter le nombre de bactéries à l'unité près grâce à un compteur de radioactivité.

1. a) Calculer f(0) et interpréter ce résultat.

b) Montrer que $f(t) = 4 - \frac{9}{e^t+2}$. En déduire la limite de f en $+\infty$.

On rappelle cette valeur la saturation. Que peut-on en conclure pour la courbe (C) de f ?

c)l'équation f(t) = 4 admet-elle des solutions ? Justifier la réponse.

2. Montrer que la dérivée f' de f vérifie $f'(t) = \frac{9e^t}{(e^t+2)^2}$. En déduire le tableau de variation de f sur $[0\,;+\infty\,[$.

3. Soit (T) la tangente au point d'abscisse 0 à la courbe (C). Déterminer l'équation de (T).

4. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à 10^{-2} près.

t	0	1	2	3	4	5	6	7
f(t)								

5. Tracer (C) et (T) ainsi que les asymptotes éventuelles à (C).

6. Calculer à la minute près l'instant t_0 où le nombre de bactéries sera égale à 200

7. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps, la population de cette colonie dépassera 80% de sa saturation.

BACCALAUREAT SESSION 2010

EXERCICE 1 :

A. Le plan complexe P est rapporté au repère orthonormé (O, $\vec{u}, \vec{v}$).

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

On pose $a = \sqrt{3} + i$; $b = \sqrt{3 - i}$. Ecrire a et b sous forme exponentielle et placer les points A d'affixe a et B d'affixe b dans le repère (O, $\vec{u}, \vec{v}$).

2. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Calculer à affixe de A' = r(A).

Ecrire a' sous forme algébrique et placer A' dans le même repère.

B. Dans une certaine ville, il y a 3 médecins. Quatre habitants malades la même nuit appellent un médecin au téléphone après avoir choisi au hasard l'un des 3 médecins dans l'annuaire.

1. Quelle est la probabilité pour que les 4 malades appellent le même médecin.

2. Quelle est la probabilité pour que les 3 médecins soient appelés.

N.B : les parties A et B sont indépendantes.

EXERCICE 2 :

On ajoute une certaine dose d'un antibiotique à un bouillon de culture contenant des microbes sensibles à cet antibiotique. Un ordinateur compte et indique à chaque heure le nombre de microbes vivant dans le bouillon ; on s'aperçoit qu'à chaque heure, le nombre de microbes vivant est la moitié du nombre de microbes à l'heure précédente.

1. Sachant qu'à 6 heures le bouillon contenait N microbes, calculer le nombre de microbes vivant aux heures suivantes : 7h ; 8h ; 9h ; 10h.

Montrer que ces nombres sont en progression géométrique. Calculer pour un entier positif n la somme S_n de n premiers termes de cette progression.

2. A 12 heures, on ajoute au bouillon un produit qui annule l'effet de l'antibiotique. On constate alors que le nombre de microbes vivants dans le bouillon augmente de 25% par heures. Calculer le nombre de bouillon vivants dans le bouillon à 14h si N = 10^{10}.

EXERCICE 3 : Problème

PARTIE A :

Soit la fonction f définie sur [10 ; 100] par : $f(x) = \frac{\ln x - 2}{x}$

1. **Calculer $f'(x)$**
2. **Démontrer que $f'(x)$ est positive sur l'intervalle $[10 ; e^3]$ et négative sur $[100 ; e^3]$**
3. Dresser le tableau de variation de f.

PARTIE B :

On se propose d'exprimer la capacité pulmonaire de l'être vivant en fonction de son âge. x représentée en année et g(x) la capacité pulmonaire en litre, on admet que sur l'intervalle $[10 ; 100]$ on a : $g(x) = 110f(x)$ où f est la fonction définie sur la partie A.

1. Calculer la capacité pulmonaire à 10 ans, 15 ans, 30 ans et 60 ans.
2. Tracer la courbe représentative de g dans un repère orthogonal (en abscisse 2cm pour 10 ans et en ordonnée 3cm pour 1 litre).
3. A quel âge la capacité pulmonaire est-elle maximale ? Quelle est cette capacité maximale ?
4. Déterminer graphiquement l'intervalle du temps durant lequel la capacité pulmonaire reste supérieure ou égale à 5 litres.

PAIX – TRAVAIL- PATRIE

SUJETS DES BACCALAUREATS DU CAMEROUN

BACCALAUREAT SESSION 2019

Exercice 1 :

Un tireur s'entraine sur une cible circulaire comportant trois zones délimitées par les cercles concentriques de rayons respectifs 10cm, 20cm et 30cm. On admet que le tireur atteint toujours la cible, et que la probabilité d'atteindre une zone est proportionnelle à son aire.

1. **Faire le schéma de la cible à l'échelle 1/10.**
2. **Soit p_1 la probabilité d'atteindre la zone de rayon 10cm ; p_2 et p_3 les probabilités d'atteindre les deux autres zones avec $p_2 < p_3$.**
   a) **Justifier que $p_1 + p_2 + p_3 = 1$.**
   b) **Montrer que $p_1 = \frac{1}{9}$.**
   c) **Déterminer les probabilités p_2 et p_3 d'atteindre les deux autres zones.**
3. **On suppose que le tireur tire cinq fois de suite sur la cible de manière indépendante. Déterminer la probabilité d'atteindre :**
   a) **Trois fois la zone de rayon 10cm.**
   b) **Au moins trois fois la zone de rayon 10cm.**

Exercice 2 :

Le plan complexe est muni d'u repère orthonormé direct $(O\ ;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 1cm.

1. **Placer les points A, B et C d'affixes respectives**
   $z_A = -11 + 4i;\ z_B = -3 - 4i\ \ et\ z_C = 6 + 4i.$
2. **Calculer le module et un argument de $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ et en déduire la nature du triangle ABC.**
3. **Soit (E) l'image du point C par la rotation r de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$.**
   Montrer que $z_E = -3 + (8\sqrt{2} - 4)i$. Placer le point E dans le plan.
4. **Soit D l'image du point E par l'homothétie h de centre B et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$.**
   Vérifier que l'affixe D est égale à $\overline{z_B}$, puis montrer que D est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Placer le point D.
5. **Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :**
   $\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 16.$

Exercice 3 : Problème

Ce problème comporte trois partis indépendants A, B et C.

PARTIE A :

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$\begin{Bmatrix} U_0 \\ \text{pour tout } n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = -e^{3U_n-3} \end{Bmatrix}$$

1. Montrer par récurrence que pour tout naturel n on a : $-1 \leq U_n \leq 0$.
2. En utilisant la calculatrice, donner les valeurs approchées à 10^{-3} près.

PARTIE B :

Soit f la fonction numérique définie pour tout réel x de l'intervalle I =]0 ; 1[.

Par $f(x) = 1 + xlnx$. On note f' la fonction dérivée de f sur I, (C_f) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et (T) la droite d'équation y = x.

1. a) Justifier que la limite de f à droite en 0 est égale à 1.

   b) En utilisant le signe de $x\ln x$ su I, montrer que pour tout $x \in$ I, on a $f(x) \leq 1$.

2. a) Déterminer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

   b) Vérifier que la droite (T) est tangente à la courbe (C_f) au pont d'abscisse 1.

3. On note g la fonction numérique définie par $g(x) = 1 + xlnx - x$

   a) Etudier les variations de g sur I et dresser le tableau de variation de g sur cet intervalle.

   b) En déduire les positions relatives de la courbe (C_f) et de la droite (T).

   c) Construire (C_f) e (T) dans le même repère. (Unité sur les axes : 2cm).

4. Soit le nombre α tel que $0 < \alpha < 1$. On pose $I(\alpha) = \int_{\alpha}^{1}(1 - f(x))dx$.

a) A l'aide d'une intégration par partie, montrer que : $I(\alpha) = \frac{\alpha^2}{2}ln\alpha + \frac{1}{4} - \frac{\alpha^2}{4}$

b) Déterminer la limite de $I(\alpha)$ lorsque α tend vers 0 à droite.

c) Donner une interprétation graphique de la limite trouvée.

d) A l'aide des résultats précédentes, détermine l'aire du domaine compris entre la courbe (C_f), la droite (T) et l'axe des ordonnées.

PARTIE C :

On considère les équations différentielles suivantes :

$(E): y' - 3y = -3x + 1$ $\qquad\qquad$ $(E'): y' - 3y = 0$

1. Déterminer un polynôme P du premier degré, solution de (E).
2. Montrer qu'une fonction h est solution de (E) si et seulement h – p est solution de (E').
3. Résoudre (E') et en déduire les solutions de (E).

4. Déterminer la solution de (E) qui prend la valeur 2 en 1.

Exercice 1

1. On considère a et b deux réels, avec a non nul.

Démontrer que les fonctions de la forme $x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ **où c'est un réel, sont de solutions** de l'équation différentielles : $y' = ay + b$ (**E**) (on admettra par la suite que ce sont les seules).

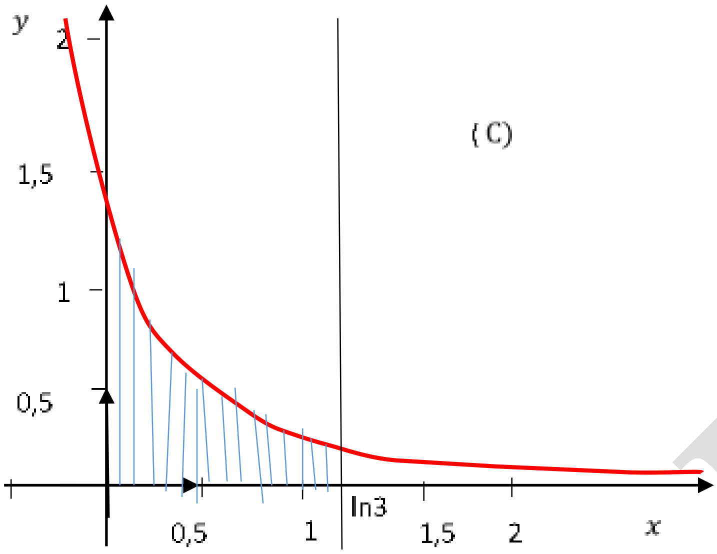
2. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

a) Affirmation 1 : Si une fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels ℝ est solution de l'équation différentielle $y' + 3y = 6$, alors la courbe représentant f admet une asymptote horizontale en $+\infty$

b) Affirmation 2 : Si une fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels ℝ est solution de l'équation différentielle $y' = y$, alors pour tous réels α et β :

$f(\alpha + \beta) = f(\alpha) \times f(\beta)$

c) Affirmation 3 : La courbe d'une fonction solution de l'équation différentielle $y' = -2y$ coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée $^3/_2$ (voir figure ci-dessous). L'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe et les droites d'équations respectives $x = 0$ **et** $x = \ln 3$ est $^3/_2$



Exercice 2 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives : $Z_A = 2$ et $Z_B = \frac{3}{2} + i$

On considère les points M, N et P tels que les triangles AMB, BNO et OPA soient des triangles rectangles isocèles de sens direct comme le montre la figure ci-dessous.

On note S_1 la similitude directe de centre A qui transforme M en B.

On note S_2 la similitude directe de centre O qui transforme B en N.

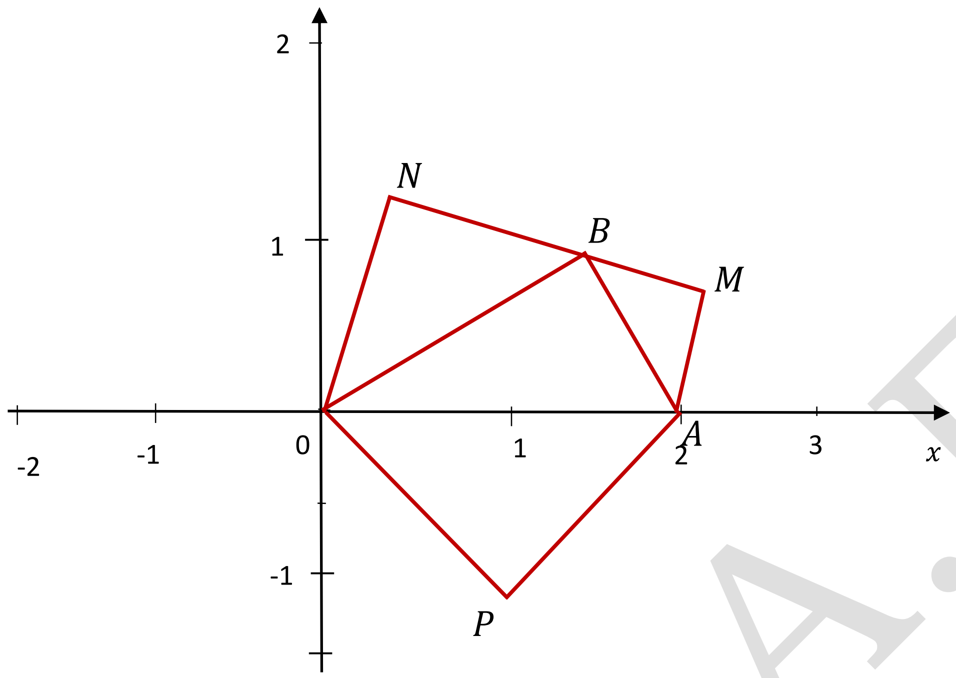
Le but de cet exercice est de démontrer que les droites (OM) et (PN) sont perpendiculaires.

1) Donner l'angle et le rapport de S_1 et S_2.

2) a) En utilisant les résultats de la question 1) donner les écritures complexes de S_1 et S_2.

b) En déduire les affixes Z_M et Z_N des points M et N.

c) Donner par lecture graphique, l'affixe Z_P du point P, puis démontrer que les droites (OM) et (PN) sont perpendiculaires.



Exercice 3 : Problème

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x + 1 - xe^{x-1}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère ortho normal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A. Etude de la fonction f et construction de la courbe (C)

1. Etudier la limite de la fonction f en $-\infty$ puis en $+\infty$

$$\left(\text{On pourra écrire } \; xe^{x-1} = \frac{1}{e}xe^{x}\right)$$

2. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = 2x + 1$ est asymptote à la courbe (C) en $-\infty$ et préciser la position de la courbe (C) par rapport à la droite Δ.

3. a) Calculer la dérivée f' et la dérivée seconde f'' de f.

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f en précisant les limites de la fonction f' en $-\infty$ et en $+\infty$

c) Calculer $f'(1)$ et en déduire le signe de f' pour tout réel x.

d) Dresser le tableau de variation de la fonction f

4. Soit I l'intervalle $[1,9\,;2]$. Démontrer que sur I, l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique α.

5. Tracer la droite Δ et la courbe (C) (unité graphique : 2 cm).

B. Recherche d'une approximation de α.

On considère la fonction g définie sur l'intervalle I par : $g(x) = 1 + \ln\left(2 + \frac{1}{x}\right)$

1. Démontrer que, sur I, l'équation $f(x) = 0$ équivaut à l'équation $g(x) = x$.
2. Etudier le sens de variation de la fonction g sur I et démontrer que, pour tout x appartenant à I, $g(x)$ appartient à I.
3. Démontrer que, pour tout x de l'intervalle I, $g(x) \leq \frac{1}{9}$
4. Soit (U_n) la suite des nombres réels définie par : $U_0 = 2$ et pour tout n, $U_{n+1} = g(U_n)$.

On déduit de la question B.2. que tous les termes de cette suite appartiennent à l'intervalle I. On ne demande pas de le démontrer.

a) Démontrer que, pour tout n, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{9}|U_n - \alpha|$

b) En déduire, en raisonnant par récurrence, que : pour tout n de $\mathbb{N}$

$$|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{9}\right)^n \times \frac{1}{10}$$

d) En déduire que la suite (U_n) converge et préciser sa limite.

Exercice 1

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A, B, C et D du plan complexe d'affixes respectives : $\alpha = 5+4i$, $b = 4+i$, $c = 3+5i$ et $d = 6+2i$

1. **Placer les points A, B, C et D sur le graphique.**
2. **Calculer $\dfrac{d-b}{d-a}$,en déduire que le triangle DAB est rectangle et isocele.**
3. **On considère l'application f qui à tout point M d'affixe $z \neq b$, associe le point M'd'affixe z' définie par :**

$$z' = \frac{z-5-4i}{z-7-i}$$

a) **Calculer l'affixe C'du point C par f et placer le point C' sur la figure.**

b) **Déterminer l'ensemble (E) des points M d'affixe z avec $z \neq b$ tels que $|z'| = 1$.**

c) **Justifier que (E) contient les points D et C. Tracer (E)**

4. **On appelle J l'image du point A par la rotation r de centre D et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. Déterminer l'affixe de J.**

Exercice 2

Lors d'une période de sècheresse, une agriculture relève la quantité totale d'eau (en m²) utilisée pour son exploitation depuis le premier jour et donne le tableau suivant :

Nombre de jours écoulés : x	**1**	**3**	**5**	**8**	**10**
Volume d'eau utilisées en m^3 : y	**2,25**	**4,3**	**7**	**15,5**	**27**

Le plan est muni d'un repère orthogonal. N prendra 1 cm pour représenter un jour et 0,5 cm pour un mètre cube.

1. **Représenter le nuage de points associés à cette série statistique.**
2. **Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.**
3. **Montrer que la covariance de x et y est 28,296**
4. **Démontrer qu'une équation de la droite de régression de y en x est :**

$y = \frac{3537}{1330}x - \frac{8381}{2660}$ sachant que la variance de x est $\mathrm{V}(x) = 10,64$

5. En déduire une estimation du volume d'eau utilisée pendant les 20 premiers jours.
6. L'agriculteur dispose de sept ouvriers dont quatre femmes et trois hommes et il doit choisir au hasard et simultanément quatre personnes pour les primer. Calculer la probabilité des évènements :
   a) A « aucun homme n'est choisi »
   b) B « au moins trois femmes sont choisies »

Exercice 3 : Problème

A. Soit la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = e^{\frac{3x}{2}} - 2x - 1$. On désigne par (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{I}, \vec{J})$ d'unité graphique 2 cm.

1) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2) a) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
   b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -2x - 1$ est asymptote à (C_f) à $-\infty$
   c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dont l'une est nulle et l'autre notée α appartient à l'intervalle $[0,3\,;0,4]$

3) Tracer (C_f) et (D) dans le repère $(O, \vec{I}, \vec{J})$

4) Soit m un réel strictement inférieur à 0

a) Exprimer en fonction de m, l'aire A(m) en cm² de la portion du plan limitée par la courbe (C_f), la droite (D) et les droites d'équation $x = m$ et $x = 0$

b) Quelle est la limite de cette aire quand m tend vers $-\infty$

On considere la fonction g définie sur $\left]-\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$ par $g(x) = \frac{2}{3}\ln(2x+1)$

1. Donner le sens de variations de g
2. Montrer que les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$ sont équivalentes dans $\left]-\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$
3. On considère la suite (U_n) définie par $\mathrm{U}_0 = 4$ et pour tout entier n, $\mathrm{U}_{n+1} = g(\mathrm{U}_n)$

a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $\mathrm{U}_n \in [\alpha\,;4]$ et que (U_n) est décroissante.

b) Justifier que (U_n) est convergente et déterminer sa limite.

c) On considère les équations différentielles

   $(\mathrm{E})\colon 2y' - 3y = 0$ et $(\mathrm{E}')\colon 2y' - 3y = 6x - 1$

1. Montrer que f est solution de (E')

2. **Résoudre (E) sur $\mathbb{R}$**
3. **Montrer qu'une fonction h est solution de (E) si et seulement si $h + f$ est solution de (E')**
4. **Résoudre alors (E') sur $\mathbb{R}$**
5. **Déterminer la fonction u solution de (E') telle que $u(0) = 2$**

BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1

Le tableau ci-dessous présente la taille x (en centimètres) et la pointure y (en cm) de dix élèves choisis au hasard dans une classe de terminale D.

x	150	159	158	160	165	168	170	172	175	171
y	40	41	43	43	42	44	44	44.5	44.5	44

1. **Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points de cette série statistique.**
2. **a) En prenant la covariance de la série (x, y) égale à 9,6 ; pour écart-type σ_x et σ_y respectivement égaux à 7,4 et 1,4. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (x, y).**

   b) Utiliser la méthode des moindres carrés pour donner une équation cartésienne de l'ajustement linéaire de y en x.

   c) En déduire au centimètre près la pointure d'un élève de cette classe dont la taille est de 163 cm dans le cas où le comportement général est proche de l'échantillon choisi.

3. a) On choisit au hasard et simultanément six élèves parmi les dix élèves sélectionnés. Calculer la probabilité d'avoir exactement trois élèves dont la pointure est d'au moins 44 cm.

b) Calculer la probabilité de l'évènement : « la taille est supérieure ou égale à 160 cm sachant que la pointure est inférieure ou égale à 44 cm », lorsqu'on choisit au hasard un élève parmi les dix.

Exercice 2

1. **Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $4z^2 - 12z + 153 = 0$**
2. **Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(o; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$, d'unité graphique 1 cm, on considère les points A, B, C, P d'affixes respectives :**

$$z_A = \frac{3}{2} + 6i \ ; \ z_B = \frac{3}{2} - 6i \ ; \ z_C = -3 - \frac{1}{4}i \ ; \ z_P = 3 + 2i$$

Soit le vecteur w d'affixe $\overrightarrow{w} = -1 + \frac{5}{2}i$

a) Déterminer l'affixe z_Q du point Q image du point B par la translation du vecteur $\overrightarrow{w}$.

b) Déterminer l'affixe z_R du point R image du point P par l'homothétie h de centre C et de rapport $-\frac{1}{3}$

c) Déterminer l'affixe z_S du point S image du point P par la rotation r de centre A et d'angler $-\frac{\pi}{2}$

d) Placer les points P, Q, R et S.

3. a) Démontrer que le quadrilatère PQRS.

b) Calculer $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$. En déduire la nature précise du parallélogramme PQRS.

c) Montrer que les points P, Q, R et S appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 3 : Problème

On considère la fonction numérique f définie par: $f(x) = (x-2)e^x + x$, (C_f) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

1. a) Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle :
   $y'' - 2y' + y = 0$

b) Justifier que f est une solution de de l'équation différentielle $y'' - 2y' + y = x - 2$

2. Soit g la fonction numérique définie par : $g(x) = (x-1)e^x + 1$
   a) Etudier le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$
   b) En déduire que g est positive sur $\mathbb{R}$

3. a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$

b) Montrer que la droite (Δ) : $y = x$ est une asymptote à (C_f) en $-\infty$

Etudier la branche infinie à (C_f) en$+\infty$. Etudier en fonction de x la position de (C_f) et de (Δ).

4. a) Soit f' la dérivée de f, vérifier que pour tout réel x on a: $f'(x) = g(x)$; en déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.
   b) Justifier que la fonction f établit une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle à préciser.
   c) Dresser les tableaux de variation de f et de f^{-1} bijection réciproque de f.

5. a) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0.

b) Construire (C_f) et $(C_{f^{-1}})$ dans un même repère orthonormé (unité graphique : cm)

6. δ est le domaine du plan limité par la courbe (C_f), la droite d'équation $y = x$ et les droites respectives $x = 0$; $x = 2$. En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire (A) du domaine δ.

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1 :

On considère l'application t de C dans C définie par : $t(z) = 9z^2 - 24z^3 + 50z^2 - 24z + 41$.

1. Montrer que si z_0 est une racine de t, alors ($\overline{z_0}$) est aussi une racine de t.

2. Vérifier que i est une racine de t et en déduire une autre racine de t.

3. Déterminer trois nombres complexes a, b et c tels que $\forall$ z ∈ C,

$t(z) = (z^2 + 1)(az^2 + bz + c)$.

4. Résoudre dans C l'équation $t(z) = 0$.

5. Le plan complexe est rapporté à un repère

($O, \vec{u}, \vec{v}$) (Unité graphique : 3cm). On désigne par A, B, C et D les points d'affixes

Respectives $z_A = -i$, $z_B = i$, $z_C = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}i$ et $z_D = \frac{4}{3} - \frac{5}{3}i$.

a. Placer les points A, B, C et D.

b. Montrer que $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A}$ ∈ iR et $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_B}$ ∈ iR où iR est l'ensemble des imaginaires purs.

c. En déduire la nature exacte des triangles ACD et CBD.

d. Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2 :

Une urne contient 6 jetons rouges et 4 jetons jaunes. Un jeu consiste à tirer simultanément 2 jetons de l'urne. Si les jetons sont de même couleur, le joueur gagne 1000 FCFA. S'ils sont de couleurs différentes, alors le joueur perd 1000 FCFA.

1. a) Calculer la probabilité d'obtenir deux jetons de même couleur.

b) calculer la probabilité d'obtenir deux jetons de couleurs différentes.

2. On note X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux jetons associe le gain ou on la perte du joueur.

a) Donner les différentes valeurs possibles de X.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique E(X) et la variance V(X) de X.

Exercice 3 : Problème

PARTIE A :

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - 4y = 16x + 16$.

1. Résoudre l'équation homogène (E_0) associée à (E) : y''− 4y = 0.

2. Déterminer les réels α et β tels que le polynôme p(x) = αx + β soit une solution particulière de (E).

3. Montrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si f − p est solution de (E_0).

4. En déduire toutes les solutions de (E).

5. Déterminer parmi ces solutions celle qui vérifie les conditions f(0) = 4 et f'(0) = −4.

PARTIE B :

On considère la fonction g définie sur R par g(x) = e^{2x} +3^{e-2x} − 4.

1. Montrer que g(x) = $e^{-2x}(e^{4x} - 4e^{2x} + 4)$, ∀ x ∈ R.

2. Etudier le signe de g(x).

3. On considère sur R la fonction h définie par h(x) = $\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{3}{2}e^{-2x} - 4x$

a. Montrer que ∀ x ∈ R, h(x) = $e^{2x}\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}e^{-4x} - 4xe^{-2x}\right) = e^{-2x}\left(\frac{1}{2}e^{4x} - \frac{3}{2} - 4xe^{2x}\right)$.

b. Calculer $\lim_{x \to +\infty} h(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} h(x)$

c. Montrer que ∀x ∈ R, h'(x) = g(x).

d. En déduire le tableau de variation de h.

e. Montrer que l'équation h(x) = 0 admet une seule solution réelle α telle que α ∈] 1 ;2[.

f. Construire la courbe représentative (C_h) de la fonction h dans le plan rapporté à un repère orthonormé d'unité 3cm sur les axes.

4. Déterminer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_h), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = $\frac{1}{2}$ ln3.

BACCALAUREAT SESSION 2014

Exercice 1 :

A- On considère le polynôme p défini par $p(z) = z^3 - 3z^2 - 3z + 5 + 20i$, z étant un nombre complexe.

1. Montrer que $1 + 2i$ est une racine de p.

2. Trouver deux nombres complexes a et b tels que, pour tout nombre complexe z, on ait $p(z) = (z - 1 - 2i)(z^2 + az + b)$.

3. En déduire dans l'ensemble des nombres complexes, les solutions de l'équation $p(z) = 0$.

B- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$; on prendra 1 cm pour unité graphique.

1. Placer les points A, B et C d'affixes respectives $a = 1 + 2i$, $b = -2 - i$, et $c = 4 - i$ dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

2. Soit D le point d'affixe $2 + 3i$; montrer que A, B et D sont alignés.

a Calculer $\frac{b-a}{c-a}$ mettre le résultat sous la forme algébrique puis sous la forme trigonométrique.

b En déduire la nature exacte du triangle ABC.

EXERCICE 2 :

Une entreprise achète, utilise et revend des machines après un certain nombre xi d'années. Après 6 années, l'évolution du prix de vente d'une machine en fonction du nombre d'années d'utilisation, se présente comme suit :

Nombre d'année x_i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Prix y_i en milliers de FCFA	**150**	**125**	**90**	**75**	**50**	**45**

1. Représenter graphiquement le nuage de points de cette série statistique. (On prendra 1 cm pour une année en abscisse, et 1cm pour 20000 FCFA en ordonnée).

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (x_i, y_i) ainsi définie.

3. En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer une équation cartésienne de la

droite de régression de y en x de cette série statistique.

4. En déduire une estimation du prix de vente d'une machine après 7 ans d'utilisation.

EXERCICE 3 : Problème

Le problème comporte trois parties A, B et C obligatoires.

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie pour tout $x \neq -2$ par

$f(x) = \frac{e^x}{x+2}$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$

PARTIE A :

1. Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
2. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
3. Soit g la restriction de f à l'intervalle $I =]-1;+\infty[$; montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.
4. Tracer dans le même repère, la courbe (C) représentative de f, et la courbe (C0) représentative de g^{-1}.

Partie B :

1. Déterminer l'image par f de l'intervalle [0;1].
2. Calculer f''(x) et vérifier que pour tout x de [0; 1], f''(x) > 0.
3. En déduire que pour tout x de [0; 1], 1 4 ≤ f'(x) ≤ 2/3 .
4. Démontrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α dans l'intervalle [0;1] (On ne demande pas de calculer α).

PARTIE C

On considère la suite (un) à termes positifs, définie par u0 = 1/2 et pour tout entier naturel non nul n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Montrer par récurrence sur n que la suite (un) est croissante et que un $\in [\frac{1}{2} ; 1]$; quelle conclusion peut-on en tirer ?
2. Démontrer que pour tout entier naturel n, on a : |un+1 − α| ≤ 2/3|un− α|.

En déduire que pour tout entier naturel n, |un−α| ≤ 〖(2/3)〗 ^n

3. Déterminer la limite de la suite (un).

Exercice 1

Le plan P est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

8. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 4z - 25 + 8 = 0$

b) Ecrire les solutions sous forme trigonométrique

2. a) Soient A, B et C les points du plan d'affixes respectives $z_A = 2 + 2i$, $z_B = 2 - 2i$ et $z_C = 4$. Placer les points A, B et C dans le plan.

b) Calculer le rapport $\dfrac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ et en déduire la nature du triangle CAB puis celle du quadrilatère ABCD

2. Soit f la similitude directe du plan complexe qui laisse le point C invariant et qui transforme le point A en O.

a) Donner l'écriture complexe de f.

b) Donner les éléments caractéristiques de f.

Soit g la transformation de P dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = (1 - i)z + 4i$.

c) Ecrire sous forme algébrique, l'affixe de G', image du barycentre G des points pondérés (A, 3) ; (B, 2) et (C, -3) par g.

Exercice 2

Une boite contient 6 boules vertes et n boules blanches toutes indiscernables au toucher. Un jeu consiste à tirer successivement sans remise deux boules de la boite. Si les deux boules sont de même couleur, le joueur gagne 100f et si les boules sont de couleurs différentes, le joueur perd f.

1. Dans cette question, on suppose n = 3

a) Calculer la probabilité d'obtenir :

ii. Deux boules de même couleur

iii. Deux boules de couleurs différentes

b) Sachant que la première boule tirée est verte, quelle est la probabilité pour que la deuxième boule tirée soit verte ?

2. Dans cette question, l'entier naturel n est quelconque et supérieur à 3. On note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage successive sans remise de deux boules associe le gain algébrique en francs du joueur.

a) Exprimer en fonction de n, les probabilités des évènements $\{X = -100\}$ et $\{X = 100\}$

b) Montrer que l′espérancemthématique de X est $E(X) = 100\dfrac{n^2 - 13n + 30}{(n+6)(n+5)}$

d) Pour quelles valeurs de n a-t-on $E(X) < 0$?

Exercice 3 : Problème

Partie A

Soit f la fonction définie sur $]1\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-1}$

Soit la suite (U_n) par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

1. Montrer que pour tout réel $x > 1$; $f(x) > 1$

2. On considère les suites (V_n) et (W_n) telles que, $\forall$ n, $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n}$ et $W_n = \ln V_n$

   a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n > 1$; $U_n > 1$.

   b) Calculer V_1 et W_1

   c) Démontrer que (W_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

   d) Exprimer que pour tout entier naturel n ; W_n puis V_n en fonction de n.

   e) $U_n = \dfrac{1}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}}$ puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} (U_n)$

Partie B

Soit h la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = x^2e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal direct $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\ )$ avec pour unité 1 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées.

3. a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$

   b) Etudier le sens de variation de h.

   c) Construire la courbe (C) dans le repère $(O\,;\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath},\ )$.

4. a) Déterminer les nombres réels a, b et c pour que la fonction H définie par $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ soit une primitive de la fonction h.

b) Soit λ un réel strictement positif. Calculer le réel : $\int_0^{\lambda} h(x)\,dx$

c) A(λ) est l'aire en cm² du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$.

Déterminer A(λ) puis calculer sa limite lorsque λ tend vers l'infini.

Partie B

On considère les équations différentielles suivantes : $(\mathrm{E})\colon y'' - 2y' + y = x - 2$ **et** (E') **:** $y'' - 2y' + y = 0$

On considère la fonction φ **affine définie par** $\varphi(x) = ax + b$**.**

4. **Déterminer a et b pour que la fonction** φ **soit solution de l'équation (E).**
5. **Soit g une fonction au moins deux fois dérivable sur ℝ. Démontrer que g est solution de (E) si et seulement si** $g - \varphi$ **est solution de (E').**
6. **Résoudre (E').**
7. **En déduire les solutions de l'équation (E).**

BACCALAUREAT SESSION 2012

Exercice 1

Une maitresse a regroupé dans un tableau statistique les résultats d'une enquête portant sur le nombre de gâteaux consommés pendant la récréation par 200 élèves d'une maternelle.

Modalités	0	1	2	3	4
Effectifs	10			35	
Effectifs cumulés croissant	10		80	115	
Fréquence en pourcentage		20		17,5	

1. Quelles est la nature du caractère étudié ?
2. Recopier et compléter le tableau ci-dessus.
3. Quel est le mode de cette série statistique ?
4. Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de la série étudiée.

Exercice 2 :

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $2z^2 - 2iz - 1 = 0$.
2. Le plan orienté étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ on considère les points A et B d'affixes respectives $\frac{-1+i}{2}$ *et* $\frac{1+i}{2}$.

   Démontrer que OAB est un triangle rectangle de sommet principal O.
3. On pose $Z = \frac{-1+i}{1+i}$

a) Ecrire Z sous la forme trigonométrique.

b) En déduire les racines cubiques de Z sous la forme trigonométrique puis sous la forme algébrique.

Exercice 3 : Problème

Le problème comporte trois parties A, B et C.

PARTIE A :

Soit la fonction numérique définie sur $]-1;0]$ par $f(x) = \ln(1 - x^2) - x$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (unité graphique 10cm).

1. Déterminer la limite de f à droite de -1.

   Donner une interprétation graphique de ce résultat obtenu.
2. Etudier les variations de et dresser son tableau de variation.
3. Donner le coefficient directeur de la tangente (D) à (C) au point d'abscisse 0.

4. Démontrer que l'équation f(x) = 0 admet dans l'intervalle]-0,72 ; -0,71[une unique solution α.
5. Tracer (D) et (C).
6. Tracer dans le même repère la courbe représentative de $|f(x)|$.

PARTIE B :

1. Vérifier l'égalité $\int_{\alpha}^{0} \ln(1-x^2)\,dx = \int_{\alpha}^{0} \ln(1+x)\,dx + \int_{\alpha}^{0} \ln(1-x)\,dx$.
2. A l'aide des intégrations par partie, calculer en fonction de α les intégrales suivantes.

$$I = \int_{\alpha}^{0} \ln(1+x)\,dx \text{ et } J = \int_{\alpha}^{0} \ln(1-x)\,dx.$$

On pourra remarquer que $\frac{x}{1+x} = 1 - \frac{1}{x+1}$ *et* $\frac{x}{1-x} = -1 + \frac{1}{x-1}$

3. On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire exprimée en cm^2 de la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe (C), et les droites d'équations x = α et x = 0. Calculer $\mathcal{A}$ en fonction de α.

PARTIE C :

On considère la suite U à termes positifs définies sur $\mathbb{N}^*$ par $U_{n+1} = 2\sqrt{U_n}$ et $u_0 = 1$.

1. Calculer u_2 et u_3. Donner les résultats sous la forme 2^{λ} où λ est un réel.
2. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = ln u_n$, $v_0 = -2ln2$.
   a) Montrer que (v_n
   b)) est une suite géométrique.
   c) Exprimer (v_n) en fonction de n.
   d) En déduire l'expression de u_n en fonction de n et calculer la limite de u_n quand n tend vers +∞.

BACCALAUREAT SESSION 2011

Exercice 1

A la suite de plusieurs campagne de vaccination réalisées dans un village du Cameroun, les études ont révélé que la probabilité pour qu'un enfant de moins de 5 ans soit atteint de poliomyélite est de 0,05. On choisit au hasard un enfant de moins de 5 ans de ce village.

1. Quelle est la probabilité pour que cet enfant ne soit pas atteint de poliomyélite ?
2. On a effectué un contrôle sur 8 enfants âgés de moins de 5 ans dans ce village. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

    A : « aucun enfant n'est atteint de poliomyélite »

    B : « trois enfants sont atteints de poliomyélite »

    C : « au moins quatre enfants sont atteints de poliomyélite »

Exercice 2 :

Soit P un plan affine muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. A tout nombre complexe $z \neq -i$, on associe $f(z) = \frac{iz}{z+i}$. On note M le point d'affixe $z = x + iy$ où x et y sont des nombres réels.

1. Déterminer l'affixe z_0 du point B tel que $f(z) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$.
2. On note r le module de $z + i$ et α son argument principal. Ecrire en fonction de r et α une trigonométrique de $f(z) - i$.
3. Soit A le point d'affixe $-i$.
    a) Déterminer l'ensemble (C) des points M d'affixe z vérifiant l'égalité $|f(z) - i| = 1$.
    b) Montrer que la droite (T) d'équation $\sqrt{3}x - y - 3 = 0$ est tangente à (C) en B.
4. Construire A, B, (T) et (C).

Exercice 3 : Problème

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 3}$

(Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Donner le domaine de définition de f et les limites de f(x) lorsque x tend vers l'infini.
2. Calculer f''(x) pour tout réel x et dresser le tableau de variation de f.
3. Calculer $f(x) - 2$, en déduire la position de la courbe (Γ) par rapport à son asymptote horizontale.
4. Donner les équations des tangentes à la courbe (Γ) aux points d'abscisses 0 et 2.
5. Tracer les tangentes précédentes et l courbe (Γ).

6. **Montre que la restriction g de f à $[3, +\infty[$ est une bijection de cet intervalle sur un intervalle J que l'on déterminera. Tracer dans le même repère la courbe de g^{-1}.**
7. **Soit λ un nombre strictement supérieur à 3. On appelle $\mathcal{A}(\lambda)$ l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (Γ) et la droite d'équation y = 2 d'une part, les droites d'équation x = 3 et x = λ d'autre part.**
   a) **Montrer que $\mathcal{A}(\lambda) = \int_3^{\lambda} \frac{3x-6}{x^2-3x+3}dx$.**
   b) **Montrer que pour tout $x \geq 3$, on a $2x - 3 \leq 3x - 6$.**

      En déduire que $\int_3^{\lambda} \frac{2x-3}{x^2-3x+3}dx \leq \mathcal{A}(\lambda)$.
   c) **Quelle est la limite de $\mathcal{A}(\lambda)$ quand λ tend vers $+\infty$.**
8. **On considère la suite (u_n) définie par : u_0 réel donné et pour tout entier naturel n,**

   $u_{n+1} = f(u_n)$.
   a) **Pour $u_0 = 2$, montrer que la suite (u_n) est constante.**
   b) **On donne u_0 tels que $2 < u_0 < 3$.**
      i. **Montrer que pour tout n, on a $2 < u_n < 3$.**
      ii. **Montrer que la suite (u_n) est croissante.**
      iii. **Que peut-on en déduire sur la suite (u_n) ?**

BACCALAUREAT SESSION 2010

Exercice 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité sur les axes 1cm. On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (e) : $z^2 + (-7 + i)z + 12 - 16i = 0$.

1. a) Calculer $(5 + 5i)^2$.

b) Résoudre l'équation (e) dans $\mathbb{C}$.

2. Soient les points A et B d'affixes respectives 1 – 3i et 6 + 12i. Calculer $\frac{z_O - z_B}{z_O - z_A}$, où z_O ; z_A et z_B désignent les affixes respectives de O, A et B ; en déduire la nature du triangle OAB.

3. Que représente le point I d'affixe $\frac{7}{2} - \frac{1}{2}i$ pour le segment [AB] ?

4. Soit (Γ) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $\left|z - \frac{7}{2} + \frac{1}{2}i\right| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

   a) Dire si chacune des propositions suivantes sont vraies ou fausse.

   i. O ∈ (Γ) ii. A ∈ (Γ) iii. B ∈ (Γ).

   b) Donner une équation cartésienne de (Γ) et construire (Γ).

Exercice 2 :

En 1990, un pays avait une population de 50 millions d'habitants. Par accroissement naturel, sa population augmente de 1,5 % par an. Par ailleurs, on constate une augmentation annuelle supplémentaire de 0,45 million d'habitants dès l'année 1991. L'unité étant le million d'habitants ; on note $U_0 = 50$ l'effectif de la population en 1990 et U_n le nombre d'habitant en 1990 + n.

1. a) Calculer U_1 et U_2.

   b) Montre que $U_{n+1} = 1,01U_n + 0,45$.

2. On se propose de prévoir directement l'effectif de la population en 2010 si le modèle d'évolution se poursuit de la même façon ; pour cela on considère la suite (V_n) définie par : $V_n = 30 + U_n$.

   a) Calculer V_1 et V_2.

   b) Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

   c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. En déduire alors l'effectif de la population de ce pays en l'an 2010. (on prendra le résultat arrondi en million d'habitants).

   d) Déterminer par calcul à partir de quelle année l'effectif de la population de ce pays dépassera 100 millions d'habitants si l'évolution se poursuit de la même manière.

Exercice 3 : Problème

PARTIE A :

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)\begin{cases} 1+xe^{\frac{x}{2}}, si\ x \leq 0 \\ xlnx - x + 1, si\ x > 0 \end{cases}$

Soit (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) un repère orthonormé du plan et (C_f) la courbe représentative de f dans ce repère.

1. **Déterminer le domaine de définition de f.**
2. **a) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.**

b) Ecrire les équations des demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 0.

3. **a) Calculer les limites de f en -∞ et en +∞.**

 b) Etudier les branches infinies de la courbe (C_f).

4. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

5. Tracer les demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 0 et tracer (C_f).

6. Déterminer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) et les droites d'équations respectives $y = 1, x = -1$ et $x = 0$ (on pourra utiliser une intégration par partie).

7. Montrer que la restriction g de f à l'intervalle]0 ; +∞ [est une bijection de l'intervalle]0 ; +∞ [dans un intervalle que l'on précisera.

PARTIE B :

On se propose de résoudre l'équation différentielle (1) : $y' - 2y = xe^{\frac{x}{2}}$.

1. **Résoudre l'équation différentielle (2) : $y' - 2y = 0$ où y désigne une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.**
2. **Soient a et b deux réels, u la fonction définie par $u(x) = (ax + b)e^{\frac{x}{2}}$. Déterminer a et b pour que u soit une solution de (1).**
3. **a) Montre que v est solution de (1) si et seulement si v – u est solution de (2).**

 b) En déduire les solutions de (1).

 c) Déterminer la solution de (1) qui s'annule en 0.

UN PEUPLE – UN BUT – UNE FOI

SUJETS DES BACCALAUREATS DU SENEGAL

BACCALAUREAT SESSION 2019

Exercice 1 :

Dans une classe de S2, sur 45 élèves, 30 ont eu la moyenne au premier devoir de mathématiques. On considère que dans cette classe si un élève a la moyenne à un devoir donné, la probabilité qu'il ait la moyenne au devoir suivant est $\frac{1}{2}$ et s'il a raté la moyenne à un devoir donné, la probabilité qu'il ait la moyenne au devoir suivant est $\frac{1}{3}$.

Soit E_n l'évènement « l'élève a eu la moyenne au nième devoir », $\overline{E_n}$ l'évènement « l'élève n'a pas eu la moyenne au nième devoir ».

1) Déterminer p_1
2) a) Déterminer $p(E_2/E_1)$ et $p(E_2/\overline{E_1})$

   b) En déduire p_2
3) Montrer que pour tout entier naturel non nul , $p_{n+1} = \frac{1}{6}p_n + \frac{1}{3}$.
4) Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel non nul n, par $U_n = p_n - \frac{2}{5}$
   a) Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) Exprimer U_n en fonction de n puis p_n en fonction de n.
   c) Calculer la limite de p_n quand n tend vers l'infini.

Exercice 2 :

Partie A :

Pour tout nombre complexe z on note $f(z) = z^5 + 2z^4 + 2z^3 - z^2 - 2z - 2$

1) Déterminer le polynôme Q tel que, quel que soit $z \in \mathbb{C}$, $f(z) = (z^3 - 1)Q(z)$
2) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $f(z) = 0$
3) Ecrire les solutions de (E) sous forme trigonométrique puis les représenter dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Partie B :

Considérons les points A, B, C et D du plan P tel que :

$$A\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \quad B(-1+i), \quad C(-1-i), \quad D\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

1) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
2) Soit r la rotation de centre le point Ω d'affixe 1 qui transforme A en D. Déterminer l'écriture complexe de r.

3) Quelle est la nature du triangle ΩAD ?

4) Déterminer l'affixe du centre du cercle circonscrit au triangle ΩAD

5) On pose $U_n = (z_A)^n$, $n \in \mathbb{N}$ ouu z_A est l'affixe du point A. Déterminer la valeur minimale de n pour laquelle U_n est un réel.

6) Donner la forme algébrique de U_{2019}

Problème :

Soit f la fonction f définie pour tout x réel par : $f(x) = -x + 2 + (2x - 4)e^{\frac{x}{2}}$

On note (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan. On choisit 2 cm pour unité graphique.

Partie A :

Soit g la fonction numérique définie pour tout x réel par : $g(x) = -1 + xe^{\frac{x}{2}}$

1) Calculer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$

2) Etudier le sens de variations de g puis dresser le tableau de variations de g.

3) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution α et une seule puis prouver que :

$0,70 < \alpha < 0,71$. Etudier le signe de g.

Partie B :

1) a) exprimer $f'(x)$ à l'aide de $g(x)$

b) En déduire le sens de variations de f.

c) Démontrer que $f(\alpha) = 4 - \alpha - \frac{4}{\alpha}$, ou α est le nombre défini en 3) Partie A.

2) Donner un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 0,1.

3) a) Déterminer la limite de $f(x)$ et de $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$

b) Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

4) Démontrer que C_f admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote (D) dont on donnera une équation

5) Dresser le tableau de variation de f.

6) Tracer sur le même graphique C_f et (D).

7) A l'aide d'une intégration par parties, calculer pour tout nombre réel x l'intégrale :

$$I(x) = \int_0^x (2t - 4)\, e^{\frac{x}{2}}\, dt$$

7) Soit λ un réel négatif. Calculer en cm² l'aire A du domaine constitué des points de coordonnées (x, y) satisfaisant à : $\lambda \leq x \leq 0$ *et* $f(x) \leq y \leq 2 - x$

Interpréter graphiquement la limite de l'aire A quand λ tend vers $-\infty$

BACCALAUREAT SESSION 2018

Exercice 1 :

1) **On considère la fonction de répartition F de la variable aléatoire X :**

$F : \begin{cases} \mathbb{R} \longmapsto [0\,,1] \\ x \longmapsto p(X \leq x) \end{cases}$ **p étant une probabilité définie sur un univers fini et non vide**

Dans un repère orthogonal, la représentation graphique de F est la suivante :

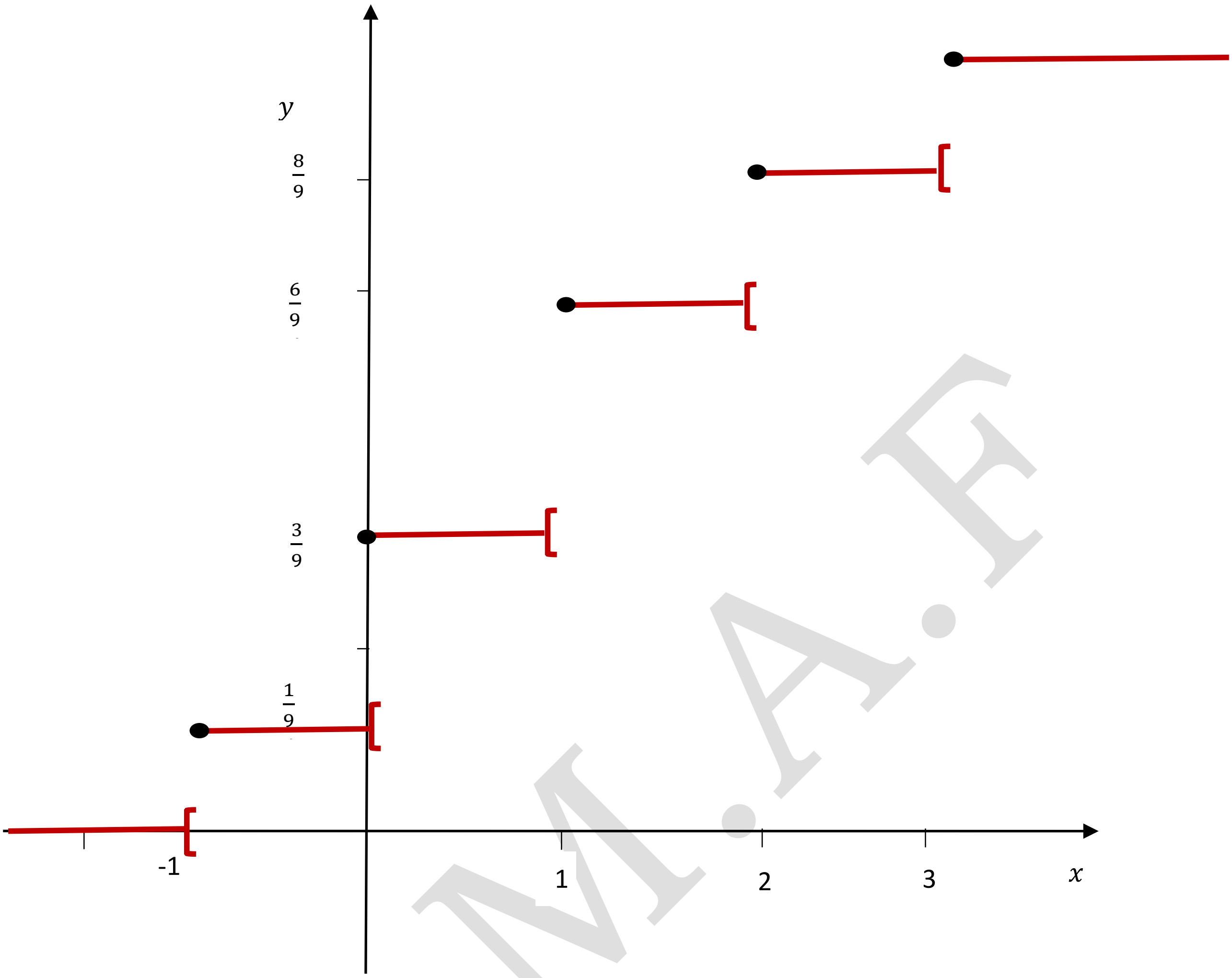
a) **Déterminer** $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{F}(x)$ **et** $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{F}(x)$

b) **Déterminer la loi de probabilité**

c) **Calculer les probabilités** $p(X \leq 0)$ et $p(X \geq 1)$.

d) **Calculer l'espérance mathématique E(X) de X.**

e) **Vérifier que l'écart type** $\sigma(X)$ **de X est égal** $\frac{\sqrt{12}}{3}$



2) On dispose de deux urnes U_1 et U_2 contenant chacune 3 boules. Les boules de U_1 sont numérotées respectivement 1, 2, 3 et celles de U_2 portent respectivement les nombres -2, -1, 0. On tire au hasard une boule de chaque urne et on effectue la somme Y des numéros des boules tirées.

a) Dresser un tableau à double entrée permettant d'obtenir les valeurs possibles de Y.

b) En déduire que Y et X ont la même loi de probabilité.

Exercice 2 :

1) Calculer $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$. En déduire dans l'ensemble C des nombres complexes les solutions de l'équation $z^2 - i = 0$

2) On pose $P(z) = z^3 + z^2 - iz - i$ où z est un nombre complexe.

a) Démontrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réelle que l'on déterminera.

b) Résoudre l'équation $P(z) = 0$ dans l'ensemble des nombres complexes.

3) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

Soient les points A, B, C d'affixes respectives :

$$z_A = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) \ ; \ z_B = -\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) \ \text{ et } \ z_C = -1$$

a) Déterminer la forme exponentielle de z_A et celle de z_B.

b) Placer avec précision les points A, B et C dans le plan complexe.

4) Soit D le symétrique du point A par rapport à l'axe réel.

a) Donner l'affixe z_D du point D sous forme algébrique.

b) Démontrer que : $\dfrac{z_D - z_C}{z_A - z_C} = e^{-i\frac{\pi}{4}}$. En déduire la nature du triangle ACD

5) Soit e le point d'affixe $\frac{\sqrt{2}}{2}i$ et F son symétrique par rapport à O. On considère la similitude directe S qui transforme E en A et F en B.

a) Déterminer l'écriture complexe de S et ses éléments caractéristiques.

b) Soit (C) le cercle de centre E et de rayon r. Déterminer l'image (C') de (C) par S.

Problème :

Partie A

1) Soit l'équation différentielle (E) : $y'' + 4y' + 4y = 0$. Déterminer les solutions h de (E) définies sur $\mathbb{R}$.

2) On considère l'équation différentielle (F)) : $y'' + 4y' + 4y = -4x$

a) Déterminer les réels a et b tels que la fonction $\varphi : x \mapsto ax + b$ soit solution de (F).

b) Montrer qu'une fonction f est solution de (F) si et seulement si $(f - \varphi)$ est solution de (E).

c) En déduire toutes les solutions de (F).

d) Donner la solution de (f) qui vérifie : $f(0) = 2$ et $f'(0) = -2$

Partie B :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-\infty\,; -1[\cup [0\,; +\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right), & si\ x < -1 \\ xe^{-2x} + e^{-2x} - x + 1, & si\ x \geq 0 \end{cases}$$ et (C_f) sa courbe représentative dans

un repere Orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1) a) Calculer les dérivées f' et f'' de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$

b) Etudier les variations de f', puis dresser le tableau de variation de f' sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$

c) En déduire le signe de f' sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$

2) Etudier les variations de f sur $]-\infty\,;\,-1[$

3) Dresser le tableau de variation de f.

4) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α et que $1 \leq \alpha \leq 2$.

5) Montrer que la courbe (C_f) admet une asymptote oblique (D) que l'on déterminera, puis étudier la position de (D) par rapport à la courbe (C_f)

6) Construire les asymptotes, puis la courbe (C_f)

BACCALAUREAT SESSION 2017

Exercice 1 :

1. On considère l'équation (E) : $z^3 - 13z^2 + 59z - 87 = 0$ où z est un nombre complexe.
   a) Déterminer la solution réelle de (E).
   b) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E).
2. On pose : $a = 3$, $b = 5 - 2i$ et $c = 5 + 2i$

Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c. Soit M le point d'affixe z distinct de A et de B.

a) calculer $\frac{b-a}{c-a}$. En déduire la nature du triangle ABC.

b) On pose : $\frac{z-3}{z-5+2i}$

Donner une interprétation géométrique de l'argument de z.

En déduire l'ensemble des points M d'affixe z tels que z soit un nombre réel non nul.

3. Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC et I le point d'affixe $2 - i$

a) Donner l'écriture complexe de la rotation r de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

b) Déterminer l'image (C') de (C) par r. Construire (C').

Exercice 2 :

A l'occasion de ses activités culturelles, le FOSCO d'un lycée organise un jeu pour le collectif des professeurs. Une urne contenant 4 boules rouges et une boule jaune indiscernables au toucher est placée dans la cour de l'école. Chaque professeur tire simultanément 2 boules de l'urne.

- Si les 2 boules sont de même couleur, il les remet dans l'urne et procède à un second tirage successif avec remise de 2 autres boules de l'urne.
- Si les 2 boules sont de couleurs distinctes, il les remet toujours dans l'urne, mais dans ce cas le second tirage de 2 autres boules s'effectue successivement sans remise.

1. Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « Le professeur tire 2 boules de même couleur au premier tirage ».

B : « Le professeur tire 2 boules de couleurs distinctes au premier tirage ».

C : « Le professeur tire 2 boules de même couleur au second tirage sachant que les boules tirées au premier tirage sont de même couleur ».

D : « Le professeur tire 2 boules de même couleur au second tirage sachant que les boules tirées au premier tirage sont de couleurs distinctes ».

E : « Le professeur tire 2 boules de couleurs distinctes au second tirage sachant que les boules tirées au premier tirage sont de couleurs distinctes ».

F : « Le professeur tire 2 boules de couleurs distinctes au premier et au second tirage ».

2. Pour le second tirage, chaque boule rouge tirée fait gagner au FOSCO 1 000 f et chaque boule jaune tirée fait gagner au collectif des professeurs 1 000 f.

Soit X la variable aléatoire à laquelle on associe le gain obtenu par FOSCO.

a) Déterminer les différentes valeurs prises par X et sa loi de probabilité.

b) Déterminer la fonction de répartition de X.

3. Etant donné que le collectif est composé de 50 professeurs qui ont tous joué indépendamment et dans les mêmes conditions, déterminer la probabilité des évènements suivants :

G : « Le FOSCO réalise autant de gains que de pertes. »

H : « Le collectif des professeurs réalise un gain de 100 000 f. »

I : « Le FOSCO réalise autant de gains que de pertes. »

Problème :

Partie A

Soit g la fonction numérique définie par : $g(x) = -2\ln(x-1) + \dfrac{x}{x+1}$

1. a) Déterminer Dg, puis calculer les limites de g aux bornes de Dg.

   b) Calculer $g'(x)$, étudier son signe et dresser le tableau de variations de g.

2. a) Calculer $g(0)$

Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une notée α appartient à l'intervalle $]-0,72\,;\,-0,71[$

b) Déterminer le signe de $g(x)$

Partie B :

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2}{\ln(x+1)} & \text{si } x > 1 \text{ et } x \neq 0 \\ f(x) = (1+x)e^{-x-1} & \text{si } x \leq -1 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) a) Montrer que $D_f = \mathbb{R}$ et calculer les limites de f aux bornes de D_f

b) Etudier la nature des branches infinies.

2) a) Etudier la continuité de f en -1 et en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f en -1 et en 0 et interpréter graphiquement les résultats.

3) a) Montrer que pour tout $x \in]-1\,;\,+\infty[$ et $x \neq 0$, on a : $f'(x) = \dfrac{-xg(x)}{\ln^2(x+1)}$

Calculer $f'(x)$ sur $]-\infty\,;\,-1[$

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

4. Soit h la restriction de f à $[0,+\infty[$

a) Montrer que h réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J à préciser.

b) Donner le sens de variation de h^{-1}.

c) Construire C_f et $C_{h^{-1}}$

Partie C

Soit m la fonction définie par : $m(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{x^2} - \dfrac{1}{x(x+1)}$

1. Déterminer les fonctions u et v telles que pour tout $x \in]0,+\infty[$, on ait :

$m(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

2. a) En déduire la fonction H définie sur $]0,+\infty[$ et telle que : $H'(x) = m(x)$

b) Calculer $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{f(x)}\,dx$

BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1 :

1. On considère l'équation (E) : $z^3 - 13z^2 + 59z - 87 = 0$ où z est un nombre complexe.
   c) Déterminer la solution réelle de (E).
   d) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E).
2. On pose : $a = 3$, $b = 5 - 2i$ et $c = 5 + 2i$

Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c. Soit M le point d'affixe z distinct de A et de B.

a) calculer $\frac{b - a}{c - a}$. En déduire la nature du triangle ABC.

b) On pose : $\frac{z - 3}{z - 5 + 2i}$

Donner une interprétation géométrique de l'argument de z.

En déduire l'ensemble des points M d'affixe z tels que z soit un nombre réel non nul.

3. Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC et I le point d'affixe $2 - i$

a) Donner l'écriture complexe de la rotation r de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

b) Déterminer l'image (C') de (C) par r. Construire (C').

Exercice 2 :

A l'occasion de ses activités culturelles, le FOSCO d'un lycée organise un jeu pour le collectif des professeurs. Une urne contenant 4 boules rouges et une boule jaune indiscernables au toucher est placée dans la cour de l'école. Chaque professeur tire simultanément 2 boules de l'urne.

- Si les 2 boules sont de même couleur, il les remet dans l'urne et procède à un second tirage successif avec remise de 2 autres boules de l'urne.
- Si les 2 boules sont de couleurs distinctes, il les remet toujours dans l'urne, mais dans ce cas le second tirage de 2 autres boules s'effectue successivement sans remise.

1. Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « Le professeur tire 2 boules de même couleur au premier tirage ».

B : « Le professeur tire 2 boules de couleurs distinctes au premier tirage ».

C : « Le professeur tire 2 boules de même couleur au second tirage sachant que les boules tirées au premier tirage sont de même couleur ».

D : « Le professeur tire 2 boules de même couleur au second tirage sachant que les boules tirées au premier tirage sont de couleurs distinctes ».

E : « Le professeur tire 2 boules de couleurs distinctes au second tirage sachant que les boules tirées au premier tirage sont de couleurs distinctes ».

F : « Le professeur tire 2 boules de couleurs distinctes au premier et au second tirage ».

2. Pour le second tirage, chaque boule rouge tirée fait gagner au FOSCO 1 000 f et chaque boule jaune tirée fait gagner au collectif des professeurs 1 000 f.

Soit X la variable aléatoire à laquelle on associe le gain obtenu par FOSCO.

c) Déterminer les différentes valeurs prises par X et sa loi de probabilité.

d) Déterminer la fonction de répartition de X.

3. Etant donné que le collectif est composé de 50 professeurs qui ont tous joué indépendamment et dans les mêmes conditions, déterminer la probabilité des évènements suivants :

G : « Le FOSCO réalise autant de gains que de pertes. »

H : « Le collectif des professeurs réalise un gain de 100 000 f. »

I : « Le FOSCO réalise autant de gains que de pertes. »

Problème :

Partie A

Soit g la fonction numérique définie par : $g(x) = -2\ln(x-1) + \dfrac{x}{x+1}$

1. a) Déterminer Dg, puis calculer les limites de g aux bornes de Dg.

b) Calculer $g'(x)$, étudier son signe et dresser le tableau de variations de g.

2. a) Calculer $g(0)$

Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une notée α appartient à l'intervalle $]-0,72\,;\,-0,71[$

b) Déterminer le signe de $g(x)$

Partie B :

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2}{\ln(x+1)} & \text{si } x > 1 \text{ et } x \neq 0 \\ f(x) = (1+x)e^{-x-1} & \text{si } x \leq -1 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) a) Montrer que $D_f = \mathbb{R}$ et calculer les limites de f aux bornes de D_f

b) Etudier la nature des branches infinies.

2) a) Etudier la continuité de f en -1 et en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f en -1 et en 0 et interpréter graphiquement les résultats.

3) a) Montrer que pour tout $x \in]-1\,;\,+\infty[$ et $x \neq 0$, on a : $f'(x) = \dfrac{-xg(x)}{\ln^2(x+1)}$

Calculer $f'(x)$ sur $]-\infty\,;\,-1[$

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

4. Soit h la restriction de f à $[0, +\infty[$

a) Montrer que h réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J à préciser.

b) Donner le sens de variation de h^{-1}.

c) Construire C_f et $C_{h^{-1}}$

<u>Partie C</u>

Soit m la fonction définie par : $m(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{x^2} - \dfrac{1}{x(x+1)}$

1. Déterminer les fonctions u et v telles que pour tout $x \in]0, +\infty[$, on ait :

$m(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

2. a) En déduire la fonction H définie sur $]0, +\infty[$ et telle que : $H'(x) = m(x)$

b) Calculer $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{f(x)}\,dx$

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1 :

Le 1), 2) et 3) de cet exercice sont faits chacun de quatre affirmations. Dire pour chacune de ces affirmations si elle est vraie ou fausse.

1) L'évènement contraire de « A sachant B » est :

a) $\bar{A}$ sachant B b) A sachant $\bar{B}$

c) $\bar{A}$ sachant $\bar{B}$ d) $\bar{A} \cap B$

2) Soient E et F deux événements indépendants d'un même espace probabilisé, on a :

a) $p(E/F) = 0$ b) $p(E \cup F) = p(E) \times p(\bar{F}) + p(F)$

c) $p(E \cap F) = 0$ d) $p(E/F) = 1$

3) Une variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et p où n=4 et p $\in]0,\ 1[$

a) Si $P = \frac{1}{2}$ alors $p(X = 2) = 2p(X = 1)$

b) Si $P = \frac{1}{4}$ alors $p(X = 3) > \frac{1}{4}$

c) Si $P = \frac{1}{2}$ alors $p(X > 1) = 1$

d) Si $P(X = 1) = 8p(X = 0)$alors $p = \frac{2}{3}$

4) Le plan (P) est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

A et B sont deux points du plan (P) d'affixes respectives z_A et z_B. Considérons M et M' deux points du plan (P) distincts de A et B.

Notons z et z' les affixes respectives de M et M'. Interpréter géométriquement les résultats ci-dessous :

a) $|z - z_A| = 1$ b) $|z - z_B| = |z - z_B|$

c) $|z'| = |z_A - z_B|$ d) $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \arg\left(\frac{z' - z_A}{z' - z_B}\right) [\pi]$

Exercice 2 :

1) Soit $p(z) = z^3 + 3z^2 - 3z - 5 - 20i$, $z \in \mathbb{C}$

a) **Démontrer que 2+i est une racine de p(z).**

b) **En déduire les solutions de l'équation $p(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$**

2) Dans le plan (P) rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité cm, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $2 + i$, $-1 - 2i$ et $-4 + i$.

a) Placer les points A, B et C puis calculer les distances AB et BC.

b) Démontrer que $\arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)\ [2\pi]$

c) En déduire une mesure en radian de l'angle $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)$

d) Déduire de tout ce qui précède la nature du triangle ABC.

3) Soit r la rotation qui laisse invariant le point B et qui transforme A en C.

a) Montrer que l'application f associée à r est définie par : $f(z) = iz - 3 - i$

b) Préciser les éléments géométriques caractéristiques de r.

4) Soit T : M(z) ⟼ M'(z') telle que $z' = i\alpha^2 z + \alpha,\ \alpha \in \mathbb{C}$

a) Déterminer les valeurs de α pour lesquelles T est une homothétie de rapport 2.

b) Déterminer les éléments géométriques caractéristiques de T pour le nombre complexe α vérifiant : $|\alpha| = \sqrt{2}$ et $\arg\alpha = -\frac{\pi}{4}$

5) On considère la transformation g = r ∘ T. On suppose dans ce qui suit que $\alpha = 1 - i$

a) Montrer que l'application h associée à g est définie par : $h(z) = 2iz - 2$

b) Donner les éléments géométriques caractéristiques de g.

Exercice 3 :

Au Sénégal une entreprise veut vérifier l'efficacité de son service de publicité. Elle a relevé chaque mois durant une période de 6 mois les sommes X consacrées à la publicité et le chiffre d'affaire constaté Y (X et Y sont en milliards de FCFA).

On donne le tableau ci-dessous :

Rang du mois	1	2	3	4	5	6
X	1,2	0 ,5	1	1	1,5	1,8
Y	19	49	100	125	148	181

Les résultats seront donnés au centième près.

Le détail des calculs n'est pas indispensable. On précisera les formules utilisées.

1) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de X et Y.

2) a) Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X.

b) Déterminer la somme qu'il faut investir en publicité si l'on désire avoir un chiffre d'affaire de 300 milliards si cette tendance se poursuit.

Exercice 4 :

A) 1) En utilisant une intégration par partie, calculer pour tout réel α :

$\mathrm{I}(\alpha) = \int_0^{\alpha} e^t\,(t+2)dt$. En déduire I(X).

2) Soit K une fonction dérivable sur R. Considérons la fonction h telle que :

$h(x) = k(x)e^{-x}$, $\forall x \in R$

On se propose de déterminer la fonction h de façon à ce qu'elle vérifie les conditions suivantes :

$\forall x \in R$: $\begin{cases} h'(x) + h(x) = x + 2 \\ h(0) = 2 \end{cases}$

a) Vérifier que $k'(x) = (x+2)e^{-x}$

b) En déduire k puis h.

B) I) 1) Etudier les variations sur R de la fonction g définie par :

$g(x) = x + 1 + e^{-x}$

2) En déduire que $g(x)$ est strictement positif.

II) Soit la fonction f définie sur R par : $f(x) = \ln(x + 1 + e^{-x})$

(C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variations.

2) Pour tout *x* strictement positif, on note M, le point de la courbe de la fonction logarithme népérien d'abscisse *x* et N le point de (C) de même abscisse.

a) Démontrer que $0 < \overline{MN} < ln\left(\frac{x+2}{2}\right)$

b) quelle est la limite de $\overline{MN}$ quand x tend vers $+\infty$

3) a) Démontrer que : $f(x) = -x + \ln(xe^x + e^x + 1), \forall x \in R$

c) En déduire que (C) admet une asymptote oblique (Δ) au voisinage de $-\infty$ et déterminer la position de (C) par rapport à (Δ) pour $x < -1$

4) Construire (C) et (Δ) dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

BACCALAUREAT SESSION 2014

Exercice 1 :

A) Question de cours

1) Rappeler les formes algébrique, exponentielle et trigonométrique d'un nombre complexe z non nul

2) Donner l'écriture complexe de la rotation r de centre K (z_0), d'angle θ.

B) On donne $z_0 = 1 - i\sqrt{3}$.

1) Donner une écriture trigonométrique de z_0

2) Montrer que : ${z_0}^4 = -8 + 8i\sqrt{3}$

3) Résoudre dans C, l'équation $z^4 = 1$

4) En déduire les solutions de (E) : $z^4 = -8 + 8i\sqrt{3}$ sous la forme algébrique et sous la forme trigonométrique.

On peut remarquer que (E) équivaut à : $\left(\frac{z}{1 - i\sqrt{3}}\right)^4 = 1$

5) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm, placer les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$z_A = 1 - i\sqrt{3}$; $z_B = -1 + i\sqrt{3}$; $z_C = \sqrt{3} + i$, et $z_D = -\sqrt{3} - i$

6) Donner une écriture complexe de la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

7) Vérifier que : r(A) = C ; r(C) = B et r(B) = D

8) En déduire que les points A, B, C et D sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2 :

Une boite contient 8 cubes indiscernables au toucher dont un rouge numéroté 1, trois rouges numérotés 2, deux verts numérotés 1, un vert numéroté 2 et un jaune numéroté 2.

A) Question de cours

Rappeler la définition de deux évènements indépendants d'un espace probabilisé (Ω, p(Ω), p).

B) Un enfant choisit au hasard et successivement sans remise deux cubes de la boite. On admettra que la probabilité de choisir un cube est indépendante de son numéro et de sa couleur.

1) On note : A l'événement : « Obtenir des cubes de couleurs différentes » ;

B l'événement : « Obtenir au plus un cube portant le numéro 2 ».

a) Calculer la probabilité de A.

b) Vérifier que la probabilité de B est égale à $\frac{9}{14}$.

c) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de cubes rouges tirés par l'enfant.

   a) Déterminer la loi de probabilité de X.

   b) Calculer l'espérance mathématique de X.

   c) Calculer la variance de X.

C) L'enfant tire cette fois simultanément trois cubes de la boite.

1) Déterminer la loi de probabilité de l'événement C : « Obtenir au plus un cube portant le numéro 2 »

2) L'enfant répète n fois l'expérience, en remettant dans la boite les cubes tirés avant de procéder au tirage suivant. On note p_n, la probabilité de l'évènement D_n « C soit réalisé au moins une fois »

Exprimer p_n en fonction de n.

3) Etudier le sens de variation de la suite $(p_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et calculer $\lim_{n\to+\infty} p_n$

Problème :

NB : les parties A et B sont indépendantes.

Partie A :

Soit g la fonction définie dans $]0,+\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{x}{x-1} - \ln|x-1|$

1) a) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g.

b) Calculer les limites de g aux bornes de D_g

(Pour la limite au voisinage de 1, on pourra poser $h = x - 1$)

2) Déterminer g', la fonction dérivée de g, et dresser le tableau de variation de g.

3) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $4 < \alpha < 5$.

4) Déduire de l'étude précédente le signe de g sur D_g

Partie B :

On considère f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\ln|x-1|}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(x) = \dfrac{-6e^x}{e^{2x}+3e^x+2} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

1) a) Vérifier que f est définie sur $\mathrm{R}-\{1\}$ et calculer les limites de f aux bornes de D_f

b) Préciser les droites asymptotes à (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

2) a) Etudier la continuité de f en 0.

b) On admet que ; $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\ln(1-x)+x}{x^2} = -\frac{1}{2}$

Montrer que ; $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = -\frac{1}{6}$

Donner l'interprétation graphique de ces résultats.

3) a) Montrer que : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$

b) Calculer $f'(x)$ sur les intervalles où f est dérivable puis dresser le tableau de variation de f.

4) Construire (C) dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité graphique 2 cm. On pourra prendre $\alpha \approx 4,5$. On placera les points d'abscisses -1 ; 0 ; 2 et 5.

5) a) Déterminer les réels a et b tels que pour tout $x \in \mathrm{R}-\{-2\,;-1\}$, on ait :

$$\frac{-6x}{x^2+3x+2} = \frac{a}{x+2} + \frac{b}{x+1}$$

b) En déduire que :

$$\frac{-6e^x}{e^{2x}+3e^x+2} = \frac{-12e^{-x}}{1+2e^{-x}} + \frac{-6e^{-x}}{1+e^{-x}}$$

c) Calculer l'aire du domaine plan limité par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation respectives : $x = -\ln 2$ et $x = 0$

BACCALAUREAT SESSION 2013

Exercice 1 :

Le tableau statistique ci-dessous donne le degré de salinité Yi du lac Rose pendant le $i^{ème}$ mois de pluie, noté Xi.

Xi	0	1	2	3	4
Yi	4,26	3,4	2,01	1,16	1,01

Dans ce qui suit il faudra rappeler chaque formule le cas échéant, avant de faire les calculs. On donnera les valeurs approchées par excès des résultats à 10^{-3} près.

1) a) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de cette série (X, Y) et interpréter le résultat

b) Quelle est l'équation de régression de Y en X.

c) Cette équation permet-elle d'estimer le degré de salinité du lac au 6^{ieme} mois de pluie, le cas échéant ?justifier la réponse.

2) On pose $z = \ln(Y - 1)$

a) Donner le tableau correspondant à la série (X, Z). Les résultats seront arrondis au millième près.

b) Donner le coefficient de la corrélation linéaire de cette série (X, Z)

c) Donner l'équation de la droite de régression de Z en X, puis exprimer Y en fonction de X.

d) Utiliser cette équation pour répondre à la question 1. C).

Exercice 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. S est la similitude plane directe de centre O, d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Soit M le point d'affixe z et M' le point d'affixe z' avec M'=S(M).

1) Exprimer z' en fonction de z.

2) On définit la suite des points $(\mathrm{M_n})_{n\in\mathbb{N}}$ de la façon suivante :

$$\begin{cases} \mathrm{M_0} \text{ d'affixe } z_0 = 1 + i \\ \mathrm{M_n} = \mathrm{S}(\mathrm{M_{n-1}}) \text{ pour } n \geq 1 \end{cases}$$

z_n est l'affixe de $\mathrm{M_n}$ pour tout entier naturel n.

a. Déterminer les affixes des points $\mathrm{M_1}$, $\mathrm{M_2}$ *et* $\mathrm{M_3}$

b. Exprimer z_n en fonction de z_{n+1} pour $n \geq 1$

c. En déduire que : $z_n = \left(i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n z_o$

d. Soit $a_n = |z_n|$, montrer que a_n est le terme général d'une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

e. Effectuer la convergence de la suite (a_n) , $n \in \mathbb{N}$

Problème :

Les résultats de la partie A seront utiles dans la partie B.

Partie A

1) Montrer que : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - x - 1}{x} = 0$

2) Soit k : $\begin{array}{l}]0,+\infty[\longmapsto \mathbb{R} \\ x \longmapsto x(1 - \ln x) \end{array}$

a) k est-elle continue sur $]0,+\infty[$? Justifier la réponse.

b) Soit K : $\begin{array}{l}]0,+\infty[\longmapsto \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x^2\ln x \end{array}$

Vérifier que K est une primitive de k dans $]0,+\infty[$

Partie B

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité graphique 2 cm.

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} e^x - x - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x\ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1) Déterminer D_f, le domaine de définition de f, puis calculer les limites de f aux bornes de D_f.
2) a) Etudier la continuité de f en 0.
   b) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter géométriquement les résultats.
3) Donner les domaines de continuité et dérivabilité de f.
4) Calculer la dérivée de sur son domaine d'existence et étudier son signe.
5) Dresser le tableau de variation de f.
6) Montrer que la droite d'équation : $y = -x - 1$ est une asymptote de la courbe (C_f) et de f dans $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ quand x tend vers $-\infty$.
7) Préciser la nature de la branche infinie de (C_f) quand x tend vers $-\infty$.
8) Représenter graphiquement la courbe (C_f) dans le repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Préciser l'allure de la courbe au point d'abscisse 0 et tracer (Δ).

9) **Soit h la restriction de f à $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right[$.**

a) **Montrer que h réalise une bijection de $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right[$ sur un intervalle J à préciser.**

b) **Représenter graphiquement $(C_{h^{-1}})$, la courbe représentative de h^{-1} dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ à l'aide de (C_f).**

10) **Soit A_1 l'aire du domaine du plan délimité par $x = \frac{1}{e}$, $x = e$, la courbe (C_f) et la droite (D) d'équation $y = x$.**

a) **Calculer A_1**

b) **En déduire l'aire A_2 du domaine du plan délimité par les droites d'équation respectives :**

$x = -\frac{1}{e}$ **et** $y = \frac{1}{e}$ **, la droite (D) et la courbe $(C_{h^{-1}})$**

BACCALAUREAT SESSION 2011

Exercice 1 :

Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

I. Soit $z \in \mathbb{C}$ ou $\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes. Posons $z = x + iy$, x et y réels.

1) **Sous quelle forme est écrit z ? quelle est sa partie réelle ? Quelle est sa partie imaginaire ?**
2) **Quelle est le module de z ?**
3) **Soit α un argument de z pour $z \in \mathbb{C}^*$. Déterminer le cosinus et le sinus de α en fonction de z.**
4) **Soit M(z) un point du plan complexe et M'(z') l'image de M par la rotation de centre O et d'angle θ. Exprimer z' en fonction de z et θ.**

II. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) d'inconnue z qui suit :

$$(E) : \frac{1}{2}z^2 + 4z\sqrt{3} + 32 = 0$$

1) **Résoudre l'équation (E)**
2) **On considère les points A et B d'affixes respectives $a = -4\sqrt{3} - 4i$ et $b = -4\sqrt{3} + 4i$. Calculer OA, OB et AB. En déduire la nature du triangle OAB.**
3) **On désigne par C le point d'affixe $c = \sqrt{3} + i$ et par D son image par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Déterminer l'affixe du point D.**
4) **On appelle G le barycentre des points pondérés (O, 1) ; (D, -1) et (B, -1).**
   a) **Montrer que point G a pour affixe $g = -4\sqrt{3} + 6i$**
   b) **Placer les points A, B, C et G sur une figure (unité graphique : 1 cm).**
5) **Déterminer une mesure en radians de l'angle $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GC})$.**

En déduire la nature du triangle GAC.

Exercice 2 :

I. On considère Ω l'univers associé à une expérience aléatoire, A et B deux événements. Dans le cas d'équiprobabilité rappeler les probabilités des événements suivants :

A, A sachant B, $A \cap \overline{B}$ et $(A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B)$.

II. **Une société de distribution d'électricité ayant une production insuffisante en électricité pour assurer une alimentation continue dans tout le pays, procède à des délestages.**

Ainsi à partir d'un certain jour les délestages ont débuté dans une ville à un rythme décrit comme suit :

- **Le premier jour la ville est délestée.**
- **Si la ville est délestée un jour, la probabilité qu'elle soit délestée le jour suivant est $\frac{2}{9}$.**
- **Si elle n'est pas délestée un jour, la probabilité qu'elle soit délestée le jour suivant est $\frac{5}{6}$.**

On désigne par D_n l'événement : « La ville est délestée le $n^{ième}$ jour » et p_n la probabilité de l'événement D_n ; $p_n = p(D_n)$.

1) Montrer que les égalités suivantes :

$$p(D_1) = 1 \ ; \ p(D_{n+1} \setminus D_n) = \frac{2}{9} \ ; \ p(D_{n+1} \setminus \bar{D}_n) = \frac{5}{6}$$

2) Exprimer p_{n+1} en fonction de $p(D_{n+1} \cap D_n)$ et $p(D_{n+1} \cap \overline{D_n})$.

3) En déduire que, quel que soit $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$p_{n+1} = -\frac{11}{18} p_n + \frac{5}{6}$$

4) On pose $U_n = 6p_n - \frac{90}{29}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

   a) Montrer que la suite (U_n) est géométrique. Préciser sa raison et son 1er terme.

   b) Exprimer U_n puis p_n en fonction de n.

   c) Un football doit se jouer le 20eme jour. Quelle est la probabilité pour que les habitants de la ville le suivent sans délestage.

Problème :

I. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{3(x-1)^3}{3x^2+1}$

1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2) Déterminer la dérivée de f, étudier son signe et dresser le tableau de variation de f.

3) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une solution et une seule $\alpha \in \mathbb{R}$.

En déduire que $3 < \alpha < 4$

II. Soit la fonction g définie par : $g(x) = \frac{3(\ln|x|-1)^3}{3\ln^2|x|+1}$

1) a) Montrer que g est définie sur $\mathbb{R}^*$.

b) Démontrer que g est la composée de la fonction f et d'une fonction h à préciser.

c) Etudier la parité de g.

d) on note $D_E =]0,+\infty[$. Soit K la restriction de g à D_E.

Calculer les limites de K aux bornes de D_E. Etudier les branches infinies.

2) a) En utilisant les questions I) II 1) b).

Calculer K'(x) et étudier les variations de K sur D_E

Dresser le tableau de variation de K sur D_E.

b) Déterminer le point d'intersection de la courbe K avec l'axe des abscisses et préciser le signe de K.

3) a) Montrer que K réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J à préciser.

b) Construire les courbes (C_K) *et* $(C_{K^{-1}})$, $(C_{K^{-1}})$ est la courbe représentative de la bijection réciproque K^{-1} de K dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

Tracer la courbe de g dans le repère précédant.

BACCALAUREAT SESSION 2010

Exercice 1 :

Une étude sur le nombre d'année d'exercice X, des ouvriers d'une entreprise et leur salaire mensuel Y en milliers de francs, a donné les résultats indiqués dans le tableau ci-dessous avec des données manquantes désignées par a et b.

Y \ X	2	6	10	14	18	22
75	a	5	0	0	0	0
125	0	7	1	0	2	0
175	2	0	9	8	15	4
225	0	1	0	3	b	1

1) Déterminer a et b pour la moyenne de la série marginale de X soit égale à $\frac{596}{59}$ et celle de la série marginale de Y soit $\frac{8450}{59}$

2) Dans la suite, on suppose que $a = 40$ et $b = 20$. A chaque valeur x_i de X on associe la moyenne m_i de la série conditionnelle : $X/Y = x_i$. On obtient ainsi la série double (X, M) définie par le tableau ci-dessous. Les calculs se feront à deux chiffres après la virgule.

X	2	6	10	14	18	22
M	80	113	170	189	199	185

a) Calculer le coefficient de corrélation de X et M puis interpréter le résultat.

b) Déterminer l'équation de la droite de régression de M en X.

c) Quelle serait le salaire moyen d'un ouvrier de l'entreprise si son ancienneté était 30 ans, si cette tendance se poursuit.

Exercice 2 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ tel que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2$; l'unité est le centimètre.

1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 = 1$. Les solutions seront données sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.

b) En remarquant que $2^3 = 8$, déduire de 1) a) de l'équation $z^3 = 8$.

2) On donne les points A, B et C d'affixes respectives $-1 + \sqrt{3},\ 2$ et $-1 - i\sqrt{3}$.

a) Placer ces points dans le repère.

b) Calculer le module et un argument de $\dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$

c) En déduire la nature du triangle ABC.

3) On considère f, la transformation du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M'd'affixe z' tel que : $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}z$

a) Déterminer la nature de f puis donner ses éléments géométriques caractéristiques.

b) Déterminer les affixes des points A' et C'images respectives des points A et C par f.

c) En déduire l'image de la droite (AC) par f.

Exercice 3 :

Un tiroir contient, pêle-mêle, 5 chaussures noires, 3 paires de chaussures vertes et 2 paires de chaussures rouges. Toutes les paires de chaussures sont de modelés différents, mais indiscernables au toucher.

1) On tire simultanément 2 chaussures au hasard et l'on admet l'équiprobabilité des tirages.

a) Calculer la probabilité de l'événement A : « tirer 2 chaussures de la même couleur ».

b) Calculer la probabilité de l'événement B : « tirer un pied gauche et un pied droit ».

c) Montrer que la probabilité de l'événement C : « tirer les deux chaussures d'un même modelé » est $\frac{1}{19}$

2) On ne conserve plus dans le tiroir qu'une paire de chaussures noires et une paire de chaussures rouges. On tire successivement et sans remise une chaussure du tiroir jusqu'à ce que le tiroir soit vide.

a) Justifier que X prend les valeurs 2, 3 4.

b) Montrer que la loi de probabilité de X est :

$$p(X = 2) = \frac{1}{6}\ ;\ p(X = 3) = \frac{1}{3}\ \text{ et }\ p(X = 4) = \frac{1}{2}$$

c) Calculer son espérance mathématique et son écart-type.

Problème :

Les parties A et B ne sont pas indépendantes.

Parties A

1) Etudier sur R le signe de $4e^{2x} - 5e^{x} + 1$

2) Soit φ la fonction définie par : $\varphi(x) = \ln x - 2\sqrt{x} + 2$

a) Déterminer son domaine de définition D_φ et calculer ses limites aux bornes de D_φ

b) Etudier ses variations et dresser son tableau de variations.

c) En déduire son signe.

Partie B

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x + \dfrac{e^x}{2e^x - 1} & si\ x \leq 0 \\ 1 - x + \sqrt{x}\ln x & si\ x > 0 \end{cases}$$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité 2 cm.

1) a) Déterminer D_f le domaine de définition de f.

b) Calculer les limites de f aux bornes de D_f et étudier les branches infinies de (C_f)

c) Etudier la position de (C_f) par rapport à l'asymptote non parallèle aux axes dans$]-\infty, 0]$.

2) a) Etudier la continuité de f en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement les résultats.

3) Déterminer la dérivée de f et dresser le tableau de variation de f.

4) Construire dans le repère les asymptotes, la courbe (C_f) et les demi-tangentes. On remarquera que : $f(1) = 0$ et $f'(1) = 0$

5) Calculer en cm² l'aire du domaine délimité par (C_f), la droite d'équation $y = x$ et les droites d'équations $x = -\ln 8$ et $x = -\ln 4$.

TRAVAIL – LIBERTÉ – PATRIE

SUJETS DES BACCALAUREATS DU TOGO

BACCALAUREAT SESSION 2019

Exercice 1 :

Soit les deux intégrales définies par : $I = \int_0^{\pi} e^x \cos^2 x\, dx$ et $J = \int_0^{\pi} e^x \sin^2 x\, dx$

1. **Calculer I + J.**
2. **a) Montrer que J – I = $\int_{\pi}^{0} e^x \cos ax\, dx$ où a est un réel à déterminer.**

   b) A l'aide d'une double intégration par partie, démontrer que J – I = $\frac{1}{5}(1 - e^{\pi})$.

3. Déterminer les valeurs exactes de I et de J.

Exercice 2 :

I. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{u}, \vec{v}$) on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = -i$; $z_B = 1 + i$; $z_C = -1 + 2i$; $z_D = -2$.

1. **Placer sur une figure les points A, B, C et D.**
2. **a) Interpréter géométriquement le module et l'argument du nombre complexe $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_D} = z$.**

b) calculer le nombre complexe z.

3. **Déterminer le module et l'argument de z puis en déduire la nature du quadrilatère ABCD.**

II. Soit λ un nombre complexe de module 1 différent de 1.

On définit, pour tout entier naturel n la suite (z_n) de nombres complexes par :

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = \lambda z_n - i \end{cases}$$

On note M_n le point d'affixe z_n.

1. **a) Calculer z_1 ; z_2 et z_3.**

   b) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $z_n = -(\lambda^{n-1} + \lambda^{n-2} + \cdots \ldots\ldots\ldots + \lambda + 1)i$.

   c) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $z_n = \frac{1-\lambda^n}{\lambda - 1}i$.

2. On suppose qu'il existe un entier naturel k tel que $\lambda^k = 1$.

Démontrer que pour tout entier naturel, $z_{n+k} = z_k$.

3. Etude du cas $\lambda = i$.

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $\forall k \in \mathbb{N}$, $z_k = z_{4n+k}$.

b) Montrer que M_{n+1} est l'image de M_n par une rotation φ dont on précisera le

centre et l'angle.

c) Déterminer les images de A, B, C et D par **φ** et placer dans le repère précédent ces images.

d) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, z_{4n+1} = i$.

Exercice 3 : Problème

PARTIE A :

1. **Résoudre l'équation différentielle (E) : 2y' – y = 0 dont l'inconnue est une fonction définie et dérivable sur ℝ.**
2. **On considère l'équation différentielle (E') : 2y' – y = (1 – x)$e^{\frac{x}{2}}$.**
   a) **Déterminer deux réels m et p tels que la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = (mx^2 + px)e^{\frac{x}{2}}$ soit solution de (E').**
   b) **Soit g une fonction définie et dérivable sur ℝ.**
   b.1 Montrer que g est solution de (E') si, et seulement si g – f est solution de (E).
   b.2 Résoudre l'équation (E').
3. **Déterminer la solution g_0 de (E') dont la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) passe par le point A (1 ; 0).**

PARTIE B :

Soit h la fonction définie sur ℝ par : $h(x) = -\frac{1}{4}(x-1)e^{\frac{x}{2}}$.

On désigne par (C) se représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$). Unité graphique 1cm.

1. **Déterminer les limites de la fonction h en -∞ et en +∞.**
2. **Etudier la dérivabilité de h sur ℝ, et déterminer la fonction dérivée h' de h.**
3. **Etudier le sens de variation de la fonction h puis dresser son tableau de variation.**
4. **Soit φ la fonction définie sur ℝ par $\varphi(x) = -e^{\frac{x}{2}}$ et par (Γ) sa courbe représentative**
   a) **Etudier les positions relatives de (C) et (Γ).**
   b) **Construire les courbes (C) et (Γ) dans le meme repère.**
5. **a) Déterminer trois réels a, b et c tels que la fonction $H : x \rightarrow (ax^2 + bx + c)e^{\frac{x}{2}}$ soit une primitive de h sur ℝ.**
   b) Calculer en cm^2 l'aire A du domaine du plan limité par la courbe (C), (Γ) et les droites d'équations x = -1 et x = 3.

PARTIE C :

On pose la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par : $\boldsymbol{U_n = \int_{n+1}^{n+2} -h(t)dt}$

1. **Interpréter géométriquement U_0**
2. **a) Démontrer que pour tout entier naturel n,** $\boldsymbol{ih(n+1) \leq U_n \leq -n(n+2)}$.

   b) En déduire le sens de variation de la suite (U_n).

3. La suite (U_n) est-elle convergente ?

Exercice 1 :

3. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $Z^2+2Z+2+0$.

On désigne par z_1 la solution de (E) dont la partie imaginaire est négative et par z_2 l'autre solution.

b) dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{u},\vec{v}$) d'unité graphique 2cm, on considère les points A, B et C d'affixes respectives z_1, z_2 *et* $z_3 = \sqrt{3} - 1$. Placer les points A, B et C.

c)Déterminer le module et l'argument du nombre complexe $z = \frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$

d) En déduire la nature du triangle ABC.

2. Trouver les fonctions numériques f, deux fois dérivables telle que : $f''(x) + 2f'(x) + 2f(x) = 0$, où f' *et* f'' désignent les dérivées première et seconde de f.

3. On considère l'équation différentielle : (1): $ay'' + by' + cy = 0$ où a, b et c sont des entiers naturels appartenant à l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

On dispose de trois urnes contenant chacune 6 boules identiques numérotées de 1 à 6. On tire au hasard une boule de chaque urne et on note le numéro de la boule tirée. La première urne donne la valeur a, la deuxième celle de b et la troisième urne la valeur de c.

a) on suppose que b = c = 2a. Soient les fonctions $F\colon x \to (A\cos x + B\sin x)e^{-x}$ où A et B sont des nombres réels. Justifier que les fonctions F sont les solutions de l'Equation (1).

b) Déterminer l'ensemble des triplets (a ; b ; c) pour que F soient solutions de (1).

c) Montrer que la probabilité pour qu'on ait le triplet (1, 2, 2) est égale à $\frac{1}{216}$.

d) Déterminer la probabilité pour que F soient solutions de (1).

Exercice 2 :

Soit $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $I_n = \int_0^1 (1-u)^n \sqrt{u}\, du$.

1. a) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $I_n \geq 0$.

b) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $I_{n+1} - I_n = \int_1^0 (1-u)^n u^{3/2}\, du$ et en déduire le sens de variation de la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

2. Montrer que la suite (I_n) est convergente.

3. a) Vérifier que la dérivée de la fonction $u \to u^{3/2}$ sur $[0\,;1]$ est la fonction $u \to \frac{3}{2}\sqrt{u}$.

b) Calculer I_0 et I_1.

c) En utilisant la question 1.b, démontrer à l'aide d'une intégration par partie, que $I_n = \frac{2n+5}{2n+2} I_{n+1}$.

4. a) En déduire l'expression de I_n en fonction de I_0 et de n.

b) Calculer I_4.

Exercice 3 : Problème

PARTIE A :

On considère une fonction g définie et dérivable sur ℝ par $g(x) = (x-1)e^{x-1} - 1$

1. a) Justifier que la limite de g en -∞ est -1.

   b) Déterminer la limite de g en +∞.

2. a) Démontrer que, pour tout x ∈ ℝ, on a $g'(x) = xe^{x-1}$.

   b) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

3. a) Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique α appartenant à $\left]\frac{3}{2}\,;2\right[$

   b) Vérifier que α ∈]1,56 ; 1,57[.

PARTIE B

On considère la fonction f définie et dérivable sur ℝ par $f(x) = (x-2)e^{x-1} - x + 1$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, unité graphique : 2cm.

1. Déterminer les limites de f en +∞ et en -∞.

2. a) Démontrer que f est une primitive de g sur ℝ.

   b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

3. a) Démontrer que la droite d'équation (D) d'équation y = - x + 1 est asymptote à la courbe de f en -∞.

   b) Etudier les positions relatives de (C) et (D).

4. Démontrer que (C) admet en +∞ une branche parabolique dont on précisera la direction.

5. Déterminer une équation à la tangente (T) à (C) au point d'abscisses -1.

6. Démontrer que f(α) = 2 – α - $\frac{1}{\alpha-1}$

7. Montrer que $f(\alpha)$ est négative.

8. En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions strictement positives.

9. Tracer (D), (T) et (C).

10. Soit λ un élément de $]-\infty\ ;\ 2[$ et $A(\lambda)$ l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ et les droites d'équations $x = \lambda$ et $x = 2$.

    a) A l'aide d'une intégration par partie, calculer $A(\lambda)$.

    b) Déterminer la limite de $A(\lambda)$ lorsque λ tend vers $-\infty$.

PARTIE C :

Soit h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty\ ;\ \alpha[$.

1. Démontrer que h est une bijection réciproque sur un intervalle J à préciser.
2. Soit h^{-1} la bijection réciproque de h.
    a) Préciser l'ensemble de dérivabilité de h^{-1}, puis dresser son tableau de variation.
    b) Construire la courbe (C') de h^{-1} dans le même repère que (C).

BACCALAUREAT SESSION 2017

Exercice 1 :

1. **On considère un plan P rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).**

   A tout couple (x ; y) de réels, on associe le point M de P de coordonnées x et y, en convenant que 2cm représente 5 sur chaque axe.

   Représenter dans P l'ensemble G des points M(x ; y) satisfaisant aux inéquations

   $$(\Sigma) : \left\{\begin{matrix} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \geq 90 \\ x + 3y \geq 60 \\ 4x + 3y \geq 120 \end{matrix}\right.$$

   On hachurera la partie du plan formée des points pour lesquels les contraintes ne sont pas vérifiées.

2. **Le gérant d'un hôtel souhaite renouveler le linge de toilette de son établissement. Il a besoin de 90 draps de bain, 240 serviettes et 240 gants de toilette.**

   Une première entreprise de vente lui propose un lot A comprenant 2 draps de bain, 4 serviettes et 8 gants de toilettes pour 200F.

   Une deuxième entreprise vend pour 400F un lot B de 3 draps de bain, 12 serviettes et 6 gants de toilettes.

a) **Pour répondre à ses besoins, le gérant achète x lots de A et y lots de B.**

   Exprimer en fonction de x et y la dépense en francs occasionnée par l'achat de x lots de A et y lots de B.

b) **Justifier que (Σ) est le système de contraintes lié au renouvellement de linge.**

c) **Est-il possible de procéder aux achats nécessaires avec 5.000F ? On justifiera la réponse.**

d) **Déterminer graphiquement, en précisant la démarche choisie, le nombre de lots A et B à acheter pour avoir une dépense minimale ? Quelle est cette dépense minimale ?**

Exercice 2 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct (O, $\vec{u}, \vec{v}$). On considère les points A, B et C d'affixes respectives a = 2, b = 3 + i$\sqrt{3}$, et c = 2i$\sqrt{3}$.

1. **a) Calculer $\frac{a-b}{c-b}$ et en déduire que le triangle ABC est rectangle .**

   b)Déterminer l'affixe du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC.

2. On note $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite de nombres complexes, de premier terme $z_0 = 0$ et A_n, le point d'affixe z_n telle que : $z_{n+1} = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} z_n + 2$.

a) Déterminer les affixes des points A_3 et A_4, sachant que $A_1 = A$ et $A_2 = B$.

b) Comparer les longueurs des segments $[A_1A_2]$, $[A_2,A_3]$ et $[A_3,A_4]$.

c) Etablir que pour tout entier naturel n, on a :

$z_{n+1} - \omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}(z_n - \omega)$ où $\omega = 1 + i\sqrt{3}$.

d) En déduire que le point A_{n+1} est l'image du point A_n par une translation dont on précisera les éléments caractéristiques.

e) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $A_{n+6} + A_n$.

3. a) Démontrer que, pour tout entier naturel n, $z_{n+1} - z_n = 2(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})^n$

b) Déterminer, pour tout entier naturel n, la longueur du segment $[A_nA_{n+1}]$.

Exercice 3 : problème

PARTIE A :

On considère la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = x^2 + \ln x$.

1. Etudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.
2. a) Montrer qu'il existe un nombre réel unique α tel que g(α) = 0. Vérifier que $0{,}65 < \alpha < 0{,}66$.

   b) En déduire selon les valeurs de x, le signe de g(x).

3. A l'aide d'une intégration partie, calculer $\int_{e^{-1}}^{1} g(x)dx$.

PARTIE B :

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty\,[$ par : $f(x) = 1 - x + \frac{1+\ln x}{x}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, ayant comme unité graphique 2cm.

1. a) Calculer la limite de f en 0, puis donner une interprétation graphique.

   b) Calculer la limite de f en $+\infty$.

   c)Montrer que la droite (D) d'équation y = - x + 1 est asymptote à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (D).

2. Etudier le sens de variation de f puis dresser le tableau de variation ; (on pourra utiliser la fonction g définie dans la partie A).

3. a) Monter que $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{1}{\alpha}$.

b) Montrer que la fonction h définie par $h(x) = 1 - 2x + \frac{1}{x}$ est décroissante sur $]0\,;+\infty[$.

c) En déduire que $f(\alpha) < h(0{,}65)$.

d) Montrer que $f(\alpha) > f(0{,}65)$.

e) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2} près.

4. Calculer les coordonnées du point A de (C) où la tangente est parallèle à (D). Donner une équation de cette tangente (T).

5. Tracer (D), (T) et (C).

6. Soit k la restriction de f sur $I = [\alpha\,;+\infty[$.

a) Montrer que k définie une bijection de I sur un intervalle J à préciser.

b) Préciser l'ensemble de dérivabilité de la bijection k^{-1}, justifier.

c) Donner le sens de variation de k^{-1} puis dresser son tableau de variation.

d) Calculer le nombre dérivé $(k^{-1})'(1)$.

e) Tracer la courbe (C_k) dans le même repère.

BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1 :

L'objectif est de calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2+2}dx \quad ; J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}}dx \ ; \quad K = \int_0^1 \left(\sqrt{x^2+2}\right)dx$$

1. **Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;1]$ par : $f(x) = ln(x + \sqrt{x^2+2})dx$, où ln désigne la fonction logarithme népérien.**
    a) Montrer que f est une primitive de la fonction $x \to \frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ sur $[0\,;1]$.
    b) En déduire la valeur exacte de l'intégrale I.
2. **a) Sans calculer explicitement J et K, montrer que K = J + 2I.**
    b) A l'aide d'une intégration par partie portant sur K, montrer que : K = $\sqrt{3} - J$.
3. **Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de K et J.**

Exercice 2 :

Pour analyser le fonctionnement d'une machine, on note mois par mois, ses pannes et on remarque que :

- **Sur un mois, la machine tombe au plus une fois en panne.**
- **Si pendant le mois m la machine n'a pas de panne, la probabilité qu'elle en ait une le mois suivant m + 1 est 0,24.**
- **Si la machine tombe en panne le mois m (ce qui entraine sa révision), la probabilité qu'elle tombe en panne le mois suivant m + 1 est 0,04.**
- **La probabilité que la machine tombe en panne le premier mois après sa mise en service est 0,1.**

On désigne par E_n l'évènement « la machine tombe en panne le nième mois suivant sa mise en service ».

Si A est un évènement, $\overline{A}$ représentera son contraire.

On note P_n la probabilité de E_n (on a ainsi P_1 = 0,1).

1. **a) Donner les valeurs numériques des probabilités de « E_{n+1} sachant E_n » et de « E_{n+1} sachant $\overline{E_n}$ ».**
    b) Exprimer les probabilités de « E_{n+1} et E_n » et de « E_{n+1} et $\overline{E_n}$ » en fonction de P_n.
    c) Utiliser les questions précédentes pour montrer que pour tout entier naturel

$n \geq 1$, on a : $P_{n+1} = 0,24 - 0,2P_n$.

2. a) Résoudre l'équation : P = 0,24 – 0,2P.

   b) Pour tout entier naturel non nul n, on pose : $U_n = P_n - P$.

   Calculer U_{n+1} en fonction de U_n.

   En déduire les expressions de U_n et de P_n en fonction de n.

   c) Montrer que la suite (P_n) est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 3 : Problème

Soit, pour tout entier naturel k non nul, la fonction f_k définie sur I =]0 ; +∞ [par $f_k(x) = x - k - \frac{klnx}{x}$. La représentation graphique de f_k dans un repère $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ orthonormal est notée (C_k).

PARTIE A :

1. Soit pour tout entier naturel k, la fonction g_k définie par : $g_k(x) = x^2 - k + klnx$.

a) Etudier le sens de variation de g_k, préciser ses limites en 0 et en +∞.

b) Montrer que l'équation $g_k(x) = 0$ admet une solution unique notée α_k et que cette solution appartient à l'intervalle [1 ; 3].

2. Etablir que pour x élément de l'intervalle I, $f'_k(x) = \frac{g_k(x)}{x^2}$

   Etudier le signe de $g_k(x)$ et en déduire le sens de variation de f_k.

3. a) Etudier les limites de f_k en 0 et en +∞.

   b)Montrer que la droite (D_k) d'équation y = x – k est asymptote à la courbe (C_k).

   c)Etudier la position de (C_k) par rapport à (D_k).

PARTIE B :

Etude des cas particuliers k = 1 et k = 2.

1. α_k étant le nombre défini en A.1 montrer que : $\alpha_1 = 1$ et $1,2 < \alpha_2 < 1,3$.

2. a) Montrer que : $f_2(\alpha_2) = 2\alpha_2 - 2 - \frac{2}{\alpha_2}$.

   b)Utiliser l'encadrement de α_2 pour donner un encadrement de $f_2(\alpha_2)$.

3. Donner les tableaux de variations de f_1 *et* f_2.

4. Représenter dans le repère les droites (D_1) et (D_2) puis les courbes (C_1) et (C_2).

5. Calculer en cm² la valeur exacte de l'aire S_1 de la partie du plan comprise entre (C_1) et les droites d'équations respectives x = 1 ; x = 2 et y = x – 1.

PARTIEC :

1. Pour tout entier k non nul et pour tout réel x de I, calculer $f_{k+1}(x) - f_k(x)$. Calculer la limite de cette différence lorsque x tend vers $+\infty$.

2. Soit h la fonction définie sur I par : $h(x) = 1 + \frac{lnx}{x}$

   a) Etudier le sens de variation de h ; préciser ses limites en 0 et en $+\infty$.

   b) Déduire que l'équation h(x)=0 admet une solution unique β et que $\beta \in]0 ; 1[$.

   c) Montrer que, pour tout entier naturel k non nul, $f_k(\beta) = \beta$.

3. a) A l'aide des résultats obtenus dans les questions 1 et 2 de cette partie C, établir que toutes les courbes (C_k) se coupent en un point A que l'on placera sur la figure

   b) Pour $k \in \mathbb{N}^*$, préciser les positions relatives de (C_{k+1}) et (C_k).

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1 :

Le tableau suivant donne l'évolution de l'indice annuel des dépenses, exprimé en milliards de francs CFA, d'une compagnie multinationale pendant ces 10 dernières années.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Numéro de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix de la tonne en S (y_i)	36	45	40	58	70	64	80	95	100	108

1. a) Représenter le nuage des points associé à la série statistique (x_i ; y_i) dans un repère muni orthonormé d'unité 1cm pour une année en abscisse et 1cm pour 10 milliards en ordonnés.

   b) Calculer les coordonnées du point moyen G puis le construire sur la figure précédente.

2. a) Calculer à 10 l près, le coefficient de corrélation linéaire de la série (x_i ; y_i). Un ajustement linéaire peut – il être envisagé ? Justifier la réponse.

   b) Déterminer par la méthode des moindres carrées l'équation de la droite (D) de régression linéaire de y en x (On donnera les coefficients à 10^{-3} près). Représenter la droite (D) dans repère précédent.

3. On suppose que l'évolution de l'indice se poursuit de la même façon dans les années à venir.

   a) Donner une estimation en milliards de francs CFA de l'indice annuel des dépenses de la compagnie en 2030.

   b) En quelle année, l'indice annuel des dépenses de cette compagnie dépassera – t – il 300 milliards de francs CFA ?

Exercice 2 :

1. On considère dans l'ensemble C des nombres complexes, l'équation :

$$(E) : z \in \mathbb{C} ;\ z^4 + (-5+3i)z^3 + (8-9i)z^2 + (-14+6i)z + 10 = 0.$$

a) Vérifier que 1 et i sont des solutions évidentes de (E).

b) Résoudre l'équation (E).

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives 1, i, 1- 3i, 3 – i.

   a) Placer ces points dans le repère.

   b) Soit S la similitude directe qui transforme A en C et B en D.

      b.1 Déterminer l'écriture complexe de S.

      b.2 Donner les éléments caractéristiques de S.

3. On considère la suite de points M_n d'affixe Z_n ($n \in \mathbb{N}$). Avec $Z_0 = i$, et

$$Z_{n+1} = -2iZ_n + 1 - i.$$

a) Calculer $\frac{Z_{n+1}-w}{Z_n-w}$ où w désigne l'affixe du centre Ω de la similitude S. En déduire la nature du triangle $\Omega M_n M_{n+1}$.

b) Démontrer que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation : $U_n = |Z_{n+1} - Z_n|$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

c) Exprimer en fonction de n la longueur

$$d_n = M_0M_1 + M_1M_2 \dots\dots\dots. + M_nM_{n+1} (n \geq 2).$$

Exercice 3 : Problème

I. On considère la fonction I# da la variable réelle x définie par :

$$g_k(x) = -2x + 1 + 2ln(kx),\text{ k étant un paramètre réel non nul.}$$

1. Déterminer, suivant les valeurs prises par k, l'ensemble de définition E_k de g_k.
2. Calculer les limites de g_k aux bornes de E_k pour $k > 0$ et pour $k < 0$.
3. Calculer la dérivée g'_k de g_k.
4. Etablir le tableau de variation de g_k pour chaque cas.
5. a) Montrer que pour $k > 2$ et pour $x \in]0 ; +\infty[$, $g_k(x) > 0$.

   b) Montrer que pour $k < 0$, l'équation $g_k(x) = 0$ admet une solution négative unique α_0 élément de l'intervalle $]-\infty ; \frac{1}{k}[$

   c) Montrer que pour $0 < k < 2$, l'équation $g_k(x) = 0$admet exactement deux solutions positives α_1 et α_2.

   d) En déduire le signe de $g_2(x)$.

II. Soit la fonction numérique f_k de la variable x, définie par :

$f_k(x) = \frac{1}{k} - \frac{ln(kx)}{2x-1}$, k étant un paramètre réel supérieur ou égal à 2 ; on désigne par (C_k) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$). Unité graphique 1cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_k de la fonction f_k.
2. a) Montrer que la fonction f_2 admet un prolongement par continuité en $\frac{1}{2}$. On rappelle que $\lim_{x \to 0} \frac{ln(h+1)}{h} = 1$

   b) Calculer aux bornes de D_k les limites de f_k.
3. a) Calculer la fonction dérivée f'_k de f_k et établir relation entre $f'_k(x)$ et $g_k(x)$ pour tout x de D_k.

   b) Etudier le sens de variation de f_k et dresser son tableau de variation pour k = 2 et pour k ≠ 2.
4. Représenter (C_2) et (C_4) dans un même repère ; (préciser les asymptotes à chacune de ces courbes)

III.

1. a) A l'aide de f_2, montrer que : $\forall x \in]\frac{1}{2}; +\infty[$, $0 < \ln 2x < 2x - 1$.

   b) n déduire que : $\int_1^2 ln2x\, dx < 2$.
2. A l'aide du graphique de la partie II, montrer que : $\frac{ln6}{5} < \frac{1}{2} - \int_2^3 f_2(x)dx < \frac{2ln2}{3}$

BACCALAUREAT SESSION 2014

Exercice 1 :

Soit l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}, z^n = \frac{-9\sqrt{3}+27i}{2}$, $n \in \mathbb{N}^*$

1. **Déterminer les solutions z_k de (E).**
2. **On pose n = 5.**

   Représenter dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ les points images de solutions z_k de (E).
3. **On pose $\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$.**

   a) **Soit $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, exprimer α en fonction de $\bar{j}$.**

   b) **Montrer que α est une solution de $z^5 = \frac{-9\sqrt{3}+27i}{2}$**
4. **Soit la transformation T de P dans P, qui au point M de P d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tels que :**

$$z' = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i\right)z + \frac{5+\sqrt{3}}{2} + i\frac{1-\sqrt{3}}{2}.$$

a) **Ecrire la forme algébrique de nombre complexe $w = (1-i)(2+\sqrt{3}+3i)$.**

b) **Donner la nature de T et préciser ses éléments caractéristiques.**

Exercice 2 :

Un secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel : les ingénieurs, les opérateurs de production et les agents de maintenances. Il y a 8% d'ingénieurs, 80% d'opérateur de productions. Les femmes représentent 50% des ingénieurs, 25% des agents de maintenances et 60% des opérateurs de productions. On interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise. On note :

- **M l'évènement « Le personnel interrogé est un agent de maintenance ».**
- **N l'évènement « Le personnel interrogé est un agent de production ».**
- **P l'évènement « Le personnel interrogé est un ingénieur ».**
- **Q l'évènement « Le personnel interrogé est une femme ».**

1. **Construire un arbre pondéré correspondant aux données.**
2. **Calculer la probabilité d'interroger :**

a) **Un agent de maintenance**

b) **Une femme agent de maintenance**

c) Une femme

3. Le service de maintenance effectue l'entretien des machines, mais il est appelé aussi à intervenir en cas de panne. Pour cela une alarme est prevue ; des études ont montré que sur une journée :

- La probabilité qu'il n'y ait pas de panne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,002.
- La probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme ne se déclenche pas est de 0,003.
- La probabilité qu'une panne se produise est égale à 0,04

On note :

- L'évènement : « L'alarme se déclenche »
- L'évènement : « une panne se produit »

  a) Démontrer que la probabilité qu'une panne se produise et l'alarme se déclenche est égale à 0,037.

  b) Calculer la probabilité que l'alarme se déclenche.

  c) Calculer la probabilité qu'il y ait une panne sachant que l'alarme se déclenche.

Exercice : Problème

A. On considère la fonction f définie sur ℝ par : $\begin{cases} f(x) = -x + e^{\frac{x}{2}} - 3, si\ x < 0 \\ f(x) = 2x^2 e^{\frac{x}{2}} - 2, si\ x \geq 0 \end{cases}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) d'unité graphique 1cm.

1. a) Etudier la continuité de f en 0.

   b) Montrer que pour tout réel non nul u on a : $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{\frac{x}{u}}-1}{x} = \frac{1}{u}$

   c) Calculer $\lim\limits_{x\to 0_{<}} \frac{f(x)+2}{x}$ et $\lim\limits_{x\to 0_{>}} \frac{f(x)+2}{x}$. Interpréter analytiquement et géométriquement les résultats obtenus.

2. Etudier le sens de variation de et dresser son tableau de variation.

3. a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet exactement deux solutions α et β telles que $\alpha < 0$ $\beta < 1$.

   b) Vérifier que -2,75 $< \alpha <$ -2,74

B. On pose $g(x) = e^{-\frac{x}{4}}$ et $I = [0; 1]$

1. Montrer que β est l'unique solution de l'équation : x $>$ 0, g(x) = x.

2. Montrer que pour tout x appartenant à I, g(x) ∈ I.

3. Soit g' la fonction dérivée de g. Montrer que pour tout x de I on a : $|g'(x)| \leq \frac{1}{4}$.

4. On définit la suite (U_n) par $U_0 = 1$ et pour entier naturel n, $U_{n+1} = g(U_n)$.

a) Démontrer par récurrence que (U_n) est une suite d'élément de I.

b) En appliquant les inégalités des accroissements finis, démontrer que pour tout entier naturel n on a : $|U_{n+1} - \beta| \leq \frac{1}{4}|U_n - \beta|$ *puis que* $|U_n - \beta| \leq (\frac{1}{2})^{2n}$

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente et préciser sa limite.

d) Déterminer le plus petit entier naturel n_0 pour lequel U_{n0} est une approximation de β à 10^{-3} près.

e) Calculer la valeur correspondante de U_{n0}.

C.

1. a) Montre que la droite (Δ) d'équation y = -x – 3 est asymptote à (C) en -∞.

b) Etudier l'autre branche infinie.

2. Construire avec soin (Δ), (C) dans le même repère ; (on prendra $\alpha \approx +2,7$ et $\beta \approx 0,8$).

3. a) Par des intégrations par partie, calculer $I_\beta = \int_0^\beta f(x)dx$.

b) Exprimer l'aire A(α ; β) du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = α et x = β en fonction de α et β seulement.

BACCALAUREAT SESSION 2013

Exercice 1 :

Soit a un nombre complexe.

1. **Résoudre dans ℂ l'équation :** $(1+i)z^2 - 2i(a+1)z - (i-1)(a^2+1) = 0$
2. **Soient z_2 *et* z_2 les solutions de cette équation.**

   Trouver entre z_1 *et* z_2 une relation indépendante de a.
3. **Caractériser la transformation f du plan complexe qui à tout point M_1 d'affixe z_1 associe le point M_2 d'affixe z_2.**
4. **On pose $z_1 = x + iy$ *et* $z_2 = x' + iy'$**
   a) **Exprimer x' et y' en fonction de x et y.**
   b) **Quelles est l'image par f de la doite (D) d'équation : x + 2y -1 = 0.**

Exercice 2 :

On considère les équations différentielles suivantes :

$(E): y''(x) - 2my'(x) + 3y(x) = 2(1-2x)e^x$

$(E'): y''(x) - 2my'(x) + 3y(x) = 0$**. Dans laquelle m est un paramètre réel.**

1. **Résoudre, suivant les valeurs de m, l'équation (E').**
2. **Déterminer la valeur de m pour laquelle, la fonction h définie sur ℝ par :** $h(x) = x^2e^x$ **est une solution de (E).**
3. **Dans cette partie, on donne m = 2.**
   a) **Soit φ une fonction au moins deux fois dérivable sur ℝ.**

   a.1) Démontrer que si φ est une solution de (E) alors (φ – h) est une solution de (E').

   a.2) Démontrer que si (φ – h) est une solution de (E') alors φ est une solution de (E).

   b) Déduis de 1. La résolution de (E') ; puis résoudre (E).

   c) Déterminer la solution f de (E) dont la courbe représentative, dans le plan rapporté au repère orthonormé passe par le point Ω (0 ;-1) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 1.
4. Soit g la fonction définie sur ℝ par : $g(x) = (x^2-2)e^x + e^{3x}$ et U une primitive sur ℝ de la fonction : $x \to 2(1-2x)e^{2x}$.

   a) Sachant que g est une solution de (E), démontrer que la fonction G définie sur

$\mathbb{R}$ par : $G(x) = \frac{1}{3}[U(x) - g'(x) + 4g(x)]$ est une primitive de g sur $\mathbb{R}$.

b) Déterminer une expression de U(x) de la forme : $U(x) = (ax + b)e^x$ où a et b sont des constantes réelles.

c) En déduire G(x).

Exercice 3 : Problème

On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O. I. J). L'unité graphique est 2cm.

A.

Soit g la fonction définie sur l'intervalle J = $[0 ; \infty[$ par : $g(x) = x + 2 - e^x$.

1. **Etudier le sens de variation de g sur J et déterminer la limite de g en +∞.**
2. **a) Démontrer que l'équation : g(x) = 0 admet une et unique solution dans J.**

   On note α cette solution.

   b) Prouver que 1,14 < α < 1,15.
3. **En déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x.**

B.

1. **a) Démontrer que, pour tout x appartenant à J, $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$.**

   b) En déduire le sens de variation de la fonction f sur J.
2. **a) Démontrer que, pour tout réel positif x, $f(x) = \frac{1-e^x}{x+e^x}$**

   b) En déduire la limite de f en +∞ puis interpréter graphiquement le résultat trouvé.
3. **a) Etablir que : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$.**

   b) En utilisant l'encadrement de α établi dans la question A. 2, donner un encadrement de f(α) d'amplitude 10^{-2}.
4. **Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.**
5. **a) Etablir que pour tout x appartenant à J, $f(x) - x = \frac{(x+1)\varphi(x)}{xe^x+1}$ avec**

   φ(x) = $e^x - xe^x - 1$

   b) Etudier le sens de variation de φ sur J.

   En déduire le signe de φ(x) sur J.

c) **Déduire des questions précédentes la position de la courbe (C) par rapport à la droite (T).**

d) **Tracer (C) et (D).**

C.

1. **Déterminer une primitive F de f sur J, on pourra utiliser l'expression de f(x) établi en B. 5.a. On note D le domaine du plan limité par la courbe (C), la tangente (T), les droites d'équations x = 0 et x = 1.**
2. **Calculer en cm^2, l'aire A du domaine D.**
3. **Pour tout entier naturel k, on pose $V_k = \int_k^{x+1} f(x)dx$.**

   a) **Calculer V_0, V_1 et V_2.**

   b) **Démontrer que pour tout entier naturel k ≥ 2, $f(k+1) \leq V_k \leq f(k)$.**

   c) **Déduire la imite de V_k quand k tend vers +∞.**

BACCALAUREAT SESSION 2012

Exercice 1 :

Le tableau suivant donne l'évolution du prix en dollar (S) de la tonne d'une terre rare entrant dans la fabrication d'un composant électronique ces dix dernières années.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Numéro de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix de la tonne en S (y_i)	38	45	40	55	70	60	75	80	95	106

1. a) Représenter le nuage de points associés à la série statistiques (x_i ; y_i) dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité : 1cm pour une année en abscisse et 1cm pour dix dollars en ordonnée.

   b) Calculer les coordonnées du point G.

2. a) Calculer à 10^{-2} près par excès, le coefficient de corrélation linéaire de la série (x_i ; y_i). En déduire un ajustement affine justifié.

   b) Déterminer par la méthode des moindres carrés l'équation de la droite de régression linéaire (D) de y en x. 5on donnera les coefficients à 10^{-2} près par excès.).

   c) Tracer la droite (D) dans le même repère que celui du nuage des points.

3. En supposant que l'évolution se poursuive de la même façon dans les années à venir :

a) Donner une estimation du prix de la tonne de cette terre rare en 2016.

b) En quelle année le prix de la tonne de cette terre rare dépassera 1806 ?

Exercice 2 :

On considère l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}, z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0$.

1. a) Vérifier que i est solution de (E).

   b) Déterminer les nombres réels a, b et c tels que :

$\forall\, z \in \mathbb{C},\ \ z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z-i)(az^2 + bz + c)$.

c) En déduire les solutions de (E).

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{u}, \vec{v}$), on désigne par A, B. et C les points d'affixes $z_A = i$; $z_B = 2 + 3i$; $z_c = 2 - 3i$.

a) Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$. Déterminer l'affixe $z_A{}'$ du point A' image de A par r.

b) Calculer $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A}$. En déduire l'existence d'une homothétie h de centre B qui transforme A' en C et préciser son rapport.

3. On considère la transformation plane s définie par s = h o r.

a) Quelle est l'image de A par s ?

b) Préciser la nature et les éléments géométriques de s.

Exercice 3 : Problème

Soit k un entier naturel non nul. On considère la fonction f_k définie sur ℝ par : $f_k(x) = x^k\left(e^{-x} - \frac{1}{2}\right)$. On note C_k la courbe représentative de f_k dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}, \vec{v}$) (unité graphique : 4cm).

PARTIE A :

1. a) Etudier la limite de f_k en $+\infty$.

   b) Etudier, suivant la parité de k, la limite de f_k en $-\infty$.

2. Calculer la dérivée de f_k, puis prouver que pour tout x réel, $f_k{}' = x^{k-1} g_k(x)$ où $g_k(x) = (k - x)e^{-x} - \frac{k}{2}$.

3. a) Etudier les variation de g_k.

   b) En déduire que l'équation $g_k(x) = 0$, admet une unique solution α_k dans ℝ et que α_k est strictement positif.

   c) Déterminer le signe de g_k sur ℝ.

   En déduire le signe de $f_k{}'$ sur ℝ (distinguer k paire et impaire).

   d) Dresser le tableau de variation de f_k.

PARTIE B :

Dans cette partie, on prend k = 1. Donc $f_1(x) = xe^{-x} - \frac{x}{2}$ et $g_1(x) = (1-x)e^{-x} - \frac{1}{2}$.

1. **a) Démontrer que : $0 < \alpha_1 < \frac{1}{2}$.**

   b) En utilisant g_1, prouver que : $e^{-\alpha} = \frac{1}{2(1-\alpha_1)}$

   En déduire l'expression de $f_1(\alpha_1)$ ne contenant pas $e^{-\alpha}$.

   c) Déduire de la partie A. 3d. le tableau de variation de f_1.

2. **Démontrer que la courbe (C_1) possède une asymptote (D) en +∞ dont on précisera une équation.**

3. **Soit la fonction φ définie sur K = $[0\,;\frac{1}{2}]$ par $\varphi(x) = 1 - \frac{e^x}{2}$.**

   a) Démontrer que α_1 est l'unique solution de l'équation : φ(*x*) = *x*.

   b) Démontrer que pour tout x élément de K, φ(x) est aussi élément de K.

   c) Démontrer que pour tout x élément de K, on a : $|\varphi'(x)| \leq \frac{\sqrt{e}}{2}$.

4. **On définit la suite (U_n) par : U_0 = 0 et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = \varphi(U_n)$.**

   a) Démontrer que (U_n) est une suite d'élément de K.

   b) Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $|U_{n+1} - \alpha_1| \leq \frac{\sqrt{e}}{2}|U_n - \alpha_1|$.

   c) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $|U_n - \alpha_1| \leq \frac{1}{2}(\frac{\sqrt{e}}{2})^n$.

   En déduire que la suite (U_n) est convergente et préciser sa limite.

5. **a) Etudier le signe de f_1 sur ℝ.**

   c) On donne $\alpha_1 \approx 0,315$. Construire (C_1) et (D) dans le même repère.

6. **a) Déterminer les nombres réels a et b tels que, la fonction H définie sur ℝ par $H(x) = (ax+b)e^{-x}$ soit une primitive de la fonction : $x \to xe^{-x}$.**

   b) Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_1), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 2.

BACCALAUREAT SESSION 2011

Exercice 1 :

Une entreprise fabrique des appareils électroniques. La probabilité pour qu'un appareil fabriqué fonctionne parfaitement est $\frac{9}{10}$.

1. **On note F l'événement « l'appareil fonctionne parfaitement » et $\overline{F}$ l'événement contraire de F. Calculer la probabilité de l'événement $\overline{F}$.**
2. **On fait subir à chaque appareil un test avant sa livraison ; on constate que :**

- **Quand un appareil est en partait état de fonctionnement, il est toujours accepté à l'issu du test.**
- **Quand un appareil ne fonctionne pas parfaitement, il est néanmoins accepté avec une probabilité de $\frac{1}{11}$. On note T l'événement « l'appareil est accepté à l'issu du test »**

a) montrer que la probabilité de l'événement T et F noté T ∩ F est égale à $\frac{9}{10}$.

b) Calculer la probabilité de T ∩ $\overline{F}$.

c) En déduire la probabilité de l'événement T.

d) Calculer la probabilité de F sachant T (probabilité conditionnelle de F par rapport à T).

Exercice 2 :

Soit $p(z) = z^3 + \alpha z^2 + \beta z + \gamma$ un polynôme complexe de degré 3 de coefficient complexe α, β et γ.

1. **a) Démontrer que si le polynôme p(z) admet trois racines a, b et c alors on a simultanément : a + b + c = -α ; ab + bc +ac = β et abc = -γ.**

b) Former alors le polynôme p(z) lorsque ses racines sont : $a = 1 + 3i\sqrt{3}$; $b = -2 + i\sqrt{3}$; $c = 4 - 2i\sqrt{3}$.

2. On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives a, b et c dans le plan complexe muni du repère orthonormé (O ;$\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}$).

a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en B.

b) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $\frac{c-a}{b-a}$

c) En déduire la valeur de $\frac{AC}{AB}$ et la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}})$.

3. a) Donner l'écriture complexe de la similitude direct s de centre A qui transforme B en C.

b) Déterminer l'affixe z_1 du point B_1 qui a pour image B par s.

Exercice 3 : Problème

PARTIE A :

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = -x^2 + 6 - 4lnx$.

1. Etudier les variations de g.
2. Calculer les limites de g en o et en $+\infty$ puis dresser le tableau de variation de g.
3. Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution α dans l'intervalle $]0;+\infty[$ et que $1,86 \leq \propto \leq 1,87$.
4. Donner alors le signe de g(x) suivant les valeurs de x appartenant à $]0;\propto[$ et $]\propto;+\infty[$. (La représentation graphique de g n'est pas demandée).

PARTIE B :

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{2lnx-1}{x}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O ; I ; J). Unité graphique 2cm.

1. a) Calculer f '(x) pour x élément de $]0;+\infty[$ et exprimer f '(x) en fonction de g(x) où g est la fonction définie dans la partie A. b.

   b) Déterminer le sens de variation de f.

   c) Calculer la limite de f en 0 puis en $+\infty$.

2. a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 3$ est asymptote à (C).

   b) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D).

3. a) Montrer que $ln(\alpha) = \frac{6-\alpha^2}{4}$ et que $f(\alpha) = -\alpha + 3 + \frac{2}{\alpha}$ où $\propto$ est le nombre réel défini à la question 3 de la partie A.

   b) soit h la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $h(x) = -x + 3 + \frac{2}{x}$.

   b.1. Etudier le sens de variation de h.

   b.2. En déduire un encadrement de f(∝). On rappelle que $1,86 \leq \propto \leq 1,87$.

4. a) Dresser le tableau de variation de f.

   b) Calculer $f\left(\frac{1}{e}\right)$ et $f(1)$). Que peut – on conclure pour la courbe (C) ?

   c) Construire (D), (C) puis placer le point A.

PARTIE C :

Soit k la fonction définie par $k(x) = f(x) - \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)$.

1. En remarquant que $k(x) = 2\frac{lnx}{x} - \frac{1}{x}$. Calculer l'intégrale $I_0 = \int_{\sqrt{e}}^{e} k(x)dx$.

2. Donner une interprétation géométrique de I_0.

3. On considère la suite numérique (a_n) définie sur ℕ par $a_n = e^{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$.

   a) Calculer en fonction de n l'intégrale $I_n = \int_{a_n}^{a_{n+1}} k(x)dx$.

   b) Montrer que (I_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison.

BACCALAUREAT SESSION 2010

Exercice 1 :

On considère un groupe de 16 personnes parmi lesquelles 4 ont une caractéristique C. ces quatre personnes sont dites de types C. on prend simultanément au hasard 5 personnes dans ce groupe.

1. **Calculer la probabilité de chacun des évènements :**

   A : « n'avoir, parmi ces 5 personnes ; aucune du type C »

   B : « avoir exactement une personne de type C »

   C : « avoir au moins deux personnes de type C »

   On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

2. **On constate après enquête que dans la population entière, la répartition est de des personnes de types C est de 1 sur 4. On estime que la population suffisamment nombreuse pour que le tirage de n personnes soit assimilable à n tirages successifs indépendants avec remise. On prend au hasard n personnes (n ≥2) et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de celles du type C.**

a) **Montrer que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.**

b) **Calculer la probabilité p(X = 0) ; p(X = 1).**

c) **En déduire la probabilité p_n d'avoir au moins deux personnes de type C.**

d) **Démontrer que $p_n \geq 0{,}9$ si et seulement si :**

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\left(\frac{3+n}{4}\right) \leq 0,1$$

.

e) **On pose $u_n = (\frac{3}{4})^{n-1}(\frac{3+n}{4})$. Comparer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et 1. Quel est le sens de variation de (u_n) ?**

Exercice 2 :

Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$)/ On désigne par T l'application de (P) vers (P) qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = (1+i)z - i$.

1. **Montrer que T est la composée d'une rotation et d'une homothétie de rapport positif dont on donnera les éléments caractéristiques. On note Ω le point invariant par T. Donner une mesure de l'angle orienté ($\overrightarrow{\Omega M}$; $\overrightarrow{MM'}$) en supposant M ≠ Ω.**
2. **a) Construire M' image de M par T où M est un point donné distinct de Ω.**

   b) Déterminer l'image (D') par T de la droite (D) d'équation y = x. Construire (D').

3. a) Montrer que qu'il existe un point B du plan tel que distinct de Ω et un seul tel que les affixes z_0 et z'_0 de B' (image de B par T) soient liés par la relation $z_0 z_0{}'$ A = 1. Placer les points B et B'dans le repère.

b) Soit Ω' le symétrique de Ω par rapport à O. montrer que les points Ω', Ω ; B et B' sont cocycliques. Déterminer l'affixe du centre G du cercle (г) passant par les points Ω', Ω, B et B'.

Exercice 3 : Problème

PARTIE A :

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = 1 - x^2e^{-x}$

1. Etudier les variations de f.
2. Déduire de cette étude que l'équation f(x) = 0à une solution et une seule, notée **α**. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de **α**.
3. Tracer la courbe (C) représentative de f dans un repère orthonormé (unité graphique choisie est 2cm). Préciser s'il y a lieu, les tangente horizontales.
4. a) Montrer que pour tout x ≥ 0, $e^x \geq 1$.

   b) Soit **λ** un réel positif. Montrer que $0 \leq \int_0^{\lambda} x^2e^x dx \leq \frac{\lambda^3}{3}$.

PARTIE B :

1. Vérifier que pour tout réel x, $f''(x) + 2f'(x) + f(x) = -2e^{-x} + 1$. Où f' et f'' désignent la dérivée première et seconde de f.
2. On note F la primitive de f sur ℝ qui s'annule pour x = 0. Donner la valeur explicite de F(x) pour tout réel x.
3. a) Calculer l'aire A(**λ**) en cm^2 de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations y = 1 ; x = 0 et x = **λ** où **λ** est un réel positif.

   b) Déterminer la limite de A(**λ**) lorsque **λ** tend vers +∞.

PARTIE C :

On se propose de résoudre l'équation différentielle du second ordre, de fonction inconnue y : $y'' + 2y' + y = -2e^{-x} + 1 : (E_1)$.

La fonction f est solution de (E_1), d'après la question B-1.

1. Résoudre l'équation $y'' + 2y' + y = 0 : (E_2)$.
2. La fonction I étant une solution définie sur IR de l'équation (E_2), démontrer que g + f est solution de l'équation (E_1). Réciproquement, soit h une solution de (E_1). Démontrer que $h -$ f est solution d' (E_2).

3. Déterminer la solution φ de (E_1) telle que φ(0) = φ'(0)= 0.

PARTIE D

Etant donné un réel *a*, on note g_a I la fonction définie sur IR par : $g_a(x)(-x^2 + ax + a)e^{-x} + 1$.

1. **Montrer que les courbes (C_a) représentatives de g_a passent toutes par un même point fixe I.**
2. **On suppose $a \neq -2$. Démontrer alors que la fonction g_a admet deux extrémums, dont l'un est obtenu pour x = 0.**
3. **On note M_a le point d'abscisse *a* + 2 sur la courbe. Lorsque *a* varie, M_a décrit une courbe. Donner une équation cartésienne de la courbe.**

RÉPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE

SUJETS DES BACCALAUREATS DE COTE D'IVOIRE

BACCALAUREAT SESSION 2019

EXERCICE 1

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

En vue de sélectionner des joueurs pour un tournoi international de Football, une fédération nationale met à la disposition de l'entraîneur un certain nombre de joueurs évoluant au pays et hors du pays. Parmi eux, il y a des joueurs professionnels et des joueurs non professionnels.

Ces joueurs se répartissent comme suit :

- **75% des joueurs évoluent au pays ;**
- **60% des joueurs évoluant au pays sont des professionnels ;**
- **80% des joueurs évoluant hors du pays sont des professionnels**

On choisit au hasard un joueur pour subir un test antidopage.

On désigne par A l'évènement « Le joueur choisi évolue au Pays »

On désigne par B l'évènement « Le joueur choisi est un professionnel »

On désigne par C l'évènement « Le joueur choisi évolue au Pays et est un professionnel»

a) **Traduis l'énoncé par un arbre de choix**
b) **Donne $P_A(B)$, la probabilité de B sachant A.**
c) **Démontre que la probabilité de l'évènement C est égale à $0,45$.**
d) **Calcule la probabilité de B**

Partie B

Un entraîneur doit sélectionner les joueurs parmi ceux mis à sa disposition. Pour ce faire il soumet d'abord chaque joueur à un test qui consiste à faire trois tirs au but successifs à partir du point de penalty. Est retenu à l'issue de ce premier test, tout joueur qui réussit au moins deux de ses trois tirs.

On suppose que les tirs sont indépendants les uns des autres et que la probabilité qu'un joueur donné réussisse un tir est égale à $\frac{3}{4}$.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs réussis par un joueur donné à l'issue de l'épreuve de trois tirs au but successifs.

a) Détermine les valeurs prises par X

b) Détermine la loi de probabilité de X

1. **Calcule l'Esperance mathématique de X**
2. **Démontre que la probabilité qu'un joueur donné soit retenu est égale à** $\frac{27}{32}$

EXERCICE 2

Une société ivoirienne e transformation de produits agricoles a acheté 5000 tonnes de noix de cajou aux paysans en 2011. La société décide d'augmenter de 5% ses achats chaque année par rapport à l'année précédente.

On note, pour tout entier naturel n, Q_n la qualité en tonnes de noix de cajou achetée en l'an $(2011+n)$. On a : $Q_0 = 5000$

1. **Justifie que la quantité de noix de cajou achetée en 2012 est de 5250 tonnes.**
2. **Démontre que Q_n est une suite géométrique de raison $1,05$.**
3. **a) Justifie que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ Q_n = 5000 \times (1,05)^n$.**

   b) Détermine la quantité de noix de cajou qu'achètera cette société en 2020 Donne le résultat arrondi à l'ordre 0.
4. **a) Détermine l'année où la quantité de noix de cajou achetée sera supérieure à 10000 tonnes.**

   b) Détermine la quantité totale de noix de cajou achetée par cette société en 2011 à fin 2020. Donne le résultat arrondi à l'ordre 0.

PROBLÈME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est : 2 cm.

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x-1} - ln(x-1)$.

On note (C_g) la courbe représentataive de g dans le plan muni du repère (O, I, J).

1. **a) Calcule la limite de g à droite en 1.**

   b) Interprète le résultat obtenu
2. **a) calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$b) Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$**

c) Donne une interprétation graphique des résultats obtenus précédemment.

3. On suppose que g est dérivable sur $]1;+\infty[$ et on note g' sa fonction dérivée

   a) Justifie que : $\forall\, x \in]1;+\infty[, g'(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$

   b) Déduis de ce qui précède le signe de $g'(x)$.

   c) Dresse le tableau de variation de g.

4. a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]1;+\infty[$. On note α cette solution

   b) Vérifie que : $2,7 < \alpha < 2,8$

5. Démontre que : $\forall\, x \in]1;\alpha[,, g(x) > 0$ et $\forall\, x \in]\alpha;+\infty[,\ g(x) < 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x) = 4e^{-x}ln(x-1)$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O,I,J).

1. a) Justifie que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

   b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu

2. a) Calcule $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ >}} f(x)$

   b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.

3. On suppose que f est dérivable sur $]1;+\infty[$ et on note f' sa dérivée.

   a) Justifie que : $\forall\, x \in]1;+\infty[, f'(x) = 4e^{-x}g(x)$

   b) Déduis de la question précédente et de la question 5 de la partie A, les variations de f.

   c) Dresse le tableau de variation de f

4. Construis les courbes (C_g) et (C) dans le même repère (O,I,J).

   On prendra : $\alpha = 2,75$ et $f(\alpha) = 0,14$

Partie C

1. Justifie que : $ln(\alpha-1) = \frac{1}{\alpha-1}$ en utilisant la question 4-a) de la partie A.

2. On pose $U = \int_2^{\alpha} \frac{1}{x-1}\, dx$ et $V = \int_2^{\alpha} ln(x-1)\, dx$

   a) Calcule U

   b) A l'aide d'une intégration par parties, justifie que : $V = 3-\alpha$

3. On désigne par A l'aire en cm² de la partie du plan limité par la courbe (C_g), l'axe (OI), les droite d'équations $x = 2$ et $x = \alpha$.

a) Justifie que : $U - V = \frac{(\alpha-2)^2}{\alpha-1}$

b) Déduis-en l'aire A.

BACCALAUREAT SESSION 2018

EXERCICE 1

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O,I,J). L'unité graphique est : 2cm. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $4i, 2$ *et* $1 + i\sqrt{3}$.

1 a) Écris le nombre complexe $1 + i\sqrt{3}$ sous forme trigonométrique.

b) Place les points A, B et C dans le plan muni du repère (O,I,J).

2 Soit $\mathfrak{S}$ la similitude directe de centre O qui transforme B en C

a) Justifie que l'expression complexe de $\mathfrak{S}$ est : $z' = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})z$

b) Justifie que $\mathfrak{S}$ est une rotation dont on précisera une mesure de l'angle

3 Soit (E) l'ensemble es points M du plan d'affixe z telle que : $|z - 4i| = 2$.

a) Détermine et construis (E)

b) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de (E') l'image de (E) par $\mathfrak{S}$.

4 Soit (F) l'ensemble des points M du plan d'affixe z telle que :
$|z - 2| = |z - 1 - i\sqrt{3}|$

a) Détermine et construis (F)

b) Justifie que le point O et le point K milieu du segment $[BC]$ appartiennent à (F)

c) Justifie que l'image de (F) par $\mathfrak{S}$ est la droite (OJ).

EXERCICE 2

Un laboratoire de recherche étudie l'évolution d'une population animale qui semble en voie de disparition. En l'an 2000 l'effectif était à mille (1000).

L'effectif de cette population évolue par rapport au temps t et peut être approché par une fonction f. Le temps t est exprimé en années à partir de 2000. La fonction f est dérivable, strictement positive sur l'intervalle $[2000; +\infty[$ et est solution de l'équation différentielle : (E_1) : $y'(t) + \frac{1}{200}y(t) = -\frac{200}{t^2} + \frac{1}{t}$

1 Soit h la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $[2000;+\infty[$, $h(t)=\frac{200}{t}$.

Vérifie que h est une solution de (E_1)

2 Résous l'équation différentielle :(E_2): $y'(t)+\frac{1}{200}y(t)=0$

3 a) Démontre qu'une fonction g est solution de (E_1):si et seulement si $g-h$ est solution de (E_2).

b) Déduis-en les solutions de (E_1).

c) Sachant que $f(2000)=1000$, vérifie que :

$$\forall\, t \in [2000;+\infty[\,, f(t)=999,9\, e^{\left(10-\frac{t}{200}\right)}+\frac{200}{t}$$

d) Détermine le nombre d'individus de cette population animale en 2020.

Donne le résultat arrondi à l'ordre 0.

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction g dérivable et définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$g(x)=2+x-3ln(x)$$

1. Calcule la limite de g en 0 et la limite de g en $+\infty$
2. a) On considère par g' la fonction dérivée de g.

   Calcule $g'(x)$ pour tout nombre réel x strictement positif

   b) Étude les variations de g

   c) Vérifie que $g\left(e^{-\frac{2}{3}}\right)=2+3e^{-\frac{2}{3}}$

   Dresse le tableau de variation de g.
3. a) Démontre que l'équation $g(x)=0$ admet dans l'intervalle $\left[e^{-\frac{2}{3}};+\infty\right[$,une solution unique notée α.

   b) Justifie que : $1,9<\alpha<2$
4. Démontre que : $\forall\, x \in\,]0;\alpha[, g(x)>0$ et $\forall\, x \in\,]\alpha;+\infty[, g(x)<0$.

Partie B

Soit f la fonction dérivable définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{20ln(x)}{(x+2)^3}$

($\mathcal{C}$) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J) d'unité graphique 5 cm.

1. a) Calcule la limite de f en 0.

   Interprète graphiquement le résultat.

   b) Justifie que la limite de f en $+\infty$ est égale à 0.

   Interprète graphiquement le résultat

2. On note f' la fonction dérivée de f

   a) Démontre que : $\forall\ x \in\ ]0;+\infty[\ ,\ f'(x) = \frac{20g(x)}{x(x+2)^4}$

   b) Déduis-en les variations de f.

   c) Dresse le tableau de variation de f. *On ne calculera pas* $f(\alpha)$

3. Justifie qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1 est :

   $y = \frac{20}{27}x - \frac{20}{27}$

4. Trace (T) et ($\mathcal{C}$). On prendra $\alpha = 1,95\ et\ f(\alpha) = 0,22$.

Partie C

On pose : $U = \int_1^2 \frac{1}{x(x+2)^2}dx\ \ et\ \ V = \int_1^2 \frac{ln(x)}{(x+2)^3}dx$

1. On admet que : $\forall\ x \in\ ]0;+\infty[, \frac{1}{x(x+2)^2} = \frac{1}{4x} - \frac{1}{4(x+2)} - \frac{1}{2(x+2)^2}$

   Déduis-en que : $U = \frac{ln3}{4} - \frac{ln2}{4} - \frac{1}{24}$

2. a) A l'aide d'une intégration par parties, démontre que $V = -\frac{ln2}{32} + \frac{1}{2}U$

   b) Calcule en cm² l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan délimitée par le courbe (C), l'axe (OI), les droites d'équations $x = 1\ et\ x = 2$

   Donne le résultat arrondi à l'ordre 1.

BACCALAUREAT SESSION 2017

EXERCICE 1

Dans le cadre d'un recensement portant sur le nombre de travailleurs dans les champs d'hévéa, un agent à visité huit (8) exploitations. Un exploitant voudrait estimer le nombre de travailleurs que prendrait une exploitation de 16 ha d'hévéa. Pour cela, l'agent recenseur a recueilli les informations consignées dans le tableau ci –dessous.

Nombre x de travailleurs	**2**	**4**	**4**	**5**	**7**	**7**	**8**	**8**
Superficie exploitée y (en ha)	**3**	**5**	**6**	**7**	**10**	**11**	**8**	**12**

1. **Représente le nuage de points correspondant à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé.**

On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 travailleur et sur l'axe des ordonnées 1cm pour une superficie de 1 ha.

Pour les questions 2) ,3) ,4) et 5), les résultats seront arrondis à l'ordre 2.

2. **Justifie que le point moyen à pour couple de coordonnées $(5,63\ ;\ 7,75)$.**
3. **On note V(X) la variance de X, V(Y) la variance de Y et Cov(X,Y) la covariance de X et Y.**

   Justifie que : $V(X) = 4,18$; $V(Y) = 8,44$ *et* $Cov(X,Y) = 5,37$.
4. **a)Calcule le coefficient de corrélation linéaire *r* de la série (X,Y).**

   b) Interprète le résultat obtenu précédemment.
5. **a) Justifie qu'une équation de la droite $(\mathcal{D})$ d'ajustement de Y *en* X, par la méthode des moindres carrées, est : $y = 1,28x + 0,54$.**

   b) Trace $(\mathcal{D})$ sur le graphique précédent.
6. **Utilise l'ajustement précédent pour répondre à la préoccupation de l'exploitant.**

   On donnera l'arrondi d'ordre zéro du résultat.

EXERCICE 2

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

L'unité graphique est 2 cm.

1. **Résous l'équation : $z \in \mathbb{C}$, $z^2 + (1 - 3i)z - 4 = 0$**

2. **On pose :** $\forall\, z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 + (1-i)z^2 + (2+2i)z - 8i$

   a) **Justifie que :** $P(-2i) = 0$

   b) **Détermine les nombres complexes** a **et** b **tels que :**

   $\forall\, z \in \mathbb{C}, P(z) = (z+2i)(z^2 + az + b)$

   c) **Déduis des questions précédentes les solutions de l'équation :** $\forall\, z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$

3. **Soit A, B et C les points d'affixes respectives** $-2i$; $-2+2i$ *et* $1+i$.

On note D le symétrique de A par rapport au point O

   a) **Place les points A, B et C dans le plan complexe.**

   b) **Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle en C.**

   c) **Démontre que les points A, B, C et D sont cocycliques**

PROBLÈME

On considère la fonction f **définie sur** $\mathbb{R}$ **par :** $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$.

On note (C) la courbe représentative de f **dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm.**

1. a) **Justifie que :** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

   b) **Donne une interprétation graphique du résultat obtenu précédemment.**

2. a) **Calcule** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$

   b) **Donne une interprétation graphique du résultat obtenu précédemment.**

3. **On suppose que** f **est dérivable sur** $\mathbb{R}$ **et on note** f' **sa fonction dérivée.**

   a) **Démontre que :** $\forall\, x \in \mathbb{R}, f'(x) = (x^2 - 2x - 1)e^{-x}$

   b) **Justifie que :**

   *$\forall\, x \in \left]-\infty; 1-\sqrt{2}\right[\cup \left]1+\sqrt{2}; +\infty\right[, f'(x) > 0$

   * $\forall\, x \in \left]1-\sqrt{2};\ 1+\sqrt{2}\right[, f'(x) < 0$

   c) **Dresse le tableau de variation de** f

   On ne calculera pas $f(1-\sqrt{2})$ *et* $f(1+\sqrt{2})$

4. **Démontre qu'une équation de la tangente (T) à (C) point d'abscisse 0 est :**

   $y = -x + 1$.

5. **Soit** h **la fonction définie sur** $\mathbb{R}$ **par :** $h(x) = (1+x)e^{-x} - 1$

On suppose que h **est dérivable et on note** h' **sa fonction dérivée.**

   a) **Calcule** $h'(x)$

   b) **Étudie les variations de** h.

c) **Calcule $h(0)$ et dresse le tableau de variation de$h$**

(On ne demande pas de calculer les limites de h.)

d) **Justifie que $\forall\, x \in \mathbb{R}, h(x) \leq 0$**

e) **Vérifie que : $\forall\, x \in \mathbb{R}, f(x) + x - 1 = (1 - x)h(x)$**

f) **Déduis des questions précédentes la position relative de $(C) et\ (T)$**

6. Trace la tangente (T) et la courbe (C)

On prendra $f\left(1 - \sqrt{2}\right) = 1,3\ et\ f\left(1 + \sqrt{2}\right) = -0,4$

Partie B

Soit λ un nombre réel de l'intervalle $]1\,; +\infty[$ et $A(\lambda)$ l'aire en cm² de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations $x = 1\ et\ x = \ \lambda$.

1. **Démontre, en utilisant deux intégrations par parties, que :**

$A(\lambda) = \left(\frac{16}{e} - \frac{4(1+\lambda)^2}{e^{\lambda}}\right) cm^2$

2. **Détermine la limite de (λ) lorsque λ tend vers $+\infty$.**

BACCALAUREAT SESSION 2016

EXERCICE 1

1. On considère la fonction h dérivable et définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par : $h(x) = 2x - x^2$

   a) Démontrer que h est strictement croissante sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.

   b) En déduire que l'image de l'intervalle $[0\,;\,1]$ par h est l'intervalle $[0\,;\,1]$.

2. Soit u la suite définie par :

   $u_0 = \frac{3}{7}$ $et\ \forall\, n\ \mathbb{N}, u_{n+1} = h(u_n)$.

   a) Démontrer par récurrence que : $\forall\, n\ \mathbb{N}\,, 0 < u_n < 1$.

   b) Démontrer que la suite u est croissante.

   c) Justifier que la suite u est convergente.

3. On considère la suite v définie par : $\forall\, n\ \mathbb{N}\,, v_n = ln(1 - u_n)$.

   a) Démontrer que v est une suite géométrique de raison 2.

   b) Exprimer v_n en fonction de n.

   c) Calculer la limite de la suite v.

   d) En déduire la limite de la suite u.

EXERCICE 2

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, (unité graphique : 2 cm).
On considère la transformation $\mathfrak{I}$ du plan qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = \left(1 - i\frac{\sqrt{3}}{3}\right)z + 2i\frac{\sqrt{3}}{3}$.

1. a) Soit Ω le point d'affixe 2.

   Vérifie que $\mathfrak{I}(\Omega) = \Omega$

   b) Justifier que $\mathfrak{I}$ est une similitude directe dont on précisera les éléments caractéristiques.

2. a)Démontrer que : $\forall\, z \neq 2$, $\frac{z'-z}{2-z} = i\frac{\sqrt{3}}{3}$

   b) En déduire que le triangle MΩM' est rectangle en M.

   c) Donner un programme de construction de l'image M' par s d'un point M donné.

3. a) Placer les points A et B d'affixes respectives $-1 + i$ et $5 - i$ dans le plan muni du repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Construire les images respectives A' et B' de A et B par $\mathfrak{F}$

b) On note z_A; z_B ; $z_{A'}$ et $z_{B'}$ les affixes respectives des points A, B, A' et B'.

Démontrer que : $z_{A'} - z_A = z_B - z_{B'}$

c) En déduire la nature du quadrilatère AA'BB'.

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction dérivable et définie sur par : $g(x) = -1 + (2 - 2x)e^{-2x+3}$.

1 Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

2 *a)* Soit g' la fonction dérivée de g.

Justifier que : $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = (4x - 6)e^{-2x+3}$.

b) Étudier le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x.

c) Justifier que : $g\left(\frac{3}{2}\right) = -2$

d) Dresser le tableau de variations de g.

3 a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique notée α.

b) Vérifier que : $0,86 < \alpha < 0,87$.

c) Justifier que : $\forall\, x \in]-\infty ; \alpha[$, $g(x) > 0$ et $\forall\, x \in]\alpha ; +\infty[$, $g(x) < 0$.

Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J), (unité graphique : 2 cm).

On considère la fonction f dérivable et définie sur par : $f(x) = -x + (x - \frac{1}{2})e^{-2x+3}$

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f.

1 a) Calcule $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) En déduire que $(\mathcal{C})$ admet une branche parabolique de direction celle de (OJ) en $-\infty$.

2 a) Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Démontrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = -x$ est asymptote à (c) en $+\infty$.

c) Étudier la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

3 a) Soit f' la fonction dérivée de f.

Démontrer que : $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$.

b) En déduire les variations de f.

c) Dresser le tableau de variations de f. On ne calculera pas $f(\alpha)$.

4 Construire (D) et ($\mathcal{C}$) sur le même graphique.

On précisera les points de ($\mathcal{C}$) d'abscisses : $0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 4$.

On prendra : $\alpha = 0,865$ *et* $f(\alpha) = 0,4$.

5 Soit t un nombre réel strictement supérieur à $\frac{3}{2}$. On désigne par $\mathcal{A}(t)$ l'aire en cm² de la partie du plan limitée par la courbe ($\mathcal{C}$), la droite ($\mathcal{D}$) et les droites d'équations $x = \frac{3}{2}$ *et* $x = t$.

On pose : $I_t = \int_{\frac{3}{2}}^{t} \left(x - \frac{1}{2}\right) e^{-2x+3} dx$.

a) A l'aide d'une intégration par parties, justifie que : $I_t = \frac{3}{4} - \frac{t}{2} e^{-2t+3}$

b) En déduire $\mathcal{A}(t)$

c) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{A}(t)$

BACCALAUREAT SESSION 2015

EXERCICE 1

Partie I

On considère la fonction P définie sur $\mathbb{C}$ par :

$\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 - (3+2i)z^2 + (1+5i)z + 2 - 2i.$

1 a)Calculer P(i).

b) Déterminer deux nombres complexes a et b tels que

$P(z) = (z - i)(z^2 + az + b).$

2 Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - (3+i)z + 2 + 2i = 0.$

3 En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E) : $P(z) = 0.$

Partie II

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}$,$\vec{v}$) d'unité 5 cm.

On pose : $z_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, z_{n+1} = \frac{1+i}{2} z_n$

On note A_n le point du plan d'affixe z_n.

1 a) Calculer z_1 et z_2.

b) Placer les points A_0, A_1 et A_2 dans le plan complexe.

2 On considère la suite U définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, U_n = |z_{n+1} - z_n|$

a) Justifier que : $\forall n \in \mathbb{N},\ U_n = \frac{\sqrt{2}}{2}|z_n|$

b) Démontrer que U est une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et de premier terme $\sqrt{2}$.

c) Exprimer U_n en fonction de n.

3 On désigne par $A_0A_1 + A_1A_2 + \ldots\ldots. + A_{n-1}A_n$ la longueur de la ligne brisée $A_0A_1A_2 \ldots\ldots A_{n-1}A_n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$

On pose $\forall n \in \mathbb{N}^*, l_n = A_0A_1 + A_1A_2 + \ldots\ldots. + A_{n-1}A_n$

a) Calculer l_n

b) En déduire la limite de l_n.

EXERCICE 2

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que :

- Pour un jour donne, la probabilité qu'il ait une affluence de clients est 0,6 ;
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,7

- **Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,4 ;**

On désigne par A l'évènement ≪ il y a affluence de clients ≫ et B l'évènement ≪ Mariam réalise un bénéfice ».

1. On choisit un jour au hasard.

_a_) Calculer la probabilité de l'évènement E suivant : « il y a une affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice ».

_b_) Démontrer que la probabilité _p_(B) de l'évènement B est 0,58.

_c_) Mariam réalise un bénéfice.

Calculer la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là.

On donnera l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

2. Mariam veut faire des prévisions pour trois jours successifs donnés.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où elle réalise un bénéfice sur les 3 jours successifs.

_a_) Déterminer les valeurs prises par X.

_b_) Déterminer la loi de probabilité de X.

_c_) Calculer l'Esperance mathématique E(X) de X.

3. Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs sur une période de n jours.

_a_) Justifier que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 2 :

$$P_n = 1 - (0,42)^n$$

_b_) Déterminer la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0,9999$.

PROBLEME

Partie

Soit r la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $r(x) = xe^{-x}$.

On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = r$.

Soit g la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall\, x \in \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}$

1. Démontrer que g est solution de l'équation (E).

2. Soit l'équation différentielle (F) : $y' + y = 0$.

_a_) Démontrer qu'une fonction φ est solution de (E) si et seulement si $\varphi - g$ est solution de (F).

b) Résoudre l'équation différentielle (F).

c) En déduire la solution φ de (E) qui vérifie φ (0) = $-\frac{3}{2}$

.Partie B

On considère la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x) = \frac{x^2-3}{2}e^{-x}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J), d'unités graphiques OI = 2 cm et OJ = 4 cm.

1. a)Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b) Démontrer que la courbe (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de (OJ).

2. Calculer la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement ce résultat.

3. a) Soit f' la fonction dérivée de f.

Démontre que : $\forall\ x\ \mathbb{R}, f'(x) = \frac{3+2x-x^2}{2}e^{-x}$

b) Étude les variations de f.

c) Dresser le tableau de variations de f.

4. Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0 est :$y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$

5. Étudier les positions relatives de (C) par rapport à l'axe des abscisses.

6. Représenter graphiquement (T) et (C).

Partie C

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_0^1 xe^{-x}dx$

2. a) Vérifie que f est solution de l'équation différentielle (E) de la partie A).

b) En déduire que : $\forall\ x \in \mathbb{R}, f(x) = -f'(x) + xe^{-x}$

c) En utilisant la question précédente, calculer en cm² l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite(OI) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

BACCALAUREAT SESSION 2014

EXERCICE 1

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On note B et C les points du plan d'affixes respectives $3 - 2i$ et $5 + i$.

On désigne par S la similitude directe de centre O qui transforme C en B.

1. **a) Démontrer que l'écriture complexe de S est : $z' = \frac{1}{2}(1-i)z$**

    b) Déterminer les éléments caractéristiques de S.

    c) Déterminer l'affixe du point D qui a pour image le point C par S.

2. **a) Justifier que l'affixe z_1 du point B_1, image de B par S est $\frac{1}{2}(1-5i)$**

    b) Justifier que le triangle OBB_1 est rectangle et isocèle en B_1.

3. **On définit les points suivants : $B_0 = B$ et $\forall\, n \in \mathbb{N}^*,\ B_{n+1} = S(B_n)$.**

    On note z_n l'affixe du point B_n.

    a) Démontrer par récurrence que : $\forall\, n \in \mathbb{N}^*, z_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n (1-i)^n z_0$

    b) Calculer la distance OB_n en fonction de n.

    c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} OB_n$

EXERCICE 2

Pour étudier l'évolution du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures, le ministère du plan d'un pays a diligente une enquête depuis l'an 2003.

Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Année	2003	2004	2005	2006	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang X de l'année										
Nombre Y de diplômés (en milliers)										

1. **Représenter le nuage de points associé à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé. (Unité graphique : 1cm)**

On prendra pour origine le point Ω(0;24).

2. **Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (X, Y).**
3. **Justifier que :**

a) La variance de X est $\frac{20}{3}$

b) La covariance de X et Y est $\frac{44}{3}$

4. a) Sachant que la variance de Y est égale à $\frac{98}{3}$ déterminer la valeur du coefficient de corrélation linéaire.

   b) Justifier que ce résultat permet d'envisager un ajustement linéaire.

5. Soit (D) la droite d'ajustement de Y en X obtenue par la méthode des moindres carrés.

   a) Déterminer une équation de (D).

   b) Tracer (D).

6. On suppose que l'évolution se poursuit de la même manière au cours des années suivantes.

Donner une estimation du nombre de bacheliers qui accéderont aux études supérieures en 2020.

PROBLÈME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

L'unité graphique est le centimètre.

Partie A

Soit g la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x + (ax + b)e^{-x}$, où a et b sont des nombres réels.

Dans le plan muni du repère (O, I, J), on désigne par :

(C) la courbe représentative de g ; (D) la droite d'équation $y = x$.

1. a)On donne: $g(0) = 1$. Déterminer la valeur de b.

   b) On admet que la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite (D). Déterminer la valeur de a.

2. Soit h la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = e^x - x$.

   a) Soit h' la dérivée de h.

Calculer $h'(x)$, pour tout x élément de $\mathbb{R}$.

b) Dresser le tableau de variation de h.

On ne calculera pas les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$.

c) En déduire que : $\forall\ x \in \mathbb{R}$, $h(x) > 0$

Partie B

Soit f la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + (x+1)e^{-x}$.

1. **a) Calculer la limite de f en $-\infty$.**

   b) Justifier que $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

   c) Donner une interprétation graphique de ces résultats.

2. **a) Calculer la limite de f en $+\infty$.**

   b) Démontrer que (D) est une asymptote à (C) en $+\infty$.

   c) Étudier les positions relatives de (C) et (D).

3. **a) On désigne par $f\,'$ la fonction dérivée $de\ f$.**

   Démontrer que : $\forall\ x \in \mathbb{R}, f\,'(x) = e^{-x}\,h(x)$.

   b) Déterminer le sens de variations de f.

   ***c*) Dresser le tableau de variations de f.**

4. **Construire sur le même graphique (T), (C) et (D).**

5. **Démontrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.**

   ***b*) On note *f* −1 la bijection réciproque de *f*. Calculer (*f* −1)'(1).**

   ***c*) Construire (Γ), la courbe représentative de f^{-1}sur le même graphique que (C).**

Partie C

On pose : $\forall\, n \in \mathbb{N}^*, I_n = \int_{-1}^{n}(t+1)\,e^{-t}dt$

1. **A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que :**

   $\forall\, n \in \mathbb{N}^*, I_n = (-2-n)e^{-n} + e$.

2. **Calculer l'aire A_n, en cm², de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = -1\ et\ x = n$.**

   3. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} A_n$

BACCALAUREAT SESSION 2013

EXERCICE 1

Dans le plan munit d'un repère direct (O,I,J), on désigne par K, A et B les points d'affixes $z_1 = 2$; $z_2 = 4 + 2i$ et $z_3 = 2 + 4i$. L'unité graphique est 2 cm.

1. **a) Place les points K, A et B**

   b) Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $\frac{z_3 - z_2}{z_2 - z_1}$

2. **On note S la similitude directe de centre K qui transforme A en B.**

   a) Démontre que l'écriture de S est $z' = (1 + i)z - 2i$

   b) Déterminer les affixes respectives des points I' et J', images respectives des points I et J. puis placer I' et J'.

3. **Détermine le rapport et une mesure de l'angle orienté de la similitude directe S.**

4. **Soit (C) le cercle de centre $\Omega(1; 1)$ et de rayon 2.**

   a) Trace (C)

   b) Détermine le centre et le rayon de (C'), image de (C) par S.

   c) Construire (C')

5. **a) Déterminer puis construire l'image par S de la droite (IJ)**

   On pourra caractériser l'image par S de la droite (IJ) par deux de ses points

   b) On désigne par E le point d'intersection de (C) de la droite (IJ) d'abscisse négative.

   Placer E et l'image E' de E par S. Justifie la position du point E'.

EXERCICE 2

On considère la suite numérique (u) définie par :

$u_0 = \sqrt{2}$ et pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 2 + \frac{1}{2}u_n$

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). L'unité graphique est 2 cm.

1. **Déterminer les valeurs exactes de u_1 et u_2**

2. **Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ et de représentation graphique (D).**

   a) Tracer (D) et la droite (Δ) d'équation $y = x$

   b) Placer u_0 sur l'axe (OJ).

   c) A l'aide de (D) et (Δ), placer les termes u_1, u_2 et u_3 de la suite (u) sur l'axe (OI).

3. a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $u_n \leq 4$

   b) Démontrer que la suite (u) est croissante.

   c) En déduire que la suite (u) est convergente.

4. On considère la suite (v) définie par $v_n = u_n - 4$, pour tout nombre entier naturel n.

   Démontre que la suite (v) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

5. On pose, pour tout nombre entier naturel n.

   $T_n = v_0 + v_1 + \dots\dots + v_n$, la somme de $n+1$ premiers termes de la suite (v)

   $S_n = u_0 + u_1 + \dots\dots + u_n$, la somme de $n+1$ premiers termes de la suite (u)

   a) Déterminer une expression de T_n en fonction de n

   b) Justifier que $S_n = 2(\sqrt{2} - 4)\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) + 4(n+1)$

   c) Déterminer la limite de S_n

PROBLEME

Dans le plan munit d'un repère direct (O,I,J),. L'unité graphique est 2 cm.

On considère la fonction f dérivable et définie sur $]-\infty; 1[$ par:

$f(x) = x^2 - 1 + ln(1 - x)$. On note (C) la courbe représentative de f.

1. a) Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

   b) Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation graphique du résultat.

   c) Calculer la limite de f à gauche en 1 puis donner une interprétation garphique du résultat.

2. a) Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]-\infty; 1[$, calculer $f'(x)$

   b) Démontrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty; 1[$,

   c) Dresser le tableau de variation de f

3. a) Démontre que l'équation (E) : $x \in]-\infty; 1[, f(x) = 0$ admet une solution unique α

   b) Justifier que $-0,7 < \alpha < -0,6$

4. a) Démontre qu'une équation de la tangente $(T) et$ (C) au point d'abscisses 0 est :$y = -x - 1$

   b) On donne le tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1,5	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0,5	0,75
$Arrondi\ d'ordre 1\ de\ f(x)$	4,1	2,2	0,7	0,1	-0,3	-0,7	-1,2	-1,8

Tracer (T) et (C)

On pourra faire la figure dans la partie du plan caractérisé par : $\begin{cases} -3 \leq x \leq 5 \\ -4 \leq y \leq 6 \end{cases}$

5. On désiqgne pa A l'aire de la partie du plan délimité par (C), la droite (OI) et les droites d'équations respectives $x = \alpha \ et \ x = 0$

   a) Calcule $\int_{\alpha}^{0} ln(1-x)dx$ à l'aide d'une intégration par parties.

   b) Démontre que la valeur de A en unités d'aire est :

   A= $\frac{\alpha^3}{3} - 2\alpha - (1-\alpha)ln(1-\alpha)$.

   c) Détermine en cm² l'arrondi d'ordre 2 de la valeur de A pour $\alpha = -0,65$

6. Soit f^{-1} la bijection réciproque de f par (C') la courbe représentative de f^{-1} dans le plan muni du repère (O,I,J).

   a) Calcule $f(-1)$

   b) Démontrer que le nombre dérivé de f^{-1} en $ln2$ existe puis le calculer

   c) Construirs la courbe (C') et sa tangente (Δ) au point d'abscisse $ln2$ sur la figure de la question 4-b).

BACCALAUREAT SESSION 2012

EXERCICE 1

Madame Kouamé, statisticienne à la retraite, a créé une petite entreprise de fabrication de colliers traditionnels. Dans l'intention de faire des prévisions pour la production de colliers de l'année 2011 elle a fait des ventes des huit types de colliers fabriquées en 2010. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Type de collier	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix x_i de vente en centaine de francs CFA du collier de type i.	54	60	66	72	84	90	96	102
Nombre de y_i de dizaine de colliers vendus au x_i	18	16	15	13	10	9	8	7

On désigne par :

X le caractère « prix de vente du collier »

Y le caractère « nombre colliers vendus au prix X »

1. **Représenter graphiquement le nuage de points associé à la suite statistique double de caractère (X ;Y) dans le plan muni d'un repère orthogonal (O,I,J). On prend 2 centaine de francs sur (OI) et 2 dizaines de colliers sur (OJ)**
2. **Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage**
3. **a) Calcule la variance V(X) de X**

   b) Calculer la covariance Cov(X;Y) de la série statistique double de caractère (X ;Y).

   c) On admet que V(Y)=14,50. Démontrer que l'arrondi d'ordre 2 du coefficient de corrélation linéaire est égal à $-0,99$.
4. **Soit (D) la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.**

   a) Justifie que l'arrondi d'ordre 2 du coefficient directeur de (D) est égal à $-0,23$.

   b) Démontrer qu'une équation de la droite (D) est $y = -0,23x + 29,94$
5. **Pour l'année 2011, Madame Kouamé souhaite fabriquer un nouveau type de collier qu'elle vendrait à 11 500 francs CFA l'unité. Combien de colliers de ce type pourrait-elle vendre selon l'ajustement linéaire réalisé ?**

EXERCICE 2

On considère la suite numérique U sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$\begin{cases} U_1 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}\left(U_n + \frac{4}{U_n}\right) \end{cases}$$

1. On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{4}{x}\right)$

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O,I,J) où les unités respectives sur (OI) et (OJ) sont 4 cm et 2 cm.

La courbe (C) et la droite (D) d'équation $y = x$ sont tracées sur la feuille annexe à rendre avec la copie.

a) Représenter sur l'axe des abscisses (OI) les termes U_1 , U_2 et U_3 de la suite U en utilisant la courbe (C) et la droite (D).

b) Quelle conjecture peut-on faire quant à la convergence de la suite U ?

2. On admet que f est continue et strictement croissante $[2;3]$

a) Démontrer que $f([2;3]) \subset [2;3]$

b) En utilisant un raisonnement par récurrence, démontrer que pour tout entier $n \geq 1,\ 2 \leq U_n \leq 3$

3. a) Démontrer que la suite U est décroissante

b) En déduire que la suite U est convergence

4. on considère la suite V définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 2}$

a) Démontrer que pour tout entier naturel $n \geq 1, V_{n+1} = (V_n)^2$.

b) Démontrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 1$; $V_n = (V_1)^{2^{n-1}}$

c) Calculer V_1 puis exprimer V_n en fonction de n.

d) Exprimer U_n en fonction de n.

e) Démontrer que $lim\, V_n = 0$. En déduire la limite de U.

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction$g$ dérivable et définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = e^x + 2ln(x)$

1. a) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

b) Calcule $g'(x)$

c) Étudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.

2. a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0;+\infty[$.

b) Vérifie que : $0,4 < \alpha < 0,5$

c) Démontrer que :

$\forall\, x \in\ ]0; \alpha[, g(x) < 0$;

$\forall\, x \in\ ]\alpha; +\infty[, g(x) < 0.$

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = e^x + 2x\ln(x) - 2x \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J).
L'unité graphique est 4 cm.

1. a) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

   b) Interpréter graphiquement les résultats

2. a) Démontrer que f est continue en 0.

   b) Démontre que : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$

   c) La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Justifier la réponse

   d) Interpréter graphiquement le résultat de la question 2.b)

3. On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$

   a) Démontrer que $\forall\, x \in\ ]0; +\infty[, f'(x) = g(x)$

   b) Étudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

4. Trace la courbe (C) sur l'intervalle $[0; 2]$.

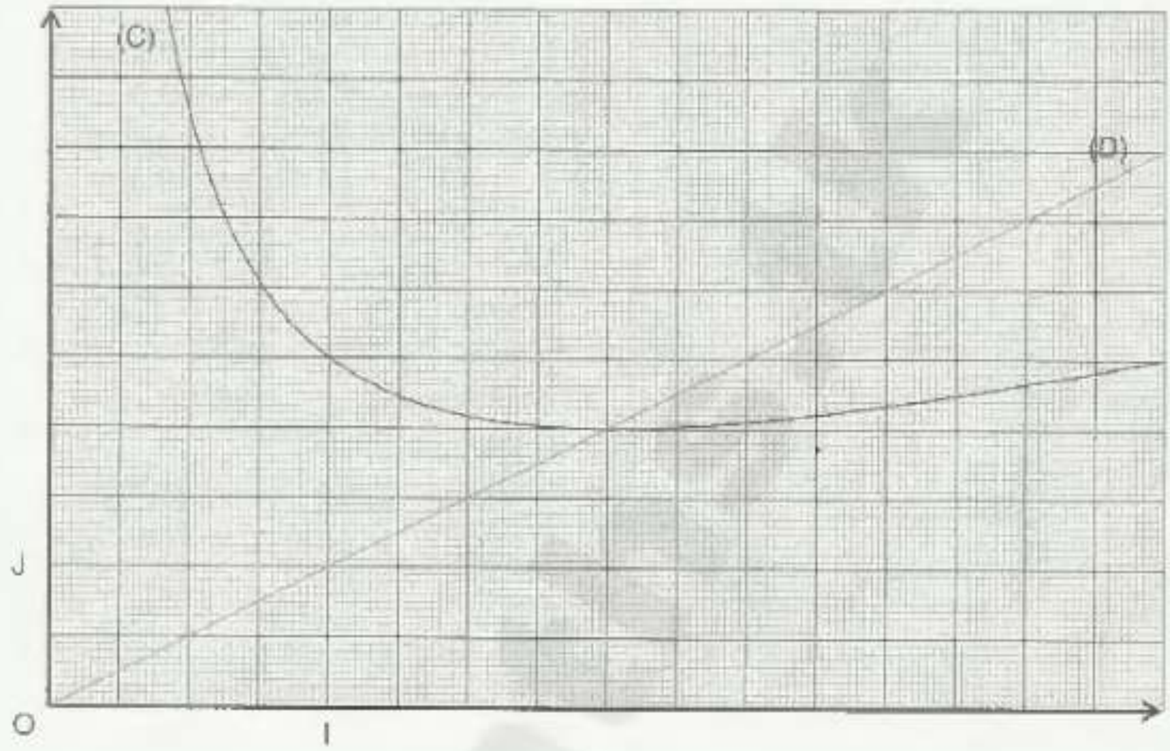
(On prendra α=0,45 et on admettra que la courbe (C) coupe la droite (OI) en deux points d'abscisses respectives $0,3$ et $0,6$)

5. a) On pose $K = \int_1^2 x\ln(x)dx$. A l'aide d'une intégration par parties, Démontrer que :$K = 2\ln 2 - \frac{3}{2}$

   b) Soit A l'aire en cm² de la partie du plan délimitée par la courbe (C). La droite (OJ) et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

   Calcule A puis donner l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

Feuille annexe à rendre avec la copie



BACCALAUREAT SESSION 2011

EXERCICE 1

On considère la suite numérique (v_n) définie sur N* par : $v_n = \frac{n^2+2n}{(n+1)^2}$

1. **a) Démontre que la suite (v_n) est convergente après avoir déterminé sa limite**

   b) Démontre que la suite (v_n) est croissante

   c) Démontre que : $\forall\, n \in \mathbb{N}^*,\ \frac{3}{4} \leq v_n \leq 1$

2. **on pose pour tout entier naturel non nul n, $a_n = v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$**

   a) Démontre par récurrence que $\forall\, n \in \mathbb{N}^*, oun\ a$: $a_n = \frac{n+2}{2(n+1)}$

   b) En déduire la limite de la suite (a_n)

3. **On pose pour tout entier naturel n: $b_n = ln(v_1) + ln(v_2) + \cdots + ln(v_n)$**

   a) Démontre que (b_n) est une suite à termes négatifs.

   b) Calculer la limite de la suite (b_n)

EXERCICE 2

Une société "Gnamienlait" de Gnamien produit des sachets de lait caillé.

Soit X la variable aléatoire qui associe chaque sachet de lait caillé produit, sa masses en gramme (g). La loi de probabilité de X est définie par le tableau ci-essous :

$x(g)$	220	230	240	250	260	270	280
p_i	0,08	0,10	a	b	0,16	0,15	0,04

a et b sont deux nombres réels

x_i représente la masse du sachet de lait caillé ;

p_i la probabilité qu'un sachet de lait ait la masse x.

1. **a)Calcule E(X) l'espérance Mathématique de X en fonction de a et b**

   b) Sachant que E(X)=250, justifie que a=0,14 et b=0,33

Dans la suite de l'exercice, on conservera les valeurs de a et b données ci-sessus.

2. **Gnamien prend au hasard un sachet de lait caillé de sa société.**

Calculer la probabilité pour que la masse de ce sachet de lait caillé soit au moins $250g$.

Tiéplé, la fille de Gnamien, prend au hasard de façon indépendante cinq sachets de lait caillé.

Calculer la probabilité qu'elle ait choisi exactement trois sachets de lait caillé de $220g$.

On prendra l'arrondi d'ordre 3 du résultat.

3. Les sachets de lait caillé sont contrôlés par une machine.

Cette machine est réglée pour éliminer en principe les sachets de lait de masse inférieur à $250g$.

- Si un sachet de lait caillé à 240g, la probabilité qu'il soit éliminé est de $0,7$
- Si un sachet de lait caillé à 230g, la probabilité qu'il soit éliminé est de $0,8$
- Si un sachet de lait caillé à 220g, il est systématiquement éliminé
- Si un sachet de lait caillé à une masse supérieure ou égale à 250g, il est systematiquement accepté.

a) Justifier que la probabilité qu'un sachet de lait caillé de 240g soit éliminé est de $0,098$

b) Calculer la probabilité pour qu'un sachet de lait caillé de cette société soit éliminé.

PROBLEME

Partie A

Soit la fonction numerique dérivable sur $]0;+\infty[$ *et* définie par : $g(x) = \frac{-2x+1}{x^2} + lnx$.

1. a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

b) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} g(x)$

2. a) Démontrer que $\forall\ x \in\ ]0;+\infty[,\ g'(x) = \frac{x^2+2x+2}{x^3}$

b) En déduire le sens de variation de g.

c) Dresse le tableau de variation de g

3. a) Démontrer que l'équation $x \in\ ]0;+\infty[,\ g(x) = 0$ admet une solution unique α.

b) Justifier que $2,55 < \alpha < 2,56$

c) Démontrer que : $\begin{cases} \forall\ x \in\ ]0;\alpha[, g(x) < 0 \\ \forall\ x \in\ ]\alpha;+\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

Partie B

On considère la fonction dérivable sur $]0;+\infty[$, et définie par $f(x) = \left(\frac{1}{x} - lnx\right)e^{-x}$

On note (C) la courbe répresentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O,I,J). (Unité graphique : $OI = 2cm$ et $OJ = 10cm$)

1. a) Calcule $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$, puis donner une interprétation graphique du résultat.

   b) Calcule $\lim_{x \to +\infty} f(x)$, puis donner une interprétation graphique du résultat.

2. Démontrer que $f(a) = -\frac{1+a}{a^2} e^{-a}$

3. a) Démontre que $\forall\, x \in \,]0;+\infty[, f(x) = e^{-x} g(x)$

   b) En utilisant la partie A, détermine les variations de f.

   c) Dresser le tableau de variation de f

4. Démontre qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1 est $y = -\frac{3}{e}x + \frac{4}{e}$

5. Construire la droite (T) et la courbe © dans le plan muni du repère (O,I,J). On prendra a=2,6

Partie C

1. Soit h la fonction dérivable sur $]0;+\infty[$, et définie par : $h(x) = e^{-x} lnx$

   Démontre que h est une primitive de f sur $]0;+\infty[$,

2. Soit λ un nombre réel tel que $\lambda > 3$

   a) Calculer, en cm² et en fonction de λ l'aire A(λ) de la partie du plan comprise entre (C), (OI) et les droites d'équation : $x = 3$ et $x = \lambda$

   b) Calculer $\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$

BACCALAUREAT SESSION 2010

EXERCICE 1

Partie A

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $4z^3 - 6i\sqrt{3}z^2 - 3(3 + i\sqrt{3})z - 4 = 0$

1. **Détermine les racines carrées de $6 + 6i\sqrt{3}$**
2. **Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $2z^2 - (1 + 3i\sqrt{3})z - 4 = 0$**
3. **a) Développer, réduire et ordonner $(2z + 1)[2z^2 - (1 + 3i\sqrt{3})z - 4]$**

   b) En déduire les solutions de (E).
4. **Soit $z_0 = -\frac{1}{2}$; $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$; $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$**

Exprimer chacun des nombres complexes z_0 , z_1 et z_2 sous forme trigonométrique

Partie B

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ où l'unité est 1 cm, on considère les points M_0, M_1 et M_2 d'affixes respectives $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ et $1 + \sqrt{3}i$.

S est la similitude directe de centre O, d'angle $-\frac{\pi}{3}$ et de rapport 2.

1. **a)Déterminer l'écriture complexe de S.**

   b) Justifier que $S(M_o) = M_1$ et $S(M_1) = M_2$
2. **Soit M_n un point du plan d'affixe z_n.**

   On pose pour tout nombre entier naturel n, $M_{n+1} = S(M_n)$

   Justifier que $z_{n+1} = (1 - \sqrt{3}i)z_n$ où z_{n+1} est l'affixe de M_{n+1}.
3. **On considère la suite U_n définie par pour tout entier naturel n par $U_n = |z_n|$**

   a) Démontrer que U_n est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

   b) Justifier que la distance $OM_{12} = 2048$.

EXERCICE 2

On teste un médicament sur un ensemble d'individus ayant un taux de glycémie anormalement élevé. Pour cela, 60% des individus prennent le médicament, les autres recevant une substance neutre et l'on étudie à l'aide d'un test la baisse du taux de glycémie.

Chez les individus ayant pris le médicament, on constate une baisse de taux avec une probabilité de $0,8$. On ne constate aucune baisse de ce taux pour 90% des personnes ayant reçu la substance neutre.

1. Calculer la probabilité d'avoir une baisse de taux de glycémie sachant qu'on a pris le médicament.
2. Démontrer que la probabilité d'avoir une baisse de taux de glycémie est $0,52$.
3. On soumet au test un individu pris au hasard.

   Quelle est la probabilité qu'il ait pris le médicament sachant que l'on constate une baisse de taux de glycémie ?
4. On contrôle 5 individus au hasard.

   a) Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux personnes dont le taux de glycémie a baissé ?

   b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a baissé ?
5. On contrôle n individus pris au hasard. (n est un nombre entier non nul)

   Déterminer n pour que la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a baissé soit supérieure à $0,98$.

PROBLÈME

Partie A

Soit la fonction g dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par : $g(x) = 1 - xlnx$.

1. a) Justifier que $\forall\, x \in\ ]0;+\infty[, g'(x) = 1 + lnx$.

   b) Étudie les variations de g puis dresser son tableau de variation.

   (On ne calculera pas les limites de g).
2. En déduire que $\forall\, x \in\ ]0;+\infty[, g(x) > 0$

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = \dfrac{x}{1 + xlnx} \end{cases}$

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J). (*Unité : 4cm*)

1. a) Étudier la continuité de f en O.

   b) Étudier la dérivabilité de f en O.

c) **Démontrer qu'une équation de la tangente (T)à la courbe (C)au point O est :**

$y = x$

d) Démontrer que :

(C) est au-dessus de (T) sur $]0;1[$

(C) est au-dessous de (T) sur $]1;+\infty[$

2. **Démontrer que la droite (OI) est une asymptote à (C) en $+\infty$**
3. **a) On suppose que f est dérivable sur $]0;+\infty[$**

   Démontrer que $\forall\, x \in\ ]0;+\infty[, f'(x) = \frac{1-x}{(1+xlnx)^2}$

   b) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.
4. **Construire la droite (T) et la courbe (C) dans le plan muni du repère (O,I,J).**

Partie C

1. **a) Justifier que : $\forall\, x \in\ ]0;+\infty[,\ f(x) \leq 1$**

   b) Démontrer que : $\forall\, x \in\ [1;e],\ 1 - \frac{1}{1+x} \leq f(x)$
2. **soit A l'aire en cm² de la partie du plan limitée par (C), (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.**

   Démontrer que : $16(e-1) + 16ln\left(\frac{2}{1+e}\right) \leq A \leq 16(e-1)$.

FRATERNITÉ – JUSTICE – TRAVAIL

SUJETS DES BACCALAUREATS DU BENIN

BACCALAUREAT SESSION 2019

<u>Contexte :</u> Une démarche originale vers l'extension d'un maquis-bar.

Pour le compte du maquis-bar de M. Sokéo, une enquête a été mené pendant dix mois au sujet du nombre X de clients par mois et la recette mensuelle Y en millions de francs CFA. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-après :

x_i	1000	1500	2500	5000	4000	4500	2000	1500	3000	3500
y_i	2	3,5	5,5	11	8,5	10	4,5	3	6,5	8

Têtê, fils de Sokéo, s'intéresse à la série statistique double (X. Y), X correspondant aux valeurs de x_i et Y correspondant aux valeurs de y_i ainsi définies. Par ailleurs, Têtê offre ses services à son père pour quelques constructions mathématiques en vue de la décoration d'un autre maquis-bar en projet.

<u>Tache :</u> Tu es invité à apporter des réponses adéquates aux préoccupations de Têtê en résolvant les trois problèmes suivants :

Problème 1 :

1. **a) Représenter le nuage de points de la série double de caractère (X ; Y). (On prendra 1cm pour 1000 clients sur l'axe des abscisses et 1cm pour un million de FCFA sur l'axe des ordonnées.**

   b) Ecrire une équation cartésienne de la droite de régression de Y en X.

2. **a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire.**

   b) Interpréter ce coefficient.

Problème 2 :

Dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on considère l'équation cartésienne suivant d'inconnue z :

$(E): z^2 - (1+\sqrt{3}+2i)z + \sqrt{3} - 1 + i(1+\sqrt{3}) = 0.$

dont les solutions u et v sont les affixes respectives des points A et B tels que Re(u) > Re(v). On désigne par r la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{4}$ qui transforme A en B. Une première décoration proposée par Têtê est composée du cercle (Γ) circonscrit au triangle ABC et de son image (Γ') par r.

3. a) Calculer $(1-\sqrt{3})^2$

b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

c) Déterminer une écriture complexe de la rotation r.

4. a) Justifier que le point C a pour affixe $w = \frac{2(1-i)}{1-i\sqrt{3}}$.

b) Ecrire w sous forme exponentielle.

c) Préciser la nature du triangle ABC.

d) Construire l'image (Γ') du cercle (Γ) par la rotation r.

Problème 3 :

Une autre décoration proposée par Têtê est le domaine (Δ) délimité par les courbes représentatives (Γ_f) et (Γ_g) de deux fonctions f et g et l'axe des abscisses. La fonction f est la primitive sur $\mathbb{R}$ prenant la valeur 1 en 0 de la fonction

$x \mapsto 1 + (1 + x)e^x$

La fonction g est définie par : $g(x) = 1 - x - \frac{x}{e^x}$,

1. a) A l'aide d'un intégration par partie, justifier que $\int_0^x (1+t)e^t dt = xe^x$.

   b) Démontrer que pour tout nombres réel x, $f(x) = x + 1 + xe^x$.

2. a) Justifier que la dérivée f' de la fonction f admet un minimum que tu préciseras.

   b) Déduis-en le signe de $f'(x)$ pour tout x élément de $\mathbb{R}$.

3. Achève l'étude des variations de f.

4. Démontrer que l'équation f(x) = 0 admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α et que $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$

5. a) Etudier les branches infinies de (Γ_f).

   b) Tracer la courbe (Γ_f)

6. a) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = f(-x)$

   b) Déduis-en que (Γ_g) est l'image de (Γ_f) par une transformation que tu caractériseras.

   c) Construire (Γ_g) sur la même figure que (Γ_f)

7. a) Justifier que $\int_0^{-\alpha} g(x)dx = \int_\alpha^0 f(x)dx$.

   b) Calculer $\int_\alpha^0 f(x)dx$.

BACCALAUREAT SESSION 2018

<u>Contexte :</u> Contribution de la jeunesse à la réalisation d'un projet communautaire.

En vue de réaliser un parc d'attraction, le conseil communal de Dodji a initié un concours circonscrit aux élèves des collèges de la commune en visant recueillir leurs projets d'architecture du pars. Dossou, un élève en classe de terminale D, décide d'y participer. Il imagine un parc circulaire, traversé par une grande voie rectiligne, deux lampadaires géantes, plusieurs voies secondaires ainsi qu'une rubrique « embellissement » où il suggérait de planter une fleur dont il z lu l'extraordinaire qualité d'expansion dans une revue spécialisée.

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}, \vec{v}$), le pourtour (C) du domaine circulaire, la voie rectiligne et les deux lampadaires sont définis de la façon suivante :

Etant donné un nombre complexe z d'écriture algébrique $z = x + iy$ avec (x ; y) $\in \mathbb{R}^2$, différent de -2-3i, et en notant f(z) le nombre complexe $\frac{z-4-3i}{z+2+3i}$.

- **(C) est l'ensemble des points M d'affixe z tels que f(z) soit un nombre imaginaire.**
- **(Δ) est l'ensemble des points M d'affixe z tels que f(z) soit un nombre réel.**
- **Les deux lampadaires sont représentés par les points A et B d'affixes z_A *et* z_B tels que : $z_A = f(-2-i)$ *et* $f(z_B) = i$.**

Dossou veut formaliser son projet et y mettre un dessin de tour ce qu'il a conçu ainsi que les résultats de l'étude sur l'évolution de la fleure à planter.

<u>Tache</u> : Tu es invité (e) à répondre aux préoccupations de Dossou en résolvant les trois problèmes suivants :

Problème 1 :

1. **Déterminer z_A *et* z_B.**
2. **Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de f(z) en fonction de x et de y.**
3. **a) Démontrer que (C) est une partie d'un cercle sont tu préciseras le centre et le rayon.**
   b) Déterminer (Δ)
   c) Construire (Δ), (C) et les points A et B sur une même figure.

Problème 2 :

L'une des voies secondaires a l'allure de la courbe (Γ), représentative dans le repère (O ; $\vec{u}, \vec{v}$) de la fonction f de ℝ vers ℝ définie par :

$$\begin{cases} f(x) = (x+1)ln(x^2+2x+1), si\ x \neq -1 \\ f(-1) = 0 \end{cases}$$

Les fleurs seront initialement plantées sur le domaine délimité par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = -1 et x = 0.

4. Justifier que l'ensemble de définition de f est ℝ.
5. a) Justifier que f est continue sue ℝ.

   b) Etudier la dérivabilité de f en -1 et donner une interprétation géométrique du résultat.
6. a) Calculer $f'(x)$.

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ pour tout x élément fr ℝ - $\{-1\}$.

   c) Dresser le tableau de variation de f.
7. a) Etudier les branches infinies de la courbe (Γ).

   b) Tracer (Γ).
8. a) Justifier que la fonction F définie sur]1 ; 0] par $F(x) = \int_t^0 f(x)dx$, est continue sur]1 ; 0].

   b) Justifier que pour tout t ∈]1, 0], $F(x) = -(t+1)^2 ln(1+t) + \frac{1}{2}t(2+t)$.

   c) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} F(t)$ et justifier que cette limite est éagle à F(-1).

   d) Calculer l'aire du domaine initial sur lequel les fleurs seront plantées.

Problème 3 :

Selon les informations lues par Dossou, la surface occupée par la fleur évolues en fonction du temps. En désignant par U_n la surface occupée par la fleur après n années, n ≥ 1, la suite $(U_n)_{n\geq 1}$ est telle que : $U_{n+1} = \frac{nU_n+4}{n+1}$.

On suppose que $U_1 = \frac{1}{2}$ (unité d'aire)

1. Calculer U_2 et U_3.
2. On pose pour tout n supérieur ou égal à 1, $V_n = nU_n$.

   a) Démontrer que la suite (V_n) est une suite arithmétique dont tu préciseras la raison et le premier terme.

   b) Déduis-en V_n puis U_n en fonction de n.

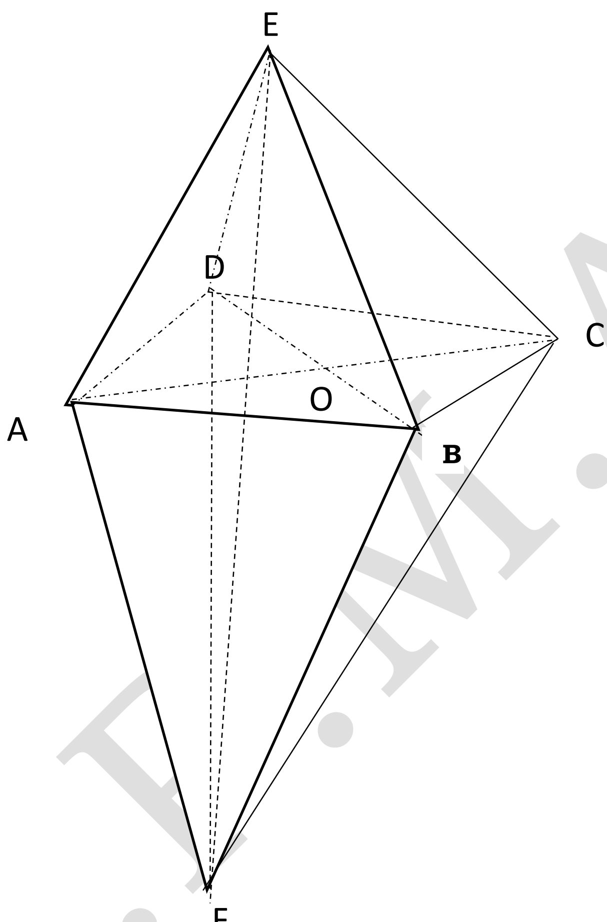
   c) Démontrer que la suite $(U_n)_{n\geq 1}$ est croissante et majorée.

11. Démontrer que l'aire du domaine occupé par la fleur au cours de son expansion a une limite que tu préciseras.

BACCALAUREAT SESSION 2017

<u>Contexte:</u> Un système d'éclairage peu ordinaire.

Tafè est un sculpteur passionné des mathématiques. Il a conçu, pour éclairer son salon, un lampadaire représenté par le solide (S) suivant:



Le solide (S) est tel que:

•Le quadrilatère ABCD est un carré de centre O. •La droite (EF) est perpendiculaire au plan (ABS) en O.

•OA = OB = OE = 1 et OF = 2 OE, l'unité de longueur étant 2 dm.

•La face FBC a été décorée avec des configurations planes.

•Deux ampoules ont été placées en des endroits qui sont assimilés aux points H et K projetés orthogonaux de A respectivement sur le plan (FBC) et sur (ED). Vidaho, fils de Tafè, a été toujours émerveillé par le lampadaire. À présent qu'il est en classe terminale scientifique, il veut utiliser ses connaissances pour étudier certaines informations reçues de son père et qui ont servi à sa conception. Afin de connaître certaines caractéristiques

du lampadaire, Vidaho a supposé que l'espace est muni du repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE})$.

Tâche : Tu es invité(e) à trouver des réponses aux préoccupations de Vidaho en résolvant les trois problèmes ci-après.

Problème 1:

1. Détermine dans le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE})$les coordonnées des points C, D et F.
2. a) Démontre que le plan (FCB) a pour équation cartésienne $2x-2y+z+2=0$.
   b) Détermine une représentation paramétrique de la droite passant par A et perpendiculaire au plan (FCD).
   c) Détermine les coordonnées du point H.
3. a) Détermine une équation du plan(P) passant par A et perpendiculaire à la droite (DE).
   b) Détermine les coordonnées du point K.
   c) Calcule la distance KH.
4. Calcule le volume du solide (S).

Problème 2:

La configuration représentée dans le plan (FBC) a été obtenue à partir de la courbe représentative (Cf) dans un repère orthonormé, de la fonction f de R vers R définie par:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{1}{x - \ln x} + \dfrac{\ln x}{x}, x \neq 0. \\ f(0) = 0. \end{cases}$$

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par: $g(x) = x - \ln x$.

5. a) Etudie le sens de variation de g.
   b) Déduis-en que pour tout x élément de$]o;+\infty[$, on a $g(x) \geq 1$.
6. Soit D_f l'ensemble de définition de f.
   a) En utilisant la question 5)b. démontre que $D_f = [0;1[\cup]1;+\infty[$.
   b) Justifie que f est continue sur chacun des intervalles $[0;1[$ et $]1;+\infty[$.
   c) Etudie la dérivabilité de f à droite en 0 et donne une interprétation géométrique du résultat.
   d) Détermine les limites de f aux bornes de D_f.

7. Sur le dessin ci-après, on a représenté la courbe (Γ) de la fonction dérivée f' de f, et son

asymptote d'équation $x = 1$.

À partir de la courbe (Γ).

a) Justifie que l'équation f '(x) = 0 admet dans $]0;1[\cup]1;+\infty[$ deux solutions α et β avec $\alpha < \beta$. b) Détermine le signe de f '(x)pour x élément de$]0;1[\cup]1;+\infty[$.

8. Détermine le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

9. Etudie les branches infinies de la courbe(C_f) puis trace (C_f).

Problème 3:

L'installation électrique à l'intérieur du lampadaire est configurée pour qu'au déclenchement de l'interrupteur pour l'allumer, les deux ampoules A_1 et A_2 qui s'y trouvent puissent être allumées ou éteintes, et cela indépendamment l'une de l'autre. Après de nombreuses observations, Vidaho a pu établir que la probabilité pour que l'ampoule A_1 s'allume est 0,8 alors que la probabilité pour que l'ampoule A_2 s'allume est 0,6.

10. Détermine la probabilité pour qu'à un déclenchement donné de l'interrupteur pour allumer le lampadaire:

a) une et une seule des deux ampoules soit allumée;

b) les deux ampoules soient simultanément allumées.

11. Pendant le réveillon de la saint-Sylvestre, l'interrupteur a été déclenché n fois pour allumer le lampadaire, n étantunentiernaturelsupérieurà1.

a) Détermine la probabilité pn pour qu'à chaque fois les ampoules soient allumées.

b) Détermine le plus petit entier naturel n tel que $p_n < 0{,}01$.

BACCALAUREAT SESSION 2016

<u>Texte:</u> **Plaisirs partagés d'une retraite bien préparée.**

En vue de garantir une retraite paisible à ses clients fonctionnaires, IDEALBANK offre à ces derniers un service d'épargne consistant à ouvrir un compte et à y faire annuellement de nouveaux versements pendant au moins dix ans, sans aucun retrait durant cette période. Le taux d'intérêt appliqué par cette banque et les différents montants déposés chaque année dans le compte sont tels que si U_n etU_{n+1} représentent, en millions de francs, les montants dans le compte respectivement au 1er janvier de la n^e et au 1er janvier de la (n+1)^e année, on a : $U_{n+1} = \frac{6(U_n+3)}{2U_n+15}$. On définit ainsi une suite numérique (U_n) n ∈ N.

Monsieur OWOLAGBA fonctionnaire devant être admis à la retraite le 1er janvier 2016 a souscrit à ce service d'épargne de IDEALBANK par ouverture d'un compte avec un premier dépôt de 3 millions de francs CFA effectué le 1er janvier 2005. Lors de la cérémonie de réception organisée en son honneur le 1er janvier 2016, monsieur OWOLAGBA a reçu de ses collègues et amis plusieurs cadeaux dont un objet en verre et une tenue traditionnelle sur laquelle a été réalisée une décoration artistique suivant une configuration très particulière. Monsieur OWOLAGBA veut se faire une idée de son avoir dans le compte au 1er janvier 2016. Par ailleurs, son frère Tony élève en classe terminale scientifique, impressionné par les cadeaux, se propose d'étudier certaines propriétés de l'objet en verre et de reproduire la configuration représentée sur la tenue traditionnelle.

<u>Tâche:</u> **Tu es invité (e) à répondre aux préoccupations de monsieur OWOLAGBA et de Tony en résolvant les trois problèmes ci-après.**

Problème 1:

1. Justifie que $U_1 = 3$ puis calcule U_2 et U_3.

2. Démontre que la suite $(V_n)_{n \in N}$ définie pour tout entier naturel non nul n par:

$V_n = \frac{U_n-6}{2U_n+3}$ est une suite géométrique de raison $\frac{4}{9}$et dont tu préciseras le premier terme.

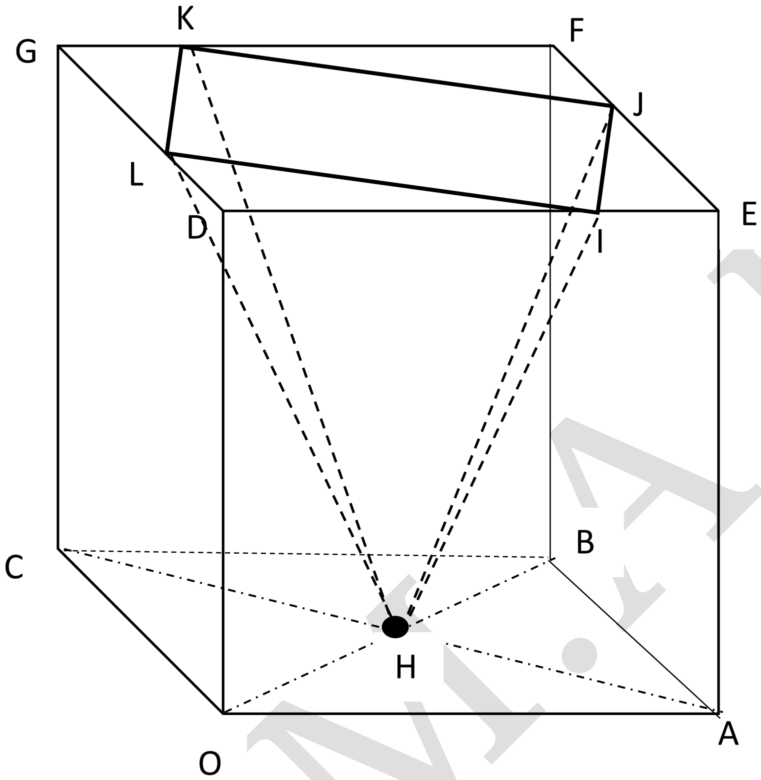
3. a) Exprime V_n, puis U_n en fonction de n.

b) Calcule la limite de la suite $(U_n)_{n \in N}$

4. Détermine, en fonction de francs CFA, le montant du compte au1er janvier2016

Problème 2:

Le cadeau en verre reçu par monsieur OWOLAGBA est modélisé par un cube OABCDEFG comme l'indique la figure ci-après:



I, J, K et L sont les milieux respectifs des arêtes [DE],[EF],[FG]et[GD]. H est le centre du carré OABC. La partie matérialisée par la pyramide HIJKL est creuse et porte sur la face HJK une décoration. L'isobarycentre P des points H, I et L se projette orthogonalement sur le plan (HJK) en un point N considéré comme un point très important de la pyramide dans l'Egypte de l'ère des pharaons. On munit l'espace du repère orthonormé direct (O, $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$).

5. Détermine les coordonnées des points H, I, J, K et L.

6. a) Détermine la nature du quadrilatère IJKL.

b) Calcule l'aire du triangle HJK

c) Calcule le volume de la partie creuse.

Déduis-en le volume de la partie restante du cube.

7. a) Justifie que l'on a : $P\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

b) Démontre qu'une équation cartésienne du plan (HJK) est $2x+2y-z-2=0$.

c) Détermine une représentation paramétrique de la droite passant par P et perpendiculaire au plan HJK

d) Détermine les coordonnées du point N.

Problème 3:

La configuration représentée sur la tenue traditionnelle est modélisée par une portion de la courbe (Γ) dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ de la fonction f de R vers R définie par $f(x)=ln|g(x)|$ où g est la solution de l'équation différentielle (E) : $y''-3y'+2y=0$ qui vérifie $g(0)=-1$ et $g'(0)=0$.

8. a) Résous l'équation différentielle (E).

   b) Justifie que pour tout nombre réel x, $g(x)= e^{2x} - 2^{ex}$

   c) Etudie le signe de g(x) pour tout $x \in R$.

9. Soit D l'ensemble de définition de f.

   a) Justifie que $D =]-\infty; \ln2[\cup]\ln2;+\infty[$

   b) Etudie les limites de f aux bornes de D.

10. Démontre que l'on a:

    a) pour tout x élément de $]-\infty ; \ln2[$, $f(x) = x + \ln2 + \ln\left(1 - \frac{1}{2}e^{x}\right)$

    b) pour tout x élément de $]\ln2;+\infty[$, $f(x) = 2x + \ln(1-2e^{-x})$.

11. Justifie que la courbe (Γ) admet trois asymptotes que tu préciseras.

12. a) Etudie le sens de variations de f.

    b) Dresse le tableau des variations de f.

    c) Trace la courbe(Γ).

BACCALAUREAT SESSION 2015

<u>Texte:</u> Préparatifs pour le festival de Kari

Gounou est un artisan qui compte réaliser et exposer ses tableaux à l'occasion du festival des arts et de la culture de la commune de Kari. Pour réduire le coût de réalisation d'un tableau, il doit se rendre chez au moins deux fournisseurs pour négocier le prix du matériel. La probabilité pour que la négociation réussisse avec un fournisseur est 0,7. Gounou décide de fabriquer des tableaux luxueux inédits dont la vente pourrait faire grimper son chiffre d'affaires. Ce type de tableau contiendra des lignes courbes sur lesquelles seront minutieusement disposés des cristaux de marbre et de petites pièces de bois vernis. Pour l'acquisition du matériel nécessaire à la réalisation de ces tableaux, Gounou a dû négocier le prix, de façon indépendante, avec cinq fournisseurs. Bio, fils de Gounou et élève en classe terminale scientifique, s'interroge sur les chances de son père de réussir les négociations en vue de se procurer le matériel de de travail. Il désire par ailleurs représenter les points et les lignes courbes des tableaux.

<u>Tâche :</u> Tu es invité (e) à aider Bio à trouver une réponse à ses préoccupations en résolvant les trois problèmes suivants:

Problème 1:

1. Calcule la probabilité pour que Gounou réussisse exactement trois négociations sur les cinq.

2. Détermine la loi de probabilité de la variable aléatoire X qui prend pour valeur le nombre de négociations réussies sur les cinq.

3. Déterminelaprobabilitépourque Gounouréussissetouteslescinqnégociations avec les fournisseurs.

Problème 2:

Six petites pièces de bois sont représentées par les points A, B, C, D, E et F. Les points A, B et C sont les images des solutions dans C de l'équation:

(H): $z^3 + (-6 + 5i)z^2 + (9 - 12i)z + 6 + 13i = 0$. Dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O\ ; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$,les points D, E et F sont les images respectives des points A, B et C par la similitude plane directe s d'écriture complexe $z' = iz + 1 + i$.

4. a) Démontre que l'équation (H) admet une solution imaginaire pure. Tu prendras le point A comme image de cette solution.

b) Résous dans C l'équation (H). Tu désigneras par B et C les images des autres solutions telles que OB < OC.

5. a) Détermine l'affixe du point E.

b) Précise la nature du triangle DEF.

Problème 3 :

L'une des lignes courbes est une portion de la représentation graphique C, dans le plan P de la fonction f de R vers R définie par : $\begin{cases} f(x) = x + \ln(-x)\,, si\ x < 0. \\ f(x) = 1 + u(x), si\ x \geq 0. \end{cases}$

Où u est la solution de l'équation différentielle (E): y''+ 2y'+ y = 0, qui vérifie les conditions u(0) = −1 et u'(0) = 2.

6. Justifie que: u(x) = (x − 1)e^{-x} pour tout x élément de R.

7. a) Détermine l'ensemble de définition D_f de f.

b) Calcule les limites de f en−∞ et en+∞.

c) Étudie la continuité de f en 0.

8. a) Prouve que f est dérivable à droite en 0 puis précise la demi-tangente à la courbe(C) à droite en son point d'abscisse 0.

b) Détermine f '(x) pour x appartenant à chacun des intervalles]−∞;0[et]0;+∞[, puis étudie son signe suivant les valeurs de x.

c) Dresse le tableau des variations de f.

9. a) Étudie les branches infinies de(C).

b) Construis la courbe(C).

10. Une autre ligne courbe du tableau est la représentation graphique (C_0) déduite de celle de la fonction g de I vers J définie par : g(x) = f (x), où I =]−∞;−1] et J = f (I).

a) Détermine J.

b) Justifie que g est une bijection.

c) Étudie la dérivabilité de la bijection réciproque g^{-1} sur J.

d) La courbe (C_0) est en réalité celle de g^{-1}. Représente l'allure de (C_0) dans le même repère que (C).

BACCALAUREAT SESSION 2014

<u>Texte:</u> A la découverte d'un livre de mathématiques

En visite dans une librairie, Julien, un élève de la classe terminale D, a acheté un livre de mathématiques. Sur la couverture de cet ouvrage on trouve :

– deux cercles(C_1) et (C_2),

– un repère orthonormé direct : (O;(O ; $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}$) et trois points A(0;−1); B($\sqrt{3}$;1) et C($-2\sqrt{3}$; 2) sur le cercle C_1.

– le polynôme $P(z) = z^3 + (\sqrt{3} - 2i)z^2 + (-5 + i\sqrt{3})z - 8i$ écrit à l'intérieur du cercle (C_1)

– (C_2) = s(C_1), s(A) = B et s(B) = C avec s une similitude plane directe.

– une courbe (Γ) représentative d'une fonction numérique f . Une fois à la maison, Julien se préoccupe des liens qui existent entre certaines des indications de la couverte ainsi qu'à un exercice sur un dé de forme tétraédrique dessiné également sur la couverture.

<u>Tâche :</u> Tu es invité (e) à répondre aux préoccupations de Julien en résolvant les trois problèmes suivants.

Problème 1:

1. a) Justifie que: $P(z) = (z + i)\,(z^2 + (\sqrt{3} - 3i)z - 8)$.

b) Résous dans C l'équation P(z) = 0.

c) Existe-il une relation entre P(z) et d'autres éléments de la couverture du livre?

2. a) Place les points A, B et C.

b) Démontre que le triangle ABC est rectangle.

c) Précise le centre et le rayon de(C_1).

3. a) Détermine l'écriture complexe de la similitude s.

b) Détermine les éléments caractéristiques de s.

c) Détermine le centre et le rayon de(C_2).

4. Trace(C_1) et (C_2) sur la même figure.

Problème 2:

Les quatre faces du dé de forme tétraédrique sont numérotées de 1 à 4. Ce dé est supposé pipé de sorte qu'il existe un nombre réel positif k tel que la probabilité p(i) pour que la face portant le numéro i soit cachée est ki.

5. Prouve que : $k = \frac{1}{10}$.

6. On lance une fois ce dé et on désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur la somme des numéros visibles.

a) Détermine la loi de probabilité de X.

b) Détermine puis représente la fonction de répartition F de X.

7. On lance cinq fois de suite ce dé, de façons indépendantes. Détermine la probabilité pour que l'évènement << X est pair >> se réalise au moins une fois.

Problème 3 :

La fonction numérique f est définie pour tout nombre réel x >0 par $f(x) = x(a(lnx)^2 + blnx + c)$ avec a, b et c des nombres réels.

8. a) Pour tout x > 0calcule f' (x)

b) Détermine a, b et c sachant que f (e) = 0, f'(e) = 0 et $f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = \frac{9}{4\sqrt{e}}$; e étant le nombre réel tel que : lne = 1.

9. Dans la suite du problème on suppose que f est définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x((lnx)^2 - 2lnx + 1), si\ x > 0. \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

a) Démontre que $\lim_{x\to 0^+} x(lnx)^2 = 0$

b) Démontre que f est continue sur [0;+∞[.

c) Etudie la dérivabilité de f à droite en 0 et donne une interprétation géométrique du résultat.

d) Justifie que pour tout réel x > 0,on a : $f'(x) = (lnx - 1)(lnx + 1)$.

10. a) Etudie le sens de variations de f.

b) Calcule la limite de f en +∞.

c) Dresse le tableau des variations de f.

11. a) Calcule $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et donne une interprétation géométrique du résultat.

b) Trace la courbe (Γ).

12. a) Calcule, en utilisant une intégration par parties, l'intégrale $\int_{\frac{1}{e}}^{e} xlnx\,dx$ puis $\int_{\frac{1}{e}}^{e} x(lnx)^2dx$

b) Calcule l'aire du domaine délimité par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{e}$ $et\ x = e$.

<u>Texte:</u> Le jardin botanique de Tatapia

Le village de Tatapia dispose d'un jardin botanique où l'on retrouve plusieurs espèces de plantes médicinales dont une en voie de disparition. A l'intérieur du jardin se trouve un plan d'eau qui sert à arroser les plantes. Le jardin occupe un domaine ayant la forme d'un quadrilatère ABCD. Lors d'une visite dans le jardin de Tatapia, Prima, élève en classe terminale de la série D, a voulu connaître le nombre d'espèce de plantes médicinales disponibles et celui de plants de l'espèce en voie de disparition. Le gérant du jardin lui a tendu un document dans lequel on peut lire:

«−L'unité de longueur est 50 mètres, et dans un repère orthonormé direct $(O\ ;\vec{u};\ \vec{v})$, les affixes respectives z_A, z_B et z_C des sommets A,B,C sont les solutions de l'équation d'inconnues complexe z,

$z^3 - (3 + 5i)z^2 + 14iz + 22 + 6i = 0$

avec $Re(z_A) < Re(z_B) < Re(z_C)$

–Le sommet D est l'image de C par la similitude plane directe S de centre B qui transforme A en C ;

−L'espace en voie de disparition se trouve sur les 2 3 de la terre ferme à raison de 100 plants par hectare.»

<u>Tâche :</u> Tu es invité à résoudre les problèmes ci-après, afin de trouver des solutions aux préoccupations de Prima.

Problème 1:

1. a) Calcule $(2 - 6i)^2$.

b) Résous dans C l'équation: $z^2 - 4(1 + i)z + 8 + 14i = 0$.

2. a) Justifier que $-1+ i$ **est une racine du polynôme:**

$P(z) = z^3 - (3 + 5i)z^2 + 14iz + 22 + 6i = 0$

b) Démontre que $z_A = -1 + i$, $z_B = 1 + 5i$ **et** $z_C = 3 - i$.

3. a) Prouve que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.

b) Calcule, en hectares, l'aire A de la portion ABC du jardin.

4. a) Détermine l'écriture complexe de la similitude S.

b) Détermine l'affixe de sommet D.

5. Démontre que l'aire du domaine occupé par le jardin botanique de Tatapia est égale à $3\mathcal{A}$.

Problème 2:

Exprimé en centaines d'unités, le nombre total d'espèces est la limite de la suite définie par : $\begin{Bmatrix} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = h(U_n) si\ n \geq 0 \end{Bmatrix}$ où h est la fonction numérique définie sur : I = [1;2] par : $h(x) = \frac{3x-1}{x+1}$

6. a) Étudie le sens de variation de h.

b) Démontre que pour tout x ∈ I, h(x) ∈ I.

c) Déduis-en que pour tout n ∈ N, $U_n \in$ I.

7. a) Démontre que la suite $(U_n)_{n\in N}$ est strictement décroissante.

b) Déduis-en que la suite $(U_n)_{n\in N}$ est convergente.

8. Détermine le nombre total d'espèces de plantes médicinales disponibles dans le jardin botanique de Tatapia.

Problème 3:

Pour aider Prima à trouver l'aire de la terre ferme, le gérant du jardin lui a fourni les informations complémentaires suivantes, obtenues après une étude topographique du jardin:

− L'aire de tout le domaine est estimée à 7,5ha;

− Sur le dessin du jardin, réalisé à une échelle de 1 5000, le plan d'eau matérialise la portion du plan délimitée par les axes de coordonnées d'un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$), la droite d'équation x =1et la courbe représentative (C),dans le repère, de la fonction f de R vers R définie par: $f(x) = (4x^3 - 2x^2 + 2x + 1)e^{-2x}$.

9. a) Détermine l'ensemble de définition D_f de f.

b) Calcule les limites de f au voisinage de −∞ et de +∞.

10. a) Soit f 0 la fonction dérivée de f. Démontre que pour tout x élément de D_f, $f'(x) = -8x(x-1)^2e^{-2x}$.

b) Étudie le sens de variation de f.

c) Dresse le tableau des variations de f.

11. a) Étudie les branches infinies de la courbe (C).

b) Construis la courbe (C), l'unité graphique étant le centimètre.

12. Soit F la fonction définie sur R par : $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{-2x}$ où a, b, c et d sont des nombres réels.

a) Détermine les nombres a, b, c, d pour que F soit une primitive sur R de f.

b) Détermine, en hectares l'aire du plan d'eau.

13. Détermine le nombre de plants de l'espèce en voie de disparition.

BACCALAUREAT SESSION 2012

<u>Contexte:</u>

Un motocycliste assimilable à un point G est en mouvement rectiligne uniformément accéléré. Sur la grande voie empruntée, sont disposées de grandes plaques planes matérialisant des plans. l'espace E étant muni d'un repère orthonormé direct (O. $\overrightarrow{e_1}$; $\overrightarrow{e_2}$; $\overrightarrow{e_3}$) une des plaques (R) contient les points A(1;0;3),B(2;2;0) et C(1;1;2). En un temps t_1, le mobile G est un point h(1;1;0) et au temps t_2, il est au point F(2;0;1), $t_1 \neq t_2$.

Voyant le motocycliste à vive allure, un passant se pose des questions:

"A cette allure, le motocycliste ne risque-t-il pas de percuter une des plaques?"

"Pourrai-je alors joindre à temps les sapeurs-pompiers? Et seront-ils à temps sur les lieux?"

<u>Tâche :</u> Tu es invité(e) à répondre aux préoccupations du passant en résolvant les trois problèmes suivants :

Problème 1:

1. Détermine une équation cartésienne du plan(P)matérialisé par la plaque (R).

2. Justifie que la trajectoire du mobile G est représentée par la droite (Δ) de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{c} x = \alpha + 1 \\ y = \alpha - 1; (\alpha \in \mathbb{R}) \\ z = \alpha \end{array}\right\}$

3. Justifie que la droite (Δ) et le plan (P) sont perpendiculaires.

4. Détermine les coordonnées du point K où se produira éventuellement le choc entre le mobile G et la plaque matérialisant le plan (P).

5. Calcule la distance à parcourir par le mobile G depuis l'instant t_1 jusqu'au moment du choc éventuel.

Problème 2:

Le choc s'est effectivement produit et a provoqué un incendie dont le passant a été témoin. Le passant dispose de 5 numéros des sapeurs-pompiers mais ce jour-là, 3 des numéros étaient hors service. Le passant a composé au hasard un des numéros. Les sapeurs-pompiers ont parcouru une distance d (en dizaine de kilomètres) avant d'atteindre les lieux de l'accident. Le plan complexe étant muni du repère orthonormé direct (O ; $\overrightarrow{e_1}$; $\overrightarrow{e_2}$).

• L'ensemble (Γ) des points M d'affixe z telle que $\frac{z}{2+iz}$ soit un nombre réel est un cercle (C) privé d'un point; par ailleurs la distance d est le rayon du cercle C.

• L'angle de tir des jets d'eau ayant servi à éteindre l'incendie est celui de la similitude plane directe s laissant invariant O et transformant le point I d'affixe 2i en le point J d'affixe $-2+2i$.

6. Calcule la probabilité pour que l'appel du passant tombe sur un numéro en service:

a) au premier essai.

b) au second essai sachant qu'il n'a pas repris le premier numéro essayé.

7. Détermine:

a) l'écriture complexe de s.

b) l'ensemble Γ.

8. Calcule:

a) l'angle de tir.

b) la distance d.

Problème 3:

Pour se rendre sur les lieux, les sapeurs-pompiers doivent suivre un trajet matérialisant la courbe représentative (C_f) de la fonction: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \to ln|x^2 - 3x + 2|$ dans le repère$(o;\ \vec{i};\ \vec{j})$

9. a) Justifie que l'ensemble de définition de f est $R - \{1;2\}$.

b) Étudie les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

(c) Étudie le sens de variation de f.

(d) Dresse le tableau de variation de f.

10. (a) Étudie les branches infinies de la courbe(C_f)

(b) Construis(C_f).

BACCALAUREAT SESSION 2011

Contexte :

La société OLUWA s'occupe de la vente de portables G.S.M. A l'approche des fêtes de fin d'année, elle décide d'organiser une tombola et d'embellir sa boutique. Le chargé de marketing fait construire, en plexiglas transparent, un solide en forme de pyramide ABCD destiné à contenir deux types de portables de dernière génération.

Il choisit, en outre, de Il choisit en outre de réaliser réaliserdesdécorationslumineusesenformedeportionsdecourbesetdeplaceruneampouleàl'intérieur de la pyramide pour l'illuminer. La pyramide ABCD est telle que :

• ABCD est un carré

•la droite (AE) est perpendiculaire au plan (ABC)

• AB = AD = AE = 1m Le solide est séparé en deux compartiments par le plan P par le milieu I du segment [ED] et les points A et C. L'ampoule est placé au point S; intersection du plan P et de la droite (∆) d'équations cartésiennes $x - 1 = -y + \frac{1}{6} = z - \frac{5}{6}$ dans l'espace muni du repère orthonormé direct $(A\ ; \overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{AD};\ \overrightarrow{AE})$. En visite en ville lors des fêtes, Firmin, un élève de terminale D, est émerveillé par les décorations de la boutique. Il y reconnaît certaines configurations étudiées en classe.

Tâche : **Tu vas résoudre les trois problèmes ci-après pour te rendre compte des concepts mathématiques qui se cachent derrière les différentes décorations.**

Problème 1:

1. Détermine dans le repère $(A;\ \overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{AD};\ \overrightarrow{AE})$ les coordonnées des points D, C et I.

2. Justifie que le plan P a pour équation x – y z = 0

3. Déduis-en les coordonnées du point S.

4. Calcule l'aire de la surface de séparation.

5. a) Calcule le volume du compartiment en forme de tétraèdre ACDI.

b) Déduis-en le volume du second compartiment.

Problème 2:

Cinq motos constituent les lots à gagner. Firmin joue cinq fois à la tombola. On suppose qu'il y a indépendance entre deux jeux quelconques et que la probabilité pour que Firmin gagne une moto lors d'un jeu est 0,1.

6. Détermine la probabilité pour que Firmin:

a) ne gagne aucune moto;

b) gagne au moins une moto;

c) gagne exactement trois motos.

7. Soit X lavariablealéatoirequiprendpourvaleurlenombredemotosgagnéesparFirmin.

a) Détermine la loi de probabilité de X.

b) Détermine l'espérance mathématique E(X) et l'écart-type σ(X) de X.

Problème 3:

Le décorateur décide de donner aux décorations lumineuses l'allure des courbes (Γ_m) représentatives des fonctions f_m de R vers R dernies par :

$f_m(x) = (2x+m)\ln(x^2+mx-3)\ avec\ m \in [0;2]$ **et** $f_m(x) \geq 0$

On te propose d'étudier ces courbes pour m = 0 et pour m = 2.On note (Γ_0) la courbe de f_0 et (Γ_2) la courbe de f_2 dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$)

8. a) En posant $J_m =]-\infty; \frac{-m-\sqrt{m^2+12}}{2}[$ et $J'_m =]\frac{-m+\sqrt{m^2+12}}{2};+\infty[$ prouve que D_m de f_m est $J_m \cap J'_m$.

b) Prouve que f_m est une fonction dérivable et détermine sa fonction dérivée f'_m.

9. Etudie les limites de f_0 au bornes de D_0 et celles de f_2 aux bornes de D_2.

10. a) Etudie le sens de variation de $f'_0\ puis\ celui\ de\ f'_2$

b) Précise le signe de chacun des nombres $f'_0(-3)$; $f'_0(3)$; $f'_2(-1-2\sqrt{3})$; $f'_2(-1+2\sqrt{3})$ et dresse le tableau des variations de chacune des fonctions f_0 et f_2.

11. a) Justifier que l'équation $f_0(x) = 4$admet une solution unique α dans l'intervalle $[[-4;-\sqrt{3}[$

b) Justifier que l'équation $f_2(x) = 4$ admet une solution unique β dans l'intervalle $[-4;-3[$.

c) Résous dans R les équations : $f_0(x) = 0$ et $f_2(x) = 0$ et construis les courbes (Γ_0) et (Γ_2) dans le plan rapporté repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

12. On projette de calculer l'aire d'une partie de la décoration dans le cas où la hauteur du mur est de 4 unités. On prend α = −1,82 et α = −3,14.

a) On pose:

$E_m = (x^2 + mx - 3)[\ln(x^2 + mx - 3) - 1]$

Justifie que E_m est une primitive de fm sur chacun des intervalles J_m et J'_m.

b) i. Calcule l'aire de la partie du plan définie par: $\begin{cases} 0 < y < f_2(x) \\ -3,14 < x < \beta \end{cases}$

ii. Calcule l'aire de la partie du plan définie par : $\begin{cases} 0 \leq y \leq f_0(x) \\ -2 \leq x \leq \alpha \end{cases}$

BACCALAUREAT SESSION 2010

Contexte: **Le meilleur dessinateur.**

Sélectionné pour représenter le BENIN au concours international de dessin (CID), qui a eu lieu à Paris en France, Yori a remporté le premier prix avec le dessin d'une maison TATA composée de quatre cases reliées par un mur de base circulaire. Les expositions de dessins pour le CID ont eu lieu dans la Pyramide du Louvre, grande hall ayant la forme d'une pyramide régulière SABCD de base ABCD et dont les faces latérales sont entièrement en verre. Yori a ramené, sur la pyramide de Louvre, des informations qui peuvent se traduire comme suit : Dans un repère orthonormé direct (Ω ; $\vec{e_1}$; $\vec{e_2}$; $\vec{e_3}$) de l'espace orienté pour lequel l'unité de longueur est égale à11mètres:

• les sommets A, B, C ont pour coordonnées: A(1;2;3),B(−1;0;4);C(1;−1;6)

• l'une des faces latérales est contenue dans le plan (P) d'équation: $11x - 10y + 2z + 3 = 0$,

• le sommet S appartient à l'ensemble(E) des points M de l'espace tels que:
$\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right) \wedge \vec{\mu} = \left(\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DM}\right) \wedge \vec{\mu}$ où $\vec{\mu} = \vec{e}_1 - 2\vec{e_2} - 2\vec{e_3}$

Alassane, jeune frère de Yori et élève dans une classe de terminale scientifique; se propose d'utiliser ces informations pour déterminer la quantité de verre ayant servi à couvrir la Pyramide du Louvre; mais il est surtout intéressé par la valeur du prix remporté par Yori.

Tâche : **tu es invité(e) à trouver des solutions aux préoccupations de Alassane en résolvant les trois problèmes suivants:**

Problème 1:

1. Quelle est, en mètres, la longueur du côté de la base de la Pyramide du Louvre ?

2. a) Détermine les coordonnées du point D.

b) Détermine les coordonnées de l'isobarycentre G des points A,B,C et D.

3. a) Démontre que l'ensemble (E) est la droite passant par le point H, milieu du segment [AC], et dirigée par le vecteur $\vec{\mu}$

b) Écris une représentation paramétrique de(E).

4. Démontre qu'on a : $S(\frac{1}{3}; \frac{11}{6}; \frac{35}{6})$

5. a) Calcule en mètres la hauteur de la Pyramide du Louvre.

b) Calcule, en mètres carrés, l'aire de la surface latérale de la Pyramide du Louvre.

Problème 2:

Alassane a représenté dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (R ; $\vec{v}$; $\vec{w}$), les points de contact K,L, M, N des quatre cases avec la base circulaire (Γ) du mur. Les affixes des points K, L et M sont les solutions de l'équation P(z) = 0 où $P(z) = z^3 + (5-2i)z^2 + (4-22i)z + 20 - 60i$ avec $z \in \mathbb{C}$.

6. Démontre que P(z) admet une racine réelle α que tu détermineras.

7. Détermine un polynôme Q(z) tel que: $\forall z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z-\alpha)Q(z)$.

8. a) Calcule:$(4 + 6i)^2$.

b) Résous l'équation $z^2 - 2iz + 4 - 12i = 0$ dans C.

c) Résous l'équation P(z) = 0 dans C.

9. En réalité les points de contact K, L, M et N des quatre cases avec la base circulaire du mur ont respectivement pour affixes: $z_1 = 2 + 4i$, $z_2 = -2 - 2i$, $z_3 = -5$ et $z_4 = -1 + 6i$.

a) Démontre que KLMN est un rectangle.

b) Détermine une équation cartésienne de (Γ).

c) Représente (Γ).

Problème 3:

La valeur correspondant au premier prix du CID est, en dizaines de milliers d'euros, de la limite de la suite (μn) définie par: $\left\{\begin{array}{l} \mu_0 = 2 \\ \mu_{n+1} = f(\mu_n) \end{array}; n \geq 0.\right\}$

Où f est la fonction numérique définie sur R par : $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2x + 3)e^{-x}$. Soit g la fonction numérique définie sur R par: $g(x) = 1 - (x^2 + 1)e^{-x}$

10. Étudie le sens de variation de g.

11. Calcule g(0) et déduis-en le signe de g.

12. Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

13. a) Démontre que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$

b) Dresse le tableau des variations de f.

14. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), on désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f .

a) Étudie les branches infinies de(C).

b) Construis la courbe (C) et trace la droite (Δ) d'équation y = x.

15. Soit h la fonction numérique définie sur R par $h(x) = f(x) - x$. Démontre que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α vérifiant $2 < \alpha < 3$

16. Démontre que, pour tout $x \in [2; 3]$, $f(x) \in [2;3]$.

17. a) Démontre que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\mu_n \in [2;3]$.

b) Prouve que la suite (μn) est strictement croissante.

c) Déduis-en que la suite (μ_n) est convergente.

18. Justifie que le prix remporté par Yori au CID dépasse 20.000 Euros.

DIEU – LA PATRIE – LE ROI

SUJETS DES BACCALAUREATS DU MAROC

BACCALAUREAT SESSION 2019

Exercice 1 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points A (1 ; 2 ; 2), B (3 ; -1 ; 6) et C (1 ; 1 ; 3).

1. a) Vérifier que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$

b) En déduire que $x - 2y - 2z + 7 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

2. Soient les points E (5 ; 1 ; 4) et F (-1 ; 1 ; 12) et (S) l'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{MF} = 0$

Montrer que (S) est la sphère de centre Ω (2 ; 1 ; 8) et de rayon $R = 5$.

3. a) Calculer d (Ω ; (ABC)) distance du point Ω au plan (ABC).

b) En déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (Γ) de rayon $r = 4$.

Exercice 2 :

1. a) Résoudre dans l'ensemble ℂ des nombres complexes l'équation $z^2 - 3z + 3 = 0$.

b) On pose : $a = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$; écrire a sous forme trigonométrique

2. On considère le nombre complexe $b = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$; vérifier que $b^2 = i$.

3. On pose : $h = \cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}$; montrer que : $h^4 + 1 = a$

4. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère le point B d'affixe b et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Soit C l'affixe du point C image du point B par la rotation R. Montrer que : $c = ib$.

b) En déduire la nature du triangle OBC.

Exercice 3 :

Une urne contient une boule rouge, deux boules blanches et trois boules noires indiscernables au toucher.

On tire au hasard successivement et avec remise trois boules de l'urne.

Soient les évènements suivants :

A :'' les trois boules tirées sont de même couleur''

B :'' il n'y a aucune boule blanche parmi les boules tirées.''

C :’’ il y a exactement deux boules blanches parmi les boules tirées.’’

1. Montrer que $p(A) = \frac{1}{6}$ et $p(B) = \frac{8}{27}$

2. Calculer p(C).

Problème :

Première partie :

Soit la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ *par* : $f(x) = 2 + 8\left(\frac{x-2}{x}\right)^2 e^{x-4}$

(C) la courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\,)$ (unité : 1 cm).

1. a) Vérifier que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$ et interpréter le résultat géométriquement.

b) Vérifier que $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$ et interpréter le résultat géométriquement.

2. a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b) Montrer que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction l’axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$

3. a) Montrer que : $f(x) = 8\frac{(x-2)(x^2-2x+4)}{x^3}e^{x-4}$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$

b) Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$; $x^2 - 2x + 4 > 0$

c) Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $]0\,;2[$ et strictement croissante sur chacun des intervalles $]-\infty\,;0[$ et $[2\,;\,+\infty[$.

d) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$

4. Construire la courbe (C) dans le repère orthonormé $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},)$.

5. a) Vérifier que la fonction H : $x \mapsto \frac{1}{x}e^{x-4}$ est une primitive de la fonction

h : $x \mapsto \frac{x-1}{x^2}e^{x-4}$ Sur $[0\,;2]$

b) Vérifier que $f(x) = 2 + 8e^{x-4} - 32\,\frac{x-1}{x^2}e^{x-4}$ pour tout x *de* $\mathbb{R}^*$

c) Calculer l’intégrale $\int_2^4 e^{x-4}\,dx$

d) Calculer en cm² l’aire du domaine plan limité par (C), l’axe des abscisses et les droites d’équations $x = 2$ et $x = 4$

Deuxième partie :

1. On considère la fonction numérique g définie sur $[2\,;4]$ par :

$$g(x) = 8(x-2)e^{x-4} - x^2$$

a) **Calculer g(4)**

b) **Vérifier que pour tout x de $[2\,;4]$; $g(x) = -(x-4)^2 e^{x-4} + x^2(e^{x-4} - 1)$**

c) **Vérifier que pour tout x de l'intervalle $[2\,;4]$, $e^{x-4} - 1 \leq 0$ puis en déduire que pour tout x de l'intervalle $[2\,;4]$; $g(x) \leq 0$**

2. a) Vérifier que pour x de l'intervalle $[2\,;4]$; $f(x) - x = \left(\frac{x-2}{x}\right) g(x)$

b) En déduire que pour x de l'intervalle $[2\,;4]$; $f(x) \leq x$

3. Soit (U_n) la suite numérique définie par : $U_0 = 4$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

a) Montrer par récurrence que $2 \leq U_n \leq 4$ pour tout n de $\mathbb{N}$

b) Démontrer la monotonie de la suite (U_n) et en déduire qu'elle est convergente.

c) Calculer la limite de la suite (U_n).

BACCALAUREAT SESSION 2018

Exercice 1 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$, on considère la sphère (S) de centre Ω (2 ; 1 ; 2) et de rayon égale à 3 et le plan (P) passant par le point A (-1 ; 0 ; 3) et $\vec{U}$ (4 ; 0 ; -3) est un vecteur normal à (P).

1. Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$ est une équation cartésienne de la sphère (S).
2. Vérifier que $4x - 3z + 13 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P)
3. a) Vérifier que $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et orthogonale à (P)

   b) Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (P).

   4. a) Calculer d (Ω, (P)).

   b) Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera.

Exercice 2 :

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$
2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\ \vec{u},\ \vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a = \sqrt{2}(1 - i)$ et la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

   a) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe a.

   b) Vérifier que l'affixe du point B image du point A par la rotation R est :

   $$b = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$$

3. a) On considère le point C d'affixe $c = 1 + i$. Montrer que $b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$.

   b) Soit t la translation du vecteur $\overrightarrow{OC}$ et D l'image de B par la translation T.

   Montrer que $OD = |b + c|$

   c) En déduire que $OD \times BC = 2\sqrt{3}$.

Exercice 3 :

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges portant chacune le nombre 1, 3 boules rouges portant chacune le nombre 2 et 6 boules vertes portant chacune le nombre 2.

On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne, et on considère les évènements suivants :

A : '' les deux boules tirées portent le même nombre''

B : ''les deux boules tirées sont de couleurs différentes''

C : '' les deux boules tirées portent deux nombres dont la somme est égale à 3.''

1. Montrer que $p(A) = \frac{13}{22}$ et $p(B) = \frac{6}{11}$ puis calculer $p(C)$

2. a) Montrer que $p(A \cap B) = \frac{3}{11}$

b) Les deux évènements A et B sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.

3. Sachant que l'évènement B est réalisé, calculer la probabilité de tirer deux boules portant le même nombre.

Exercice 4 :

1. a) Montrer que la fonction $H : x \mapsto xe^x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto (x+1)e^x$ sur $\mathbb{R}$

b) En déduire que $\int_0^1 (x+1)e^x dx = e$

2. a) A l'aide d'une intégration par partie, calculer $\int_0^1 (x+1)e^x dx$

Problème :

A) Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par : $g(x) = x^3 - 1 - 2\ln^2 x + 2\ln x$

Le tableau ci-dessous est le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

1. Calculer g(1)
2. Déterminer, à partir de ce tableau, le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]0\,;\,1]$ et $[1,+\infty[$

B) On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$.

1. a) Vérifier que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

c) Dresser la position relative de la droite (D) et la courbe (C).

2. Montrer que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ et interpréter le résultat géométriquement.

3. a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$

b) Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]0\,;\,1]$ et croissante sur l'intervalle $[1,+\infty[$

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$

4. Construire dans le repère orthonormé $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$, la droite (D) et la courbe (C) (unité : 1cm)

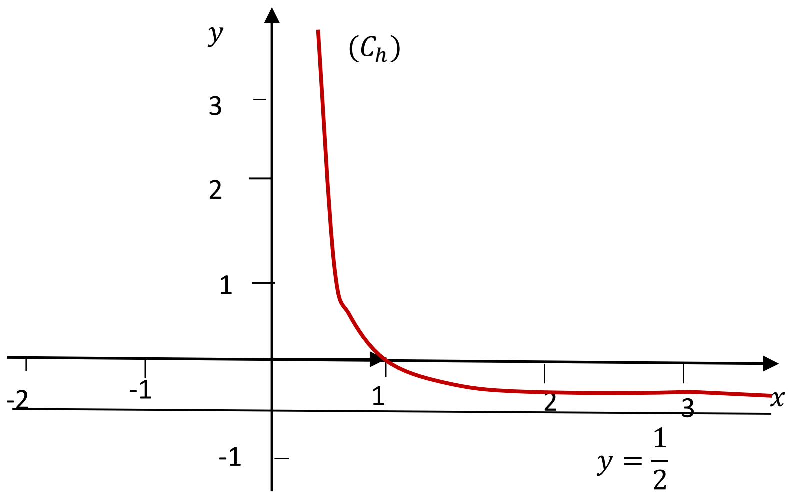
C) On considère la fonction numérique h définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $h(x) = f(x) - x$

1) a) Vérifier que $h(1) = 0$

b) Dans la figure ci-dessous, (C_h) est la représentation graphique de la fonction h.

Déterminer le signe de $h(x)$ sur chacun des intervalles $]0\,;\,1]$ et $[1,+\infty[$ puis en déduire que :

$f(x) \leq x$ pour tout x de l'intervalle $[1,+\infty[$



2. On considère la suite numérique (U_n) définie par : $U_0 = e$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
   a) Montrer par récurrence que $1 \leq U_n \leq e$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
   b) Montrer que la suite (U_n) est croissante.

(On pourra utiliser le résultat de la question C) 1. b))

3. En déduire que la suite (U_n) est convergente et déterminer sa limite.

BACCALAUREAT SESSION 2017

Exercice 1 :

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k})$. On considère la sphère (S) d'équation :

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 1 = 0$ et le plan (P) d'équation : $y - z = 0$.

1. a) Montrer que le centre de la sphère (S) est le point Ω (1 ; 1 ; 1) et son rayon est 2.

b) Calculer *d* (Ω, (P)) et en déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C)

c) Déterminer le centre et le rayon de (C).

2. Soit (Δ) la droite passant par le point A (1, -2, 2) et orthogonale au plan (P).

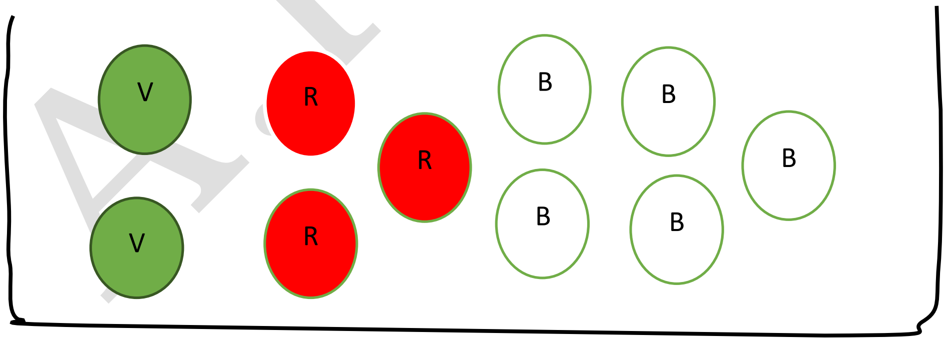
a) Montrer que $\vec{u}(0, 1, -1)$ est un vecteur directeur de la droite (Δ).

b) Montrer que $\|\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2}\|\vec{u}\|$ et end déduire que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points.

c) Déterminer les coordonnées de chacun des deux points de contact de la droite (Δ) et la sphère (S).

Exercice 2 :

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher : cinq boules blanches, trois boules rouges et deux boules vertes (voir figure ci-dessous)



On tire au hasard et simultanément quatre boules de l'urne.

1. Soit A l'évènement ‘’ Parmi les quatre boules tirées, il y'a une seule boule verte seulement ’’ et B l'évènement ‘’ Parmi les quatre boules tirées, il y'a exactement trois boules de même couleur’’.

Montrons que $p(A) = \frac{8}{15}$ et $p(B) = \frac{19}{70}$

2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules vertes tirées.

a) Montrer que $p(X = 2) = \frac{2}{15}$

   b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et montrer que l'espérance mathématique est égale à $\frac{4}{5}$.

Exercice 3 :

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + 4z + 8 = 0$
2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que :

$a = -2 + 2i$, $b = 4 - 4i$ et $c = 4 + 8i$

a) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M'image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Montrer que : $z' = -iz - 4$

b) Vérifier que le point B est l'image du point C par la rotation R et en déduire la nature du triangle ABC.

3. Soit ω l'affixe du point Ω $[BC]$.

a) Montrer que $|c - \omega| = 6$

b) Montrer que l'ensemble des points m d'affixe z tel que $|z - \omega| = 6$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 4 :

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 17$ et $U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + 12$ pour tout entier naturel n

1. a) montrer par récurrence que : $U_n > 16$ pour tout entier naturel n

   b) Montrer que la suite (U_n) est décroissante et en déduire qu'elle est convergente.

2. Soit (V_n) la suite numérique tel que : $V_n = U_n - 16$ pour tout entier naturel n.

a) montrer que (V_n) est une suite géométrique.

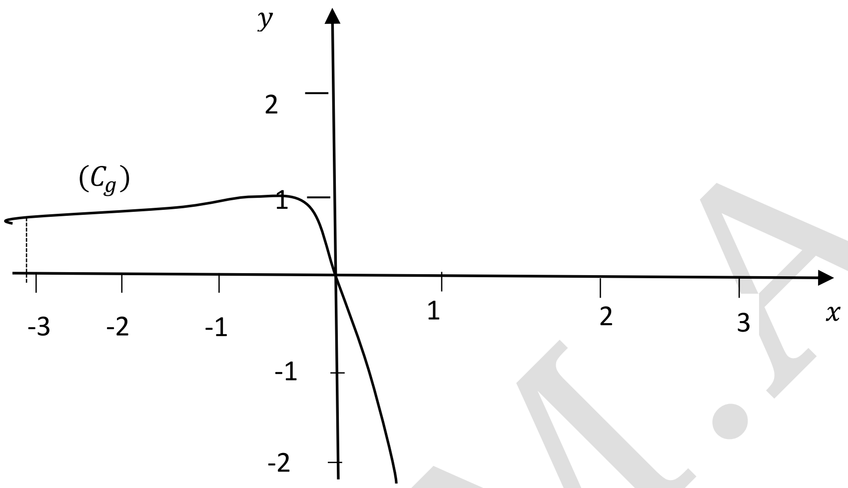
b) Montrer que $U_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ pour tout entier n puis déterminer la limite de la suite (U_n)

c) Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $U_n < 16{,}001$.

Problème :

I) Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$

1. Vérifier que : $g(0) = 0$
2. A partir de la représentation graphique de la fonction g (voir figure ci-dessous). Montrer que: $g(x) \geq 0$ pour tout $x \epsilon]-\infty, 0]$ et que $g(x) \leq 0$ pour tout $x \epsilon [0, +\infty[$



II) On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 1 - (x^2+1)e^x$

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm).

1. a) Vérifier que : $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$ pour tout réel x puis en déduire que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Calculer $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x+1)]$ et en déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$.

c) Montrer que la courbe (C_f) est au-dessous de la droite (D).

2. a) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

$\left(\text{on pourra écrire } f(x) \text{ sous la forme } x\left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x}\right)e^x\right]\right)$

b) Montrer que la courbe (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique dont on précisera la direction.

3. a) Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout réel x.

b) Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\infty, 0]$ et décroissante sur l'intervalle $[0, +\infty[$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$

c) Montrer que la courbe (C_f) possède deux points d'inflexion d'abscisses -3 et -1.

4. Construire, dans le même repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la droite (D) et la courbe (C_f).
(on prendra $f(-3) \approx -2,5$ et $f(-1) \approx -0,7$)

5. a) Vérifier que la fonction H : $x \longmapsto (x-1)e^x$ est une fonction primitive de la fonction h : $x \longmapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$ puis montrer que :

$$\int_{-1}^{0} x\, e^x dx = \frac{2}{e} - 1$$

b) Montrer à l'aide d'une intégration par parties, que :

$$\int_{-1}^{0} (x^2+1)\, e^x dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right)$$

c) Calculer, en cm², l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), la droite (D), l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = -1$.

BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1 :

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 2$ **et** $U_{n+1} = \frac{1}{16}U_n + \frac{15}{16}$ **pour tout entier naturel n** $\in \mathbb{N}$

1. a) Montrer par récurrence que $U_n > 1$ pour tout entier naturel n $\in \mathbb{N}$

b) Verifier que : $U_{n+1} - U_n = -\frac{15}{16}(U_n - 1)$ puis montrer que la suite (U_n) est décroissante

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente.

2. Soit (V_n) la suite numérique telle que $V_n = U_n - 1$ pour tout entier naturel n $\in \mathbb{N}$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{16}$ et exprimer V_n en fonction de n.

b) Montrer que $U_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ pour n $\in \mathbb{N}$, puis déterminer la limite de la suite (U_n)

Exercice 2 :

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$, les deux points : A (1, 3, 4) et B (0, 1, 2).

1. a) Montrer que $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

b) Montrer que $2x + 2y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB).

2. Soit (S) la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z = 0$.

Montrer que le centre de la sphère (S) est le point Ω (3, -3, 3) et son rayon est 5.

3. a) Montrer que le plan (OAB) est tangent à la sphère (S).

b) Déterminer les coordonnées de H point de contact du plan (OAB) et la sphère (S).

Exercice 3 :

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 41 = 0$

2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{u},\ \vec{v})$, les points A, B, C et Ω d'affixes respectives a, b, c et ω tel que :

$a = 4 + 5i$, $b = 3 + 4i$ et $c = 6 + 7i$ et $\omega = 4 + 7i$

a) Calculer $\frac{c-b}{a-b}$ et en déduire que les points A, B et C sont alignés.

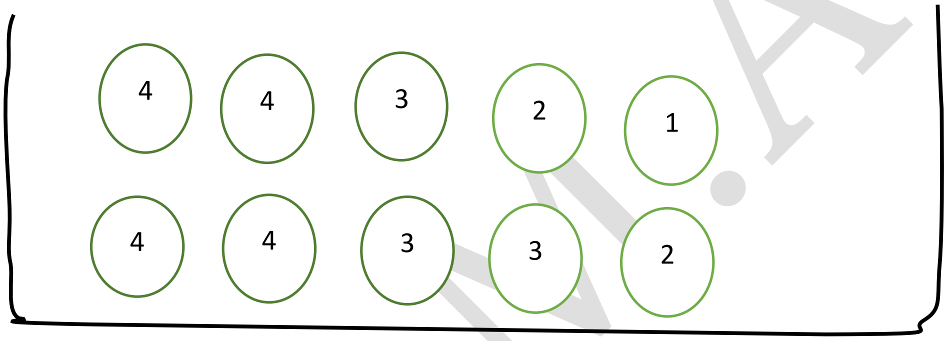
b) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M'image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. Montrer que : $z' = -iz - 3 + 11i$

c) Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner une forme trigonométrique du nombre :

$$\frac{a-\omega}{c-\omega}$$

Exercice 4 :

Une urne contient 10 boules portant les nombres : 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4 (les boules sont indiscernables au toucher).



On considère l'épreuve suivante : On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1. **Soit l'évènement A : ‘’ les deux boules tirées portent deux nombres pairs’’.**

   Montrer que $p(A) = \frac{1}{3}$

2. **On répète l'épreuve précédente trois fois en remettant à chaque fois les deux boules tirées dans l'urne.**

Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois où l'évènement A est réalisé.

Montrer que $p(X = 1) = \frac{4}{9}$ **puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X**

Problème :

I . Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ **par :**

$$g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2\ln x$$

Le tableau ci-dessous est le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$

1. **Calculer g(1)**
2. **Déduire à partir du tableau de variation que :**

$g(x) > 0$ **pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$**

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

II. On considère la fonction numérique f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$f(x) = 3 - 3x + 2(x+1)\ln x$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O,\ \vec{i},\ \vec{j})$ (unité : 2 cm).

1. Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^>} f(x) = -\infty$ et donner une interpretation géométrique à ce

ce résultat

2. a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

(pour calculer cette limite on pourra décrire $f(x)$sous la forme :)

$f(x) = x\left[\frac{3}{x} - 3 + 2\left(1 + \frac{1}{x}\right)\ln x\right])$

b) Montrer que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$

3. a) Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$

b) En déduire que la fonction fa est strictement croissante sur $]0\,;\,+\infty[$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$

4. a) Montrer que I (1, 0) est un point d'inflexion de la courbe (C).

b) Montrer que $y = x - 1$ est une équation cartésienne de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point I.

c) Tracer dans le même repère orthonormé $(O,\ \vec{i},\ \vec{j})$, la droite (T) et la courbe (C).

5. a) Montrer que $\displaystyle\int_1^2 \left(1 + \frac{x}{2}\right) dx = \frac{7}{4}$

b) En utilisant une intégration par parties, montrer que :

$$\int_{1}^{2}(x+1)\ln x dx = 4\ln 2 - \frac{7}{4}$$

c) Calculer, en cm², l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équation : $x = 1$ et $x = 2$

6. Résoudre graphiquement l'inéquation :

$$(x+1)\ln x \geq \frac{3}{2}(x-1) \text{ pour } x$$

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1 :

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 4$ **et** $U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 3$ **pour tout entier naturel** $n \in \mathbb{N}$

1. **Montrer par récurrence que $U_n < 5$ pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$**
2. **Verifier que : $U_{n+1} - U_n = \frac{3}{5}(5 - U_n)$ et en déduire que la suite (U_n) est croissante.**
3. **En déduire que la suite (U_n) est convergente.**
4. **Soit (V_n) la suite numérique telle que $V_n = 5 - U_n$ pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$.**

a) Montrer que(V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$ et exprimer V_n en fonction de n.

b) En déduire que $U_n = 5 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, puis calculer la limite de la suite (U_n)

Exercice 2 :

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$, le plan (P) d'équation : $2x - z - 2 = 0$ et la sphère (S) d'équation :

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2z - 7 = 0$

1. **Montrer que le centre de la sphère (S) est le point Ω (-1, 0, 1) et son rayon est 3.**
2. **a) Calculer la distance du point Ω au plan (P).**

   b) En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (T).
3. **Montrer que le rayon du cercle (T) est 2 et déterminer les coordonnées du point H centre du centre (T).**

Exercice 3 :

1. **a) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 32 = 0$**

   b) On considère le nombre complexe a tel que : $a = 4 + 4i$

Ecrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique puis en déduire que a^{12} est un nombre réel négatif.

2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tels que :

$a = 4 + 4i, b = 2 + 3i$ et $c = 3 + 4i$

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M'image de M par la rotation R de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a) Montrer que : $z' = iz + 7 + i$

b) Vérifier que d l'affixe du point D image du point A par la rotation R est $3 + 5i$.

c) Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tel que :

$|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ est la droite (BC).

Exercice 4 :

Une urne contient 5 jetons : deux jetons blancs, deux verts et un rouge (les jetons sont indiscernables au toucher).

On tire au hasard successivement et avec remise trois jetons de l'urne.

1. Soit l'évènement A : ''les trois jetons tirés sont de même couleur.''

Montrer que $p(A) = \frac{17}{125}$

2. Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de jeton(s) blanc(s) tirée.

Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 5 :

I . Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par : $g(x) = 1 - x + x\ln x$.

1. a) Montrer que $g'(x) = \ln x$ pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$

b) Montrer que la fonction g est décroissante sur $]0,\ 1]$ et croissante sur $[1, +\infty[$.

2. Calculer g(1) et en déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$

II. On considère la fonction numérique f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{2\ln x}{x}$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité : 1 cm).

1. Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^>} f(x) = -\infty$ et donner une interpretation géométrique à ce résultat

$\left(\textbf{pour calculer } \lim\limits_{x\to 0^>} f(x) \textbf{ remarquer que } f(x) = \dfrac{3x^2-1-2x\ln x}{x^2} \quad \forall x \in \left]0\,;\,+\infty\right[\right)$

2. **Montrer que** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ **et en déduire la branche infinie de la courbe (C) au voisinage de** $+\infty$

3. a) **Montrer que** $f'(x) = \dfrac{2g(x)}{x^3}$ **pour tout** x **de** $]0\,;\,+\infty[$

b) Interpréter géométriquement le résultat $f'(1) = 0$

c) Montrer que la fonction f **est croissante sur** $]0\,;\,+\infty[$

4. Tracer, dans le repère orthonormé $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$**, la courbe (C).**

(On admettra que la courbe (C) possède deux points d'inflexion tels que 1 est l'abscisse de l'un de ces deux points et l'abscisse de l'autre est comprise entre 2 et 2,5 et on prendra $f(0,3) = 0$**).**

5. a) **Montrer que** $\displaystyle\int_1^e \frac{2\ln x}{x}dx = 1$

b) Calculer, en cm², l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équation $x = 1$ **et** $x = e$

6. Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ **par :**

$h(x) = 3 - \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{\ln(x^2)}{|x|}$.

a) **Montrer que la fonction h est paire et que** $h(x) = f(x)$ **pour tout** x **de** $]0\,;\,+\infty[$

b) **Tracer, dans le même repère orthonormé** $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$**, la courbe (C') représentant la fonction h.**

BACCALAUREAT SESSION 2014

Exercice 1 :

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$, le point A (0 ; 0 ; 1), le plan (P) d'équation $2x + y - 2z - 7 = 0$ et la sphère (S) de centre Ω (0 ; 3 ; -2) et de rayon3.

1. a) Montrer que $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point et perpendiculaire au plan (P).

b) Vérifier que H (2, 1, -1) est le point d'intersection du plan (P) et de la droite (Δ).

2. a) Montrer que $\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u} = 3(\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k})$ où $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$

b) Montrer que la distance du point Ω à la droite (Δ) est égale à 3.

c) En déduire que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) et vérifier que H est le point de contact de la droite (Δ) et de la sphère (S).

Exercice 2 :

On considère la suite numérique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par :

$$U_1 = 5 \text{ et } U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{1 + U_n} \text{ pour tout entier naturel } n \in \mathbb{N}^*$$

1. Montrer par récurrence que $U_n > 2$ pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}^*$

2. On considère la suite numérique $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par :

$$V_n = \frac{3}{U_n - 2} \text{ pour tout entier naturel } n \in \mathbb{N}^*$$

a) Montrer que $V_{n+1} = \dfrac{1 + U_n}{U_n - 2}$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$ et montrer que la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est arithmétique de raison 1.

b) Exprimer V_n en fonction de n et en déduire que : $U_n = 2 + \dfrac{3}{n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$

c) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

Exercice 3 :

Pour déterminer les deux questions d'un examen oral dans un concours de recrutement, le candidat tire au hasard, successivement et sans remise, deux cartes d'une urne

contenant 10 cartes : huit cartes concernant les mathématiques et deux cartes concernant la langue française (on suppose que les cartes sont indiscernables au toucher).

1. On considère l'évènement A : ''Tirer deux cartes concernant la langue française'' et B :''Tirer deux cartes concernant deux manières différentes''.

Montrer que $p(A) = \frac{1}{45}$ et que $p(B) = \frac{16}{45}$

2. Soit X la variable aléatoire qui est à chaque tirage associe le nombre de cartes tirées concernant la langue française.
   a) Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0, 1 et 2.
   b) Montrer que $p(X = 0) = \frac{28}{45}$ puis donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X

Exercice 4 :

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4z + 5 = 0$
2. On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e_1}, \vec{e}_2)$, les points A, B, C, D et Ω d'affixes respectives :

   $a = 2 + i,\ b = 2 - i,\ c = i, d = -i\ et\ w = 1$

a) Montrer que : $\frac{a - w}{b - w} = i$.

b) En déduire que le triangle ΩAB est rectangle et isocèle en Ω.

3. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M'image de M par la rotation R de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$
   a) Montrer que : $z' = iz + 1 - i$
   b) Vérifier que $R(A) = C$ et $R(D) = B$
   c) Montrer que les points A, B, C et D appartiennent au même cercle dont on déterminera le centre.

Exercice 5 :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (xe^x - 1)e^x$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité : 2 cm).

1. Montrer que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ et donner une interpretation géométrique à ce résultat

2. a) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ *et* $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

b) En déduire que la courbe (C) admet, au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont on précisera la direction.

3. a) Montrer que : $f'(x) = e^x(e^x - 1 + 2xe^x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et vérifier que $f'(0) = 0$

b) Montrer que $e^x - 1 \geq 0$ pour tout x de $[0, +\infty[$ et que $e^x - 1 \leq 0$ pour tout x de $]-\infty, 0]$

c) Montrer que la fonction f est croissante sur $[0, +\infty[$ et qu'elle est décroissante sur $]-\infty, 0]$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$

4. a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0, +\infty[$ et que :

$\frac{1}{2} < \alpha < 1.$ $\left(\text{on admettra que } \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}} < 1\right)$

b) Construire, dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la courbe (C). (on admettra que la courbe (C) possède un seul point d'inflexion qu'on ne demande pas de déterminer).

5. Montrer à l'aide d'une intégration par parties, que :

$$\int_0^{\frac{1}{2}} xe^{2x}\, dx = \frac{1}{4}$$

6. Calculer, en cm², l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$

d) Tracer, dans le même repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la courbe (C') représentant la fonction h.

BACCALAUREAT SESSION 2013

Exercice 1 :

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$, le point A (0, 0, 1), B (1, 1, 1) et C (2, 1, 2) et la sphère (S) de centre Ω (1, -1, 0) et de rayon $\sqrt{3}$.

1. Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ est une équation cartésienne de la sphère (S) et vérifier que le point A appartient à la sphère (S).
2. a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ et en déduire que $x - y - z + 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

b) Calculer d (Ω, (ABC)) puis en déduire que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) en A.

3. Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC).
   a) Démontrer que $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ).
   b) En déduire les coordonnées des deux points d'intersection de la droite (Δ) et la sphère (S).

Exercice 2 :

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 25 = 0$
2. On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{u},\ v)$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tels que :
   $a = 4 + 3i,\ b = 4 - 3i$ *et* $c = 10 + 3i$ et la translation T de vecteur $\overrightarrow{BC}$

a) Montrer que l'affixe du point D image du point A par la translation T est : $d = 10 + 9i$

b) Vérifier que : $\dfrac{b-a}{d-a} = -\dfrac{1}{2}(1+i)$ puis écrire le nombre $-\dfrac{1}{2}(1+i)$ sous une forme Trigonométrique.

c) Montrer que : $\left(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}\right) = \dfrac{5\pi}{4}\ [2\pi]$

Exercice 3 :

On considère la suite numérique $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par :

$U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}$ pour tout entier naturel n de $\mathbb{N}$

1. Vérifier que : $U_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}(U_n - 1)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

2. a) Montrer par récurrence que $U_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

b) Montrer que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est décroissante.

c) En déduire que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est convergente.

3. Soit (V_n) la suite numérique telle *que* : $V_n = U_n - 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et exprimer V_n en fonction de n.

b) En déduire que $U_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (U_n)

Exercice 4 :

Un sac contient 9 jetons indiscernables au toucher : quatre jetons blancs, trois jetons noirs et deux jetons verts.

On tire au hasard, simultanément, trois jetons du sac.

1. Soient les deux évènements suivants : A ‘‘ Tirer trois jetons de même couleur’’ et B’’ Tirer trois jetons de couleurs différentes deux à deux’’.

   Montrer que $p(A) = \frac{5}{84}$ et que $p(B) = \frac{2}{7}$

2. Soit X la variable aléatoire qui est à chaque tirage associe le nombre de jetons noirs tirés.

   a) Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0, 1, 2 et 3.

   b) Montrer que $p(X = 2) = \frac{3}{14}$ et $p(X = 1) = \frac{15}{28}$

c) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 5 :

On considère la fonction numérique g définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par :

$g(x) = x^2 - x - \ln x$

I. a) vérifier que $2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

b) Montrer que $g'(x) = \dfrac{2x^2 - x - 1}{x}$ pour tout x de $[0, +\infty[$ et en déduire que la fonction g est décroissante sur l'intervalle$]0, 1]$ et qu'elle est croissante sur l'intervalle$[1, +\infty[$

1. Montrer que $g(x) \geq 0$ pour tout x de $]0, +\infty[$

(Remarquer que g (1) =0).

II. On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par :

$f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité : 1 cm).

1. a) Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^>} f(x) = -\infty$ et donner une interpretation géométrique à ce résultat

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$.

$$\left(\text{remarquer que } f(x) = x^2\left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2\right)\right)$$

c) En déduire que la courbe (C) admet, au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont on précisera la direction.

2. a) Montrer que : $f'(x) = 2\left(\dfrac{x^2 - \ln x}{x}\right)$ pour tout x *de* $]0, +\infty[$

b) Vérifier que $\dfrac{g(x)}{x} + 1 = \dfrac{x^2 - \ln x}{x}$ pour tout x *de* $]0, +\infty[$ et en déduire que la fonction f est croissante sur$]0, +\infty[$.

3. a) Montrer que $y = 2x - 2$ est une équation cartésienne de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point A (1, 0).

b) Construire dans le même repère$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la droite (T) et la courbe (C).

(On admettra que A est le seul point d'inflexion de la courbe (C)).

4. a) Vérifier que H : $x \mapsto x(\ln x - 1)$ est une fonction primitive de la fonction h : : $x \mapsto \ln x$ sur $]0, +\infty[$

Montrons que : $\displaystyle\int_1^e \ln x \, dx = 1$.

b) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $\displaystyle\int_1^e (\ln x)^2 \, dx = e - 2$.

c) Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$ est égale à $\frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8)cm^2$.

BACCALAUREAT SESSION 2012

Exercice 1 :

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$, le point A (-3, 0, 0), B (0, 0, -3) et C (0, 2, -2) et la sphère (S) de centre Ω (1, 1, 1) et de rayon 3.

1. a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ et en déduire que $2x - y + 2z + 6 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

b) Calculer *d* (Ω, (ABC)) puis en déduire que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S).

2. Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC).

a) Démontrer que $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (D).

b) Démontrer que le triplet de coordonnées de H point de contact du plan (ABC) et la sphère (S) est (-1, 2, -1).

Exercice 2 :

On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{u},\ v)$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tels que: $a = 2 - i,\ b = 6 - 7i$ et $c = 8 + 3i$.

1. a) Montrer que : $\dfrac{c-a}{b-a} = i$

b) En déduire que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.

2. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M'image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

a) Vérifier que l'affixe du point Ω est $w = 7 - 2i$

b) Montrer que : $z' = -iz + 9 + 5i$

c) Montrer que le point C est l'image du point A par la rotation R.

Exercice 3 :

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \dfrac{4U_n + 3}{3U_n + 4}$ pour tout entier naturel n de $\mathbb{N}$

1. Montrer par récurrence que $U_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2. On pose : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

a) Vérifier que : $1 - V_n = \dfrac{2}{U_n + 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et en déduire que $1 - V_n > 0$

b) Montrer que : $U_n = \dfrac{1 + V_n}{1 - V_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

3. a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{7}$ et exprimer V_n en fonction de n.

b) Montrer que $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = 0$ et en déduire la limite de la suite (U_n).

Exercice 4 :

Une urne contient cinq boules rouges, quatre boules blanches et trois boules vertes (les boules sont indiscernables au toucher).

On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne.

1. Montrer que la probabilité de tirer trois boules rouges est $\dfrac{1}{7}$
2. Montrer que la probabilité de tirer trois boules de même couleur est $\dfrac{3}{44}$
3. Montrer que la probabilité de tirer une boules rouge est $\dfrac{37}{44}$

Exercice 5 :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1. Montrer que : $f(-x) = -f(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et en déduire que le point O est centre de Symétrie de la courbe (C).

2. vérifier que : $f(x) = x + 1 - \dfrac{2}{e^x + 1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

(Il est préférable d'utiliser cette expression de $f(x)$ pour traiter les questions qui suivent).

3. a) Montrer que $f'(x) = 1 + \dfrac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$ $\forall\, x$ de $\mathbb{R}$ et vérifier que : $f'(0) = \dfrac{3}{2}$

b) Montrer que la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.

c) Montrer que $y = \dfrac{3}{2}x$ est une équation cartésienne de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point O

4. a) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

b) Calculer $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x+1)]$ et en déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$

c) Montrer que la courbe (C) est au-dessous de la droite (D).

5. Construire les deux droites (D) et (T) et la courbe (C).

(On rappelle que O est un centre de symétrie de la courbe (C)).

6. a) Montrer que la fonction H : $x \longmapsto x - \ln(e^x + 1)$ est une fonction primitive de la fonction h :

$$x \longmapsto \frac{1}{e^x + 1} \text{ sur } \mathbb{R}$$

b) En déduire que $\int_0^{ln2} \frac{1}{e^x + 1} \ln x dx = \ln 4 - \ln 3$

c) Calculer, en cm², l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 2$.

BACCALAUREAT SESSION 2011

Exercice 1 :

1. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - 2x - 3 = 0$.

   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$

Exercice 2 :

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 6z + 18 = 0$
2. On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, v)$, les points A et B d'affixes respectives: $a = 3 + 3i$ et $b = 3 - 3i$.
   a) Ecrire sous forme trigonométrique chacun des deux nombres complexes a et b.
   b) Montrer que b' l'affixe du point B' image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ est 6.

   c) Montrer que : $\frac{b - b'}{a - b'} = i$ puis en déduire que le triangle $AB'B$ est rectangle isocele en B'.

d) Déduire de ce qui précède que le quadrilatère OAB'B est un carré.

Exercice 3 :

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{6U_n}{1 + 15U_n}$ pour tout entier naturel n de $\mathbb{N}$

1. a) Vérifier que : $U_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{U_n - \frac{1}{3}}{15U_n + 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

   b) Montrer par récurrence que : $U_n > \frac{1}{3}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

2. On considère la suite numérique (V_n) définie par :

$V_n = 1 - \frac{1}{3U_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $1/6$ puis exprimer V_n en fonction de n.

3. Montrer que $U_n = \dfrac{1}{3-2\left(\frac{1}{6}\right)^n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et en déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

Exercice 4 :

I. On considère la fonction numérique g définie sur $I =]0, +\infty[$ par :
$g(x) = x - 1 + \ln x$

1. a) Montrer que $g'(x) = \dfrac{x+1}{x}$ pour tout x de I

b) Montrer que la fonction g est croissante sur I

2. En déduire que $g(x) \geq 0$ sur $[1, +\infty[$ et que $g(x) \leq 0$ sur $]0, 1]$

(Remarquer que g (1) =0).

II. On considère la fonction numérique f définie sur I par : $f(x) = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)\ln x$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1 cm).

1. a) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^>} f(x) = +\infty$ et donner une interpretation géométrique à ce résultat

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$.

$\left(\text{remarquer que } \dfrac{f(x)}{x} = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)\dfrac{\ln x}{x}\right)$ pour tout x de I)

c) En déduire que la courbe (C) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on précisera la direction.

2. a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ pour tout x de I

b) En déduire que la fonction f est croissante sur $[1, +\infty[$ et décroissante sur $]0, 1]$

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur I.

3. Construire (C) (on admettra que la courbe (C) possède un seul point d'inflexion d'abscisse comprise entre 1,5 et 2).

4. a) Montrer que H : $x \longmapsto \dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ est une fonction primitive de la fonction

h : $x \longmapsto \dfrac{\ln x}{x}$ sur I

b) Montrer que $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x}dx = \frac{1}{2}$

c) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $\int_{1}^{e} \ln x \, dx = 1$

5. a) Vérifier que $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$ pour tout x de I

b) **Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = e$ est égale à 0,5 cm².**

BACCALAUREAT SESSION 2010

Exercice 1 :

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k})$, le point A (0, -2, 0), B (1, 1, -4) et C (0, 1, -4) et la sphère (S) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$.

1. Montrer que le centre de la sphère (S) est le point Ω (1, 2, 3) et son rayon est 5.
2. a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 4\vec{\jmath} + 3\vec{k}$ et en déduire que $4y + 3z + 8 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

b) Calculer d (Ω, (ABC)) puis en déduire que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S).

3. Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC).

   a) Démontrer que $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ).

   b) Démontrer que le triplet de coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (ABC) est (1, -2, 0).

   c) Vérifier que H est le point de contact du plan (ABC) et la sphère (S).

Exercice 2 :

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes ℂ l'équation : $z^2 - 8z + 64 = 0$
2. On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\ \vec{u},\ v)$, les points A, B, et C d'affixes respectives: $a = 8i$, $b = 4\sqrt{3} - 4i$ et $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$.

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M'image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{4\pi}{3}$

a) Montrer que : $z' = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$

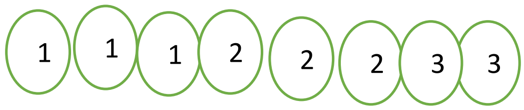
b) Vérifier que le point B est l'image du point A par la rotation R

c) Montrer que $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ puis écrire le nombre $\frac{a-b}{c-b}$ sous forme trigonometrique.

d) En déduire que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 3 :

Une urne contient 8 boules rouges portant les nombres (Les boules sont indiscernables au toucher).



On tire au hasard, successivement et sans remise, deux boules de l'urne.

1. Soit A l'évènement :'' tirer deux boules portant le nombre 2''

Montrer que : $p(A) = \dfrac{3}{28}$ et que $p(B) = \dfrac{13}{28}$

2. Soit X la variable aléatoire qui est à chaque tirage associe le nombre de boules portant un nombre impair.

a) Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.

b) Montrer que $p(X = 1) = \dfrac{15}{28}$

c) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 4 :

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \dfrac{3U_n}{21 + U_n}$ pour tout entier naturel n de $\mathbb{N}$

1. Montrer que $U_n > 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2. Montrer que $U_{n+1} < \dfrac{1}{7}U_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$

3. Montrer que la suite (U_n) est décroissante et qu'elle est convergente.

4. a) Montrer par récurrence que : $U_n < \left(\dfrac{1}{7}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.

b) Déterminer la limite de la suite (U_n).

Exercice 5 :

I. On considère la fonction numérique g définie sur $]0, +\infty[$ par :

$g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3$

1. a) Vérifier que $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$ $\forall x$ de l'intervalle $]0, +\infty[$

2. a) Vérifier que : $g'(x) = \dfrac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$ $\forall x$ de l'intervalle $]0, +\infty[$

b) En déduire que le signe de $g'(x)$ est celui de $x - 1$ sur $]0, +\infty[$

3. a) Montrer que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $]0, 1]$ et qu'elle est croissante sur l'intervalle $[1, +\infty[$.

b) En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$

(Remarquer que g (1)> 0).

II. On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 1 + \frac{x - 1 + \ln x}{x^2}$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité : 1 cm).

1. Montrer que : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ $\forall\, x$ de l'intervalle $]0, +\infty[$ puis en déduire que la Fonction f est croissante sur l'intervalle $]0, +\infty[$

2. a) Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^>} f(x) = -\infty$ et donner une interpretation géométrique à ce résultat

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x - 1 + \ln x}{x^2} = 0$ et que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\left(\text{on rappelle que } \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x^2} = 0\right)$

c) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

3. Montrer que $y = 3(x - 1)$ est une équation de la droite tangente à la courbe (C) au point de coordonnées (1, 0).

4. Construire la droite (Δ) et la courbe (C). (On admettra que la courbe (C) possède un point d'inflexion unique dont on ne demande pas de déterminer).

5. a) En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}\, dx = 1 - \frac{2}{e}$

(Poser $u'(x) = \dfrac{1}{x^2}$ et $v(x) = \ln x$)

b) Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$ est égale à $\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ cm²

LIBERTE – L'ORDRE – JUSTICE

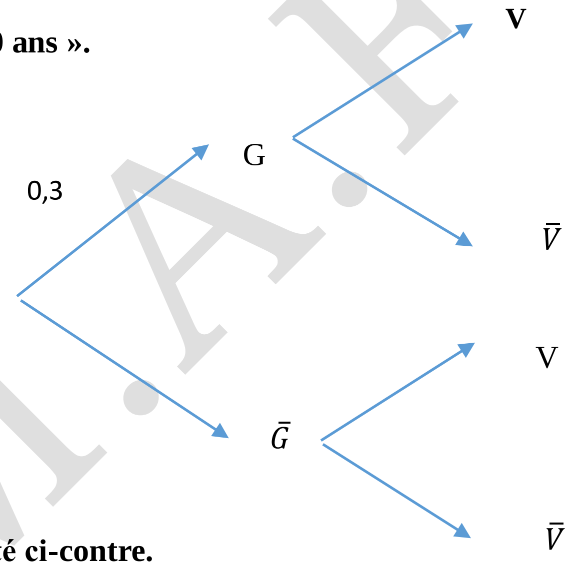
SUJETS DES BACCALAUREATS DE TUNISIE

BACCALAUREAT SESSION 2019

Exercice 1 :

Une étude statistique montre que dans une ville donnée ; 15% des individus âgés de moins de 60 ans et 80% des individus âgés de plus de 60 ans ont été vaccinés contre la grippe. Les individus âgés de plus de 60 ans représentent 30% de la population de cette ville. On choisit, au hasard, une personne de cette population et on considère les évènements suivants :

- **G : « La personne est âgés de plus de 60 ans ».**
- **V : « La personne est vaccinée ».**



1. **Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.**
2. **Montrer que la probabilité pour qu'une personne soit vaccinée est égale à 0,345.**
3. **La personne choisie étant vaccinée, quelle est la probabilité pour qu'elle soit âgée de moins de 60 ans.**
4. **On choisit au hasard 10 personnes âgées de plus de 60 ans. Calculer la probabilité pour que deux exactement d'entre elles soient vaccinées.**
5. **On choisit, au hasard, n personnes âgées de plus de 60 ans.**
   a) **Quelle est la probabilité pour qu'aucune d'entre elles ne soit vaccinée ?**
   b) **Déterminer la probabilité p_n pour que l'une au moins d'entre elle soit vaccinée.**
   c) **Déterminer la plus petite valeur de n pour que $p_n \geq 0,9$.**

Exercice 2 :

1. **Soit le nombre complexe a défini par $a = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(\sqrt{3}+i)$.**
   a) **Montrer que $a = 2e^{i\frac{5\pi}{12}}$.**
   b) **Donner les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$.**

2. a) Vérifier que $a^4 = 8(1 - i\sqrt{3})$.

b) En déduire les solutions de l'équation (E): $z^4 = 8(1 - i\sqrt{3})$.

c) Dana *la figure 1* de l'annexe jointe, le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$). Γ est le cercle trigonométrique et H est le point d'affixe $e^{i\frac{\pi}{12}}$. Placer les images des solutions de l'équation (E.

Exercice 3 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$), on donne les points A(-2 ; 1 ; 1), B(-1 ; -1,0), C(1 ; 1 ; 4), H(0 ; 0 ; 2) et la droite Δ dont le système d'équation paramétrique est : $\left\{\begin{array}{l} x = \alpha \\ y = \alpha \\ z = -\alpha + 2 \end{array} ; \alpha \in \mathbb{R}.\right\}$

1. a) Montrer que les points A, B et C définissent un plan P.

b) Montrer qu'une équation P est $x + y + z + 2 = 0$.

2. Soit le point E (2 ; 2 ; 0)

a) Vérifier que E n'appartient pas à P.

b) Calculer le volume du tétraèdre EABC.

3. Montrer que la droite Δ est perpendiculaire au plan P en un point que l'on précisera.

4. Soit α ≠ 0 et M (α ; α ; -α + 2) un point de Δ.

a) Calculer en fonction de α le volume du tétraèdre MABC.

b) En déduire les coordonnées des points M pour lesquels le volume du tétraèdre MABC est égale au double du volume du tétraèdre EABC.

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur I = $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(1 + \sqrt{x})$ et C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) du plan.

1. a) Montrer que f est dérivable sur I et que $f'(x) = \frac{1}{2(x+\sqrt{x})}$.

b) Montrer que $\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

c) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats.

d) Dresser le tableau de variation de f.

e) Montrer que f réalise une bijection de I vers I.

f) On désigne par f^{-1} la fonction réciproque de f.

Montrer que pour tout x ≥ 0, $f^{-1}(x) = (e^x - 1)^2$.

2. Soit J = $[\frac{1}{4} ; 1]$

   a) Montrer que pour tout x ∈ J, $f'(x) \leq \frac{2}{3}$.

   b) Montrer que l'équation f(x) = x admet dans l'intervalle J une unique solution α vérifiant 0,5 < α < 0,6.

3. Dans *la figure 2* de l'annexe jointe, on a représenté dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ le réel α et la droite Δ d'équation y = x.

   a) Tracer dans la figure 2 les courbes C_f et C_f^{-1} (Désigne la courbe représentative de la fonction f^{-1}. (On précisera les demi-tangentes).

   b) Calculer, en fonction de α, l'aire de la partie du plan limitée par C_f, C_f^{-1} et les droites d'équations respectives x = 0 et x = α.

4. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

   a) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_n \in [\frac{1}{4} ; 1]$.

   b) Montrer que pour tout entier naturel n, $|u_n - \alpha| \leq (\frac{2}{3})^n$.

   c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et donner sa limite.

   d) Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = f^{-1}(u_n)$.

   Montrer que la suite (v_n) est convergente et déterminer sa limite.

Annexe (à rendre avec la copie)

Figure 1

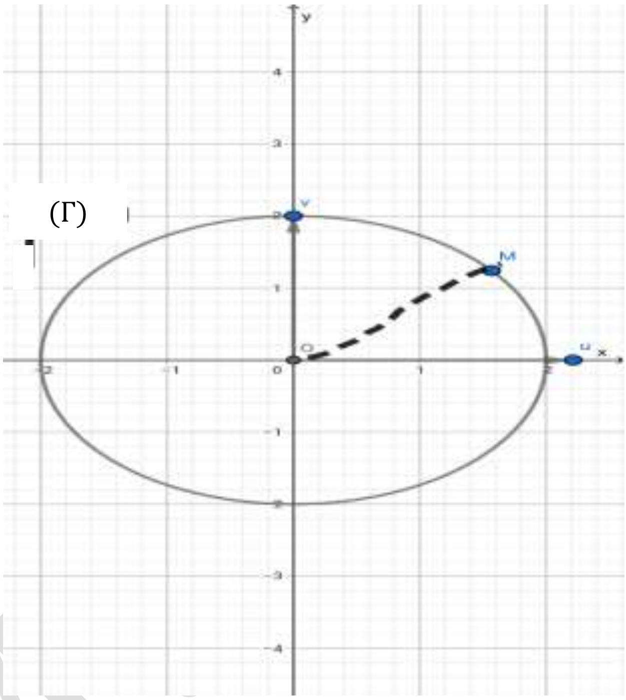
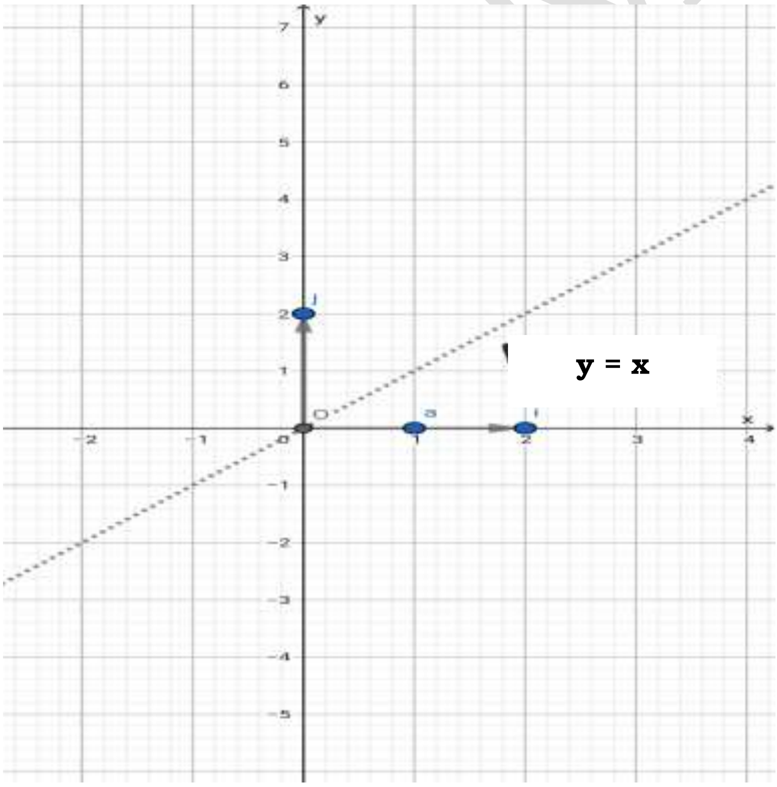


Figure 2



BACCALAUREAT SESSION 2018

Exercice 1 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$).

1. Soit le plan (Q) d'équation $x + y + \sqrt{2}\, z - 2 = 0$

Montrer que le plan (Q) coupe les axes (O ; $\vec{\imath}$); $(O;\ \vec{\jmath})$; $(O;\ \vec{k})$, respectivement aux points A(2, 0, 0), B(0, 2, 0) et C(0, 0, $\sqrt{2}$).

2. Soit la sphère (S) d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Montrer que le plan Q et la sphère (S) sont tangentes et déterminer leur points de contact.

3. Soit a un réel strictement positif. On considère les points M(a ; 0 ; 0) et N(0 ; $\frac{4}{a}$; 0).

Déterminer en fonction du réel a, les composantes du vecteur $\overrightarrow{CM} \wedge \overrightarrow{CN}$.

4. a) Montrer qu'une équation du plan (CMN) est $4x + a^2 y + 2a\sqrt{2}\, z - 4a = 0$.

b) Soir d la distance du point O au plan (CMN). Montrer que $d = 1 - \frac{(a-2)^2}{a^2+4}$.

c) En déduire la valeur du réel a pour laquelle la distance d est maximale.

5. a) Montrer que pour tout réel a > 0, le volume du tétraèdre OCMN est égal à $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

b) En déduire que pour tout réel a > 0, l'aire du triangle CMN est supérieure ou égale à $2\sqrt{2}$.

c) Identifier les points M et N pour lesquels l'aire du triangle CMN est égale à $2\sqrt{2}$.

Exercice 2 :

Dans un magasin, un jeu de hasard a été organisé comme suit : le client lance un dé cubique équilibré dont une face porte la lettre G, deux faces portent la lettre R et trois faces portent la lettre D.

- **si la face supérieure du dé porte G, le client reçoit un montant de 100 DT et le jeu s'arrête.**
- **Si la face supérieure du dé porte R, le client ne reçoit rien et le jeu s'arrête.**
- **Si la face supérieure du dé porte D, le client effectue un deuxième lancer ; si la face supérieure du dé au deuxième lancer porte G, le client reçoit un montant de 50 DT et si la face supérieure du dé au deuxième lancer porte l'une des lettres R ou D, le client ne reçoit rien et le jeu s'arrête.**

On considère les évènements suivants :

G_1 : « Le client reçoit un montant de 100 DT »

G_2 : « Le client reçoit un montant de 50 DT ».

1. a) Déterminer p(G_1), la probabilité de l'évènement G_1.

b) Montrer que p(G_2) = $\frac{1}{12}$.

c) En déduire que la probabilité qu'un client reçoit un montant non nul est égale à $\frac{1}{4}$.

2. On désigne par X la variable aléatoire qui associe le montant reçu par un client lors de sa participation à ce jeu. (X prend la valeur 0 lorsque le client ne reçoit rien).
   a) Déterminer la loi de probabilité de X.
   b) Calculer E(X), le montant moyen à recevoir par un client.
3. On suppose que 200 clients ont participé à ce jeu. On désigne par Y la variable aléatoire donnant le nombre de client ayant reçu un montant non nul et E(Y) le nombre moyen de clients gagnants.

   Déterminer, en justifiant, E(Y).
4. Le gérant de ce magasin a prévu 1200 DT comme montant global à distinguer.

   Le gérant a-t-il bien estimé ce montant ?

Exercice 3 :

1. Résoudre dans ℂ, l'équation $(E): z^2 - i\sqrt{3}z - 1 = 0$. (On donnera les solutions sous forme exponentielle).
2. Pour tout z ∈ ℂ, on pose $p(z) = 3z^4 - 7i\sqrt{3}z^3 - 18z^2 + 7i\sqrt{3}z + 3$.

a) Vérifier que p($i\sqrt{3}$)= 0 et que p($e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$) $= 0$

b) Montrer que pour tout nombre complexe non nul z, $p\left(\frac{-1}{z}\right) = \frac{1}{z^4}.p(z)$.

c) En déduire que les nombres $\frac{\sqrt{3}}{3}i$ et $e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ sont deux solutions de l'équation p(z) = 0.

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}, \vec{v}$).

On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $e^{i\frac{\pi}{3}}$; $3e^{i\frac{\pi}{3}}$; $e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$.

a) Construire les points A, B et C.

b) Construire le point D défini par $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$ et donner son affixe sous la forme cartésienne.

c) La parallèle à la droite (BD) passant par A coupe la droite (OD) au point E.

Déterminer l'affixe du point E.

Exercice 4 :

Dans la figure de l'annexe ci-jointe, (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) est un repère orthonormé du plan. (Γ) est la courbe représentative de la fonction u définie sur I = $]0;\ +\infty[$ par :

$u(x) = x - 1 - 4\ln x$, l'axe des ordonnées est une asymptote à (Γ). La droite D : y = x est une asymptote à (Γ) admet une unique tangente horizontale au point d'abscisse 4. La courbe (Γ) coupe l(axe (O ; $\vec{\imath}$) en deux points d'abscisses respectives 1 et **α**.

A. **Déterminer graphiquement**

1. **U(1) ; u(α) ; u'(4), $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)$; $\lim\limits_{x\to 0^+} u(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{u(x)}{x}$.**
2. **Les signes respectives de u(x) et u '(x).**

B. **On considère la fonction f définie sur J = $f(x) = \frac{e^{x-1}}{x^4} - (x-1) + 4\ln x$.**

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le repère (o; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

1. **a) Vérifier que pour tout x ∈ J, $f'(x) = e^{u(x)} - u(x)$.**

    b) Calculer f(α).

    c) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

    d) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

    e) Donner les branches infinies de la courbe (C).

2. **a) Vérifier que pour tout ∈ J, $f'(x)u'(x).\left(e^{u(x)} - 1\right)$.**

    b) Justifier que $f'(x) > 0$, si et seulement si, x ∈]1 ; 4[∪]α ; +∞[.

    c) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Montrer que pour tout réel x, $e^x - 2x > 0$.

    b) Déduire la position relative de (C) et (Γ).

    c) Tracer dans l'annexe la courbe (C).

4. On désigne par

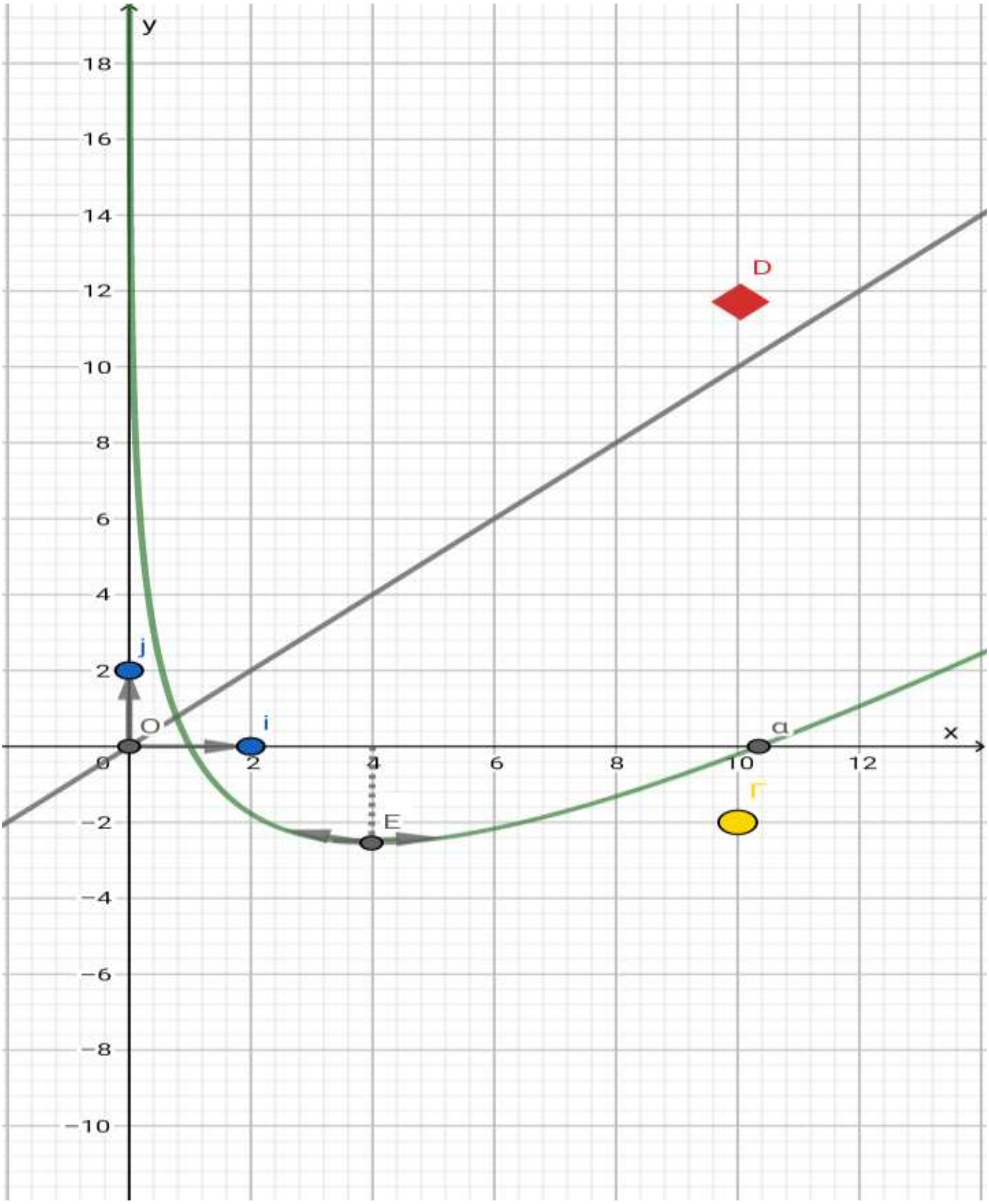
A l'aire de la partie du plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations x = 3 ; x = 5 et y = 0.

A' l'aire de la partie du plan limité par la courbe (Γ) et les droites d'équations x = 3, x = 5 et y = 0.

a) **Montrer que A' = 20ln5 -12ln3-14.**

b) **Montrer que A' < A < 2 f(4). En déduire que 5 < A < 5,25.**

Annexe à rendre avec la copie



BACCALAUREAT SESSION 2017

Exercice 1 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).

On considère les points A(2, 2, 1), B(0, -2, 4) et C(2, 0 , -4).

1. **a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{BC}$.**

   b) On note P le plan (OBC).

En remarquant que $\overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{OA}$, justifier que la droite (OA) est perpendiculaire au plan P en O.

   c) Montrer que la distance du point O à la droite (BC) est égale à $\sqrt{2}$.

2. **Soit (S) l'ensemble des points M(x ; y ; z) de l'espace tels que :**

   $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 2z - 2 = 0.$

Montrer que (S) est la sphère de centre A et de rayon $\sqrt{11}$.

3. **a) Calculer la distance OA.**

   b) En déduire que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) de centre O et de rayon $\sqrt{2}$.

   c) Montrer que la droite (BC) est tangente au cercle (C).

4. **On considère le point H(1, -1, 0).**

   a) Montrer que H est le point de contact de la droite (BC) et du cercle (C).

   b) Détermine une équation cartésienne du plan Q tangente à (S) en H.

Exercice 2 :

1. **On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 - (\sqrt{5} + 2i)z + 1 + 4\sqrt{5}i = 0$.**

   a) Calculer $(\sqrt{5} + 2i)^2$.

   b) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta = -3(\sqrt{5} + 2i)^2$.

   c) En déduire que les solutions de (E) sont :

$$a = (\sqrt{5} + 2i)\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{2}\right) \; et \;\; b = (\sqrt{5} + 2i)\left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{2}\right).$$

Dans la figure 1 de l'annexe ci-jointe, (O, $\vec{u}, \vec{v}$) est un repère orthonormé direct du plan, (C) est le cercle de centre O et de rayon 3.

2. **Soit Q le point d'affixe $\sqrt{5} + 2i$.**

   a) Montrer que le point Q appartient à (C).

b) Construire alors le point Q.

3. Soient A et B les points d'affixes respectives les nombres complexes a et b.

a) Montrer que les points A et B appartiennent au cercle (C).

b) Vérifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OQ}$.

c) En déduire que le quadrilatère OAQB est un losange.

d) Construire alors les points A et B.

Exercice 3 :

Soient f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 + x^2)e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

1. a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.

c) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$, et interpréter graphiquement le résultat.

2. a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = -(x-1)^2 e^{-x}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à (C) au point J d'abscisse 0.

b) Soient A et B les points de (C) d'abscisse respectives 1 et 3.

Montrer que A et B sont deux points d'inflexion de (C).

4. Dans la figure 2 de l'annexe ci-jointe :

- (Γ) est la courbe représentative dans le repère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x$.
- E et F sont les points de (Γ) d'abscisses respectives (-1) et ln10-3.
- G est le point de coordonnées (0 ; 1 - 6e^{-3}).

a) Exprimer f(1) en fonction de g(-1) et f(3) en fonction de g(3).

b) En remarquant que 10 g(-3) = g(ln10 – 3), placer les points A et B dans l'annexe.

5. a) Soit K le point de coordonnées $(\frac{11}{2}, 0)$.

Montrer que la droite (BK) est la tangente à la courbe (C) au point B.

b) Tracer la courbe (C) dans l'annexe. (On placera les tangentes à (C) en A, en J et en B).

6. Soit S l'aire en (u.a) de la partie E du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations cartésienne x = 0 et x = 3.

a) Hachurer E.

b) Soit F la fonction définie sur ℝ par $F(x) = -(x^2 + 2x + 3)e^{-x}$.

Montrer que F est une primitive de f sur ℝ.

c) Calculer S.

d) Vérifier que la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0 ; 3]$ est à $1 - 6e^{-3}$.

e) Tracer dans la figure 2 un rectangle d'aire égale à S.

Exercice 4 :

Si une femme enceinte porte un seul fœtus, on dit qu'elle a une grossesse unique, sinon on dit qu'elle a une grossesse multiple.

Dans une ville, une étude faite sur une population de femme enceinte montre que :

- Le pourcentage des femmes ayant une grossesse multiple est de 5%.
- Parmi les femmes ayant une grossesse multiple, 55% finissent par accoucher dans le délai prévu.
- Parmi les femmes ayant une grossesse unique, 92% finissent par accoucher dans le délai prévu.

On choisit au hasard une femme de cette population.

On désigne par U et D les évènements suivants :

U : « la femme a une grossesse unique ».

D : « la femme accouche dans le délai prévu ».

1. a) Déterminer p(U).

   b) En utilisant les évènements U et D, traduire en terme de probabilité les pourcentages 92% et 55%.

2. a) Calculer p(D).

   b) Une femme a accouché dans le délai prévu, montrer que la probabilité que sa grossesse soit unique est égale à 0, 9694.

3. Le service de maternité de cette ville prévoit qu'en Juillet 2017, n femmes enceintes devraient accoucher dans le délai prévu, $(n \geq 2)$.

On note p_n la probabilité qu'au moins une de ces femmes ait une grossesse multiple.

a) Exprimer p_n en fonction de n.

b) Quel est le nombre minimal des femmes qui devront accoucher en Juillet 2017 dans le délai prévu pour que la probabilité p_n soit supérieur à 0,9 ?

Annexe à rendre avec la copie

Figure 1 :

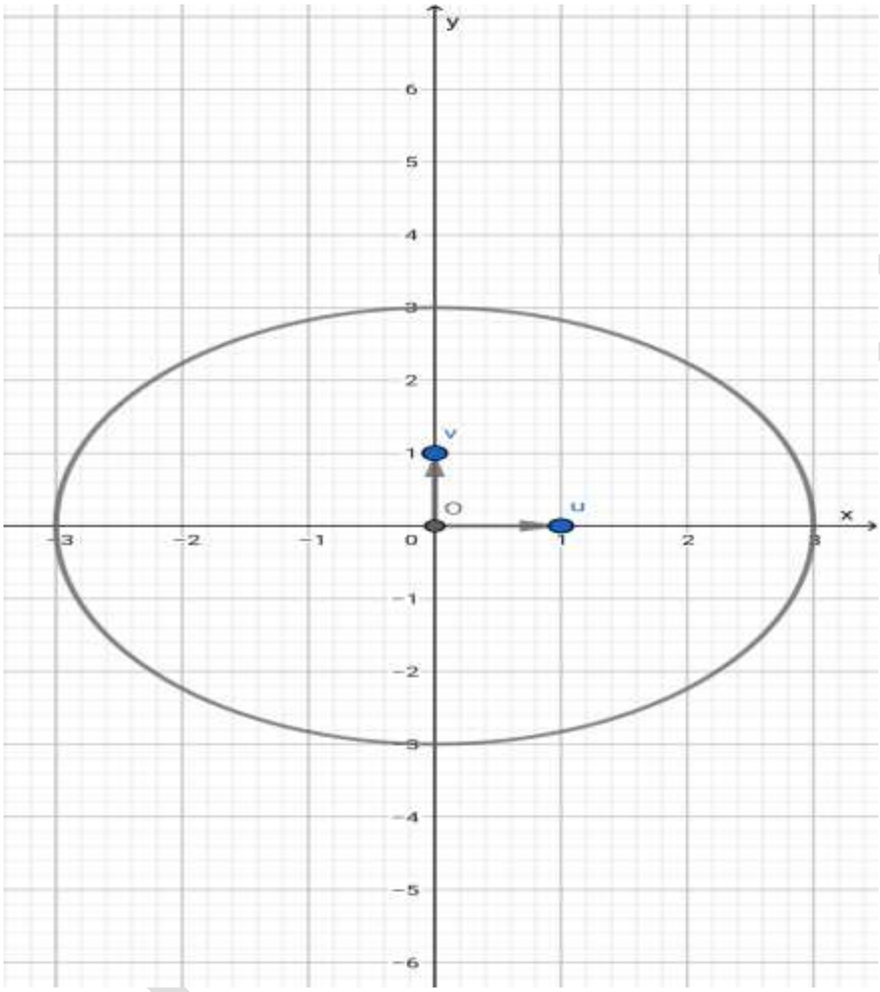
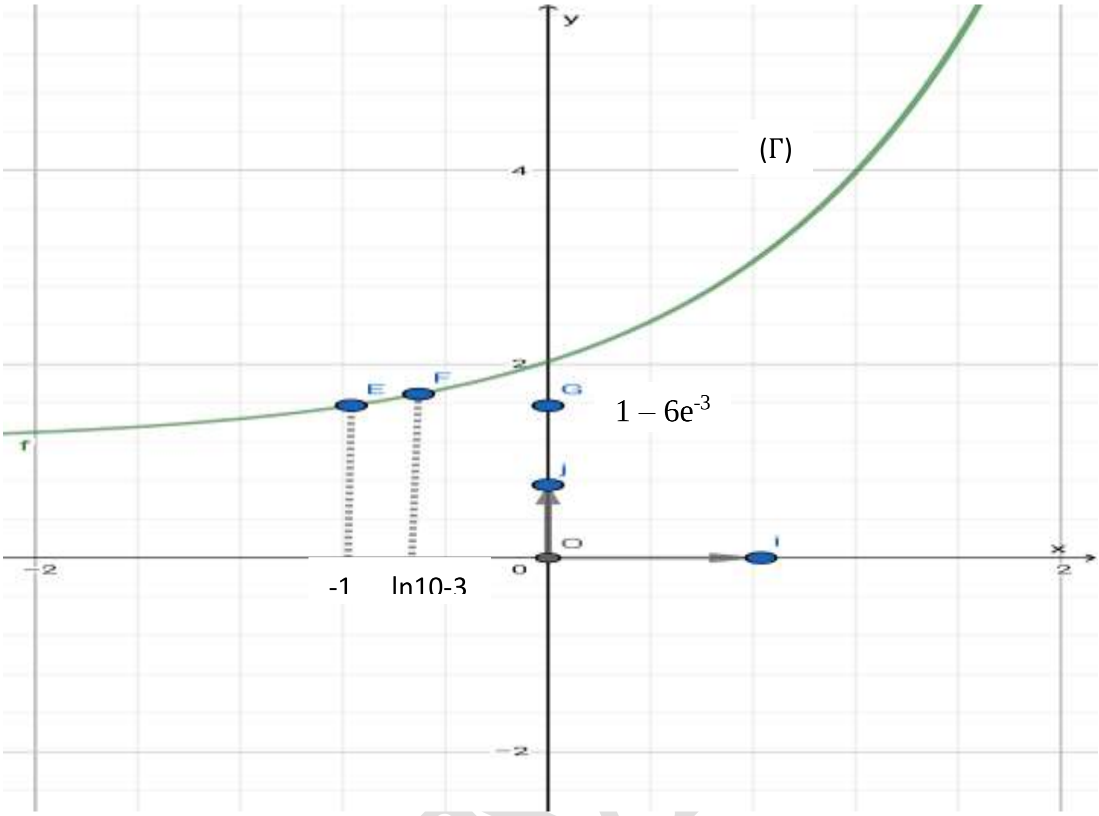


Figure 2 :



BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}$).

1. **Soit P et Q les plans d'équations respectives $x + y - z - 5 = 0$ *et* $x + y - z + 7 = 0$.**

   Montrer que les plans P et Q sont strictement parallèles.

2. **Soit S l'ensemble des points M(x ; y ; z) de l'espace tel que :**

   $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 1 = 0.$

a) **Justifier que S est la sphère de centre I(1, 2, 1) et de rayon R $= \sqrt{5}$.**

b) **Montrer que P ∩ S est un cercle $\mathfrak{S}$ de centre J(2, 3,0), dont on déterminera le rayon.**

c) **Déterminer Q ∩ S.**

3. **On donne les points A(0, 0, 1), B(0, 1, 2) et C(2, 2, 5).**

a) **Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.**

b) **Montrer pour tout point M(x ; y ; z) de l'espace, $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AM} = 2(x + y - z + 1)$.**

4. **Déterminer l'ensemble des points M de la sphère S pour lesquels ABCM est un tétraèdre de volume égal à 2.**

Exercice 2 :

Le est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u},\vec{v}$).

On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ *et* $b = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

1. **a) Construire dans le repère (O ; $\vec{u},\vec{v}$), les points A et B.**

   b) Ecrire a et b sous forme algébrique.

2. La droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par A et la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par B se coupent en un point C.

a) Déterminer l'affixe c du point C.

b) Vérifier que $c^2 = 1 + 2i\sqrt{6}$.

3. On considère le point D d'affixe c^2.

a) Montre que OD = 5.

b) En déduire une construction du point D.

4. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $2z^2 - 2z - i\sqrt{6} = 0$.

On désigne par z_1 la solution dont la partie réelle et la partie imaginaires sont positives et z_2 l'autre solution.

5. **Soit les points I, M_1 et M_2 d'affixes respectives 1, z_1 et z_2.**

a) **Justifier que le point M_1 est le milieu du segment $[IC]$.**

b) Montrer que le quadrilatère OCM_1M_2 est un parallélogramme.

c) Construire les points M_1 et M_2.

Exercice 3 :

A. **Soit f la fonction définie sur I = $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2lnx - x + \frac{1}{x}$.**

On désigne par $\mathfrak{S}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = +\infty$ *et que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

b) Montre que $\mathfrak{S}$ admet uen branche parabolique de direction celle de la droite Δ d'équation y = -x.

2. a) Vérifier que pour tout x ∈ I, $f'(x) = -\left(\frac{x-1}{x}\right)^2$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Caclculer f(1). En déduire le signe de f(x) pour x ∈ I.

d) Montrer que I(1, 0) est un point d'inflexion de la courbe ($\mathfrak{S}$).

3. a) Tracer la courbe $\mathfrak{S}$.

b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathfrak{S}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 1 et x = e.

4. Soit x >0.

a) Vérifier que $f\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}}\right) = \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{\sqrt{x(x+1)}}$.

b) En remarquant que $\sqrt{1+\frac{1}{x}} > 1$, montrer que $\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) \leq \frac{1}{\sqrt{x(x+1)}}$.

B. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \sum_{k=1}^{n} ln^2(1+\frac{1}{k})$.

1. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de u_3.

2. a) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

b) Montrer que pour tout k ∈ $\mathbb{N}^*$, $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$.

c) Montrer que pour tout n ∈ $\mathbb{N}^*$, $u_n \leq 1 - \frac{1}{n+1}$.

d) En déduire que (u_n) est convergente vers un réel ℓ et que $0{,}7 < \ell < 1$.

Exercice 4 :

Le tableau ci-dessous donne, pour les années indiquées, le taux de mortalité infantile en Tunisie pour 1000 naissance. On désigne par (X ; Y) la série statistique double, où X est le rang de l'année et Y est le taux de mortalité infantile pour 1000 naissances.

Année	1990	1993	1996	1999	2002	2005	2008	2011	2014
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Taux y_i	37,3	32,3	29,7	24,2	22,1	20,3	18,4	16,4	16,3

1. **a) Déterminer, à 10^{-2} près le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.**

   b) Ecrire une équation de la droite de régression D de Y en X.

   (Les coefficients seront arrondis au centième).

   d) Utiliser cet ajustement pour estimer le taux de mortalité infantile en Tunisie pour 1000 naissance en 2020.

2. **On pose Z = ln(Y).**

Dans la figure ci-contre on a représenté le nuage de point de la série statistique (X, Z) et la droite de régression Δ de Z en X dont une équation est z = -0,11x + 3,57.

   a) Justifier qu'on peut modéliser le taux de mortalité infantile en Tunisie pour 1000 naissance par la relation y = $35,52e^{-0,11x}$.

   b) Estimer, à l'aide de cet ajustement, le taux de mortalité en Tunisie pour 1000 naissance en 2020.

3. **Dans la figure ci-dessous, on a représenté la droite D définie en 1.b), la courbe (C) d'équation y = $35,52e^{-0,11x}$ et le nuage de point de la série (X, Y).**

Lequel des deux ajustements proposés s'avère le plus adaptables à la situation ? Justifier la réponse.

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).

On considère les points A(1, 1, 0), B (1, -1, 2), C(0, 1, 1) et D(1, 1, 4).

1. **a) Montrer que A, B et C déterminent un plan qu'on notera (P).**

   b) Justifier que (P) est d'équation $x + y + z - 2 = 0$.

   c) Vérifier que D n'appartient pas au plan (P).

2. Soit $\mathfrak{S}$ le cercle circonscrit au triangle ABC et H le milieu du segment [AB].

a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en C ?

b) En déduire que H est le centre du cercle $\mathfrak{S}$.

c) Soit Δ la droite perpendiculaire au plan (P) passant par le point H.

Justifier qu'une représentation paramétrique de Δ est : $\left\{\begin{array}{l} x = 1 + \alpha \\ \quad y = \alpha \quad ; \alpha \in \mathbb{R}. \\ z = 1 + \alpha \end{array}\right\}$

4. **Soit M un point de Δ.**
   a) **Justifier que MA = MB =MC.**
   b) **Montrer qu'il existe un unique point I de Δ tel que IA = ID.**
      Donner ses coordonnées.
   c) **Déduire de ce qui précède, que les points A, B, C et D appartiennent à une même sphère (S) dont on précisera le centre et le rayon.**

Exercice 2 :

Dans l'annexe ci-jointe (Figure 1), (O ; $\vec{u}, \vec{v}$) est un repère orthonormé direct du plan et (C) est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{3}$.

1. **Soit A l'affixe $a = 1 + i\sqrt{2}$**
   a) **Montrer que A appartient à (C).**
   b) **Placer A.**
2. **On considère dans ℂ, l'équation (E) : $z^2 - 2i\sqrt{3}z - 6i\sqrt{2} = 0$.**
   a) **Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égale à $12a^2$.**

b) En déduire que les solutions de l'équation (E) sont :

$z_1 = \sqrt{3}[-1 + i(1 - \sqrt{2})]$ *et* $z_2 = \sqrt{3}[1 + i(1 + \sqrt{2})]$

3. On considère le point K d'affixe $z_k = i\sqrt{3}$ et on désigne par M_1 et M_2 les points d'affixes respectives z_1 et z_2.

a) Vérifier que K est le milieu du segment $[M_1M_2]$.

b) Montrer que $\frac{z_2 - z_1}{a} = 2\sqrt{3}$.

En déduire que la droite (M_1M_2) est parallèle à la droite (OA).

c) Montrer que $M_1M_2 = 6$.

d) Placer le point K et construire alors les points M_1M_2.

Exercice 3 :

O appelle capacité vitale chez l'homme, le volume d'aire maximum pouvant être mobilisé par une aspiration forcée suivie d'une expiration forcée.

Le tableau ci-dessous sonne la capacité vitale C, exprimée en cm^3, chez les hommes âgés de 40 ans en fonction de leur taille t exprimée en cm.

t (en cm)	152	156	160	166	170	174	178	180	182
C (en cm^3)	3525	3620	3710	3850	3945	1035	4130	4175	4220

1. a) Donner une valeur approchée à 10^{-5} près du coefficient de corrélation linéaire entre t et C.

b) Justifier que l'on peut procéder à un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de la série (t ; C).

c) Donner une équation de la droite de régression de C en t. (Les coefficients seront arrondis à 10^{-2} près).

d) Déduire de cet ajustement une estimation de la capacité vitale d'un homme ag de 40 ans et de taille égale à 188 cm ?

2. En fait, la capacité vitale C (exprimée en cm^3) chez l'homme dépend de sa taille t (exprimée en cm) et de son âge g (exprimé en année).

De nombreuses expériences ont permis d'exprimer C en fonction de t et g selon la relation ® : $C = \alpha t + \beta g + 754$, où α et β sont des constantes (ne dépendant pas de t et g).

a) Donner l'expression C pour g = 40.

b) En déduire, en utilisant 1.c, les valeurs de α et β.

3. Estimer la capacité vital d'un homme âgé de 50 ans et mesurant 188cm.

Exercice 4 :

Soit la fonction définie sur I =]0 ; +∞[par $f(x) = x - \frac{lnx}{x}$

On désigne par $\mathfrak{S}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

1. a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - x$.

   b) En déduire que la courbe $\mathfrak{S}$ admet deux asymptotes que l'on précisera.

   c) Etudier la position de $\mathfrak{S}$par rapport à la droite Δ d'équation y = x.

2. a) Montrer que, pour tout réel x de I, $f'(x) = \frac{(x^2-1)+lnx}{x^2}$.

   b) Montrer que $(x^2 - 1)$ et lnx sont de meme signe sur chacun des intervalles J =]0,1[et K =]1, +∞[.

   c) En déduire le signe de $f'(x)$ sur chacun des intervalles J et K.

   d) Montrer que 1 est l'inique solution de l'équation $f'(x) = 0$.

   e) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Montrer que la courbe $\mathfrak{S}$ admet une unique tangente D parallèle à la droite Δ.

   Préciser les coordonnées du point B, point de contact de $\mathfrak{S}$ et D.

   b) Donner une équation de D.

4. Dans l'annexe ci-jointe (Figure 2), on a tracé relativement au repère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) la droite Δ et la courbe (Γ) d'équation $y = \frac{lnx}{x}$.

   a) Soit le point A($\frac{1}{e}$; 0)

   Placer le point A et vérifier que A appartient à D.

   b) Tracer la droite D et placer B.

   c) Tracer la courbe $\mathfrak{S}$.

5. Soit A l'aire de la partie du plan limité par la courbe $\mathfrak{S}$, la droite Δ et les droites d'équations x = $\frac{1}{e}$ et x = e.

Calculer A.

Annexe à rendre avec la copie

Figure 1 :

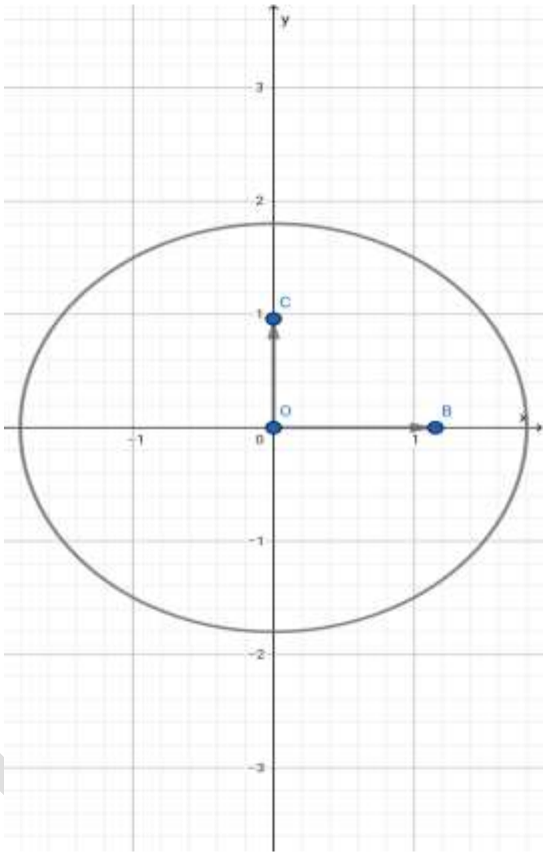
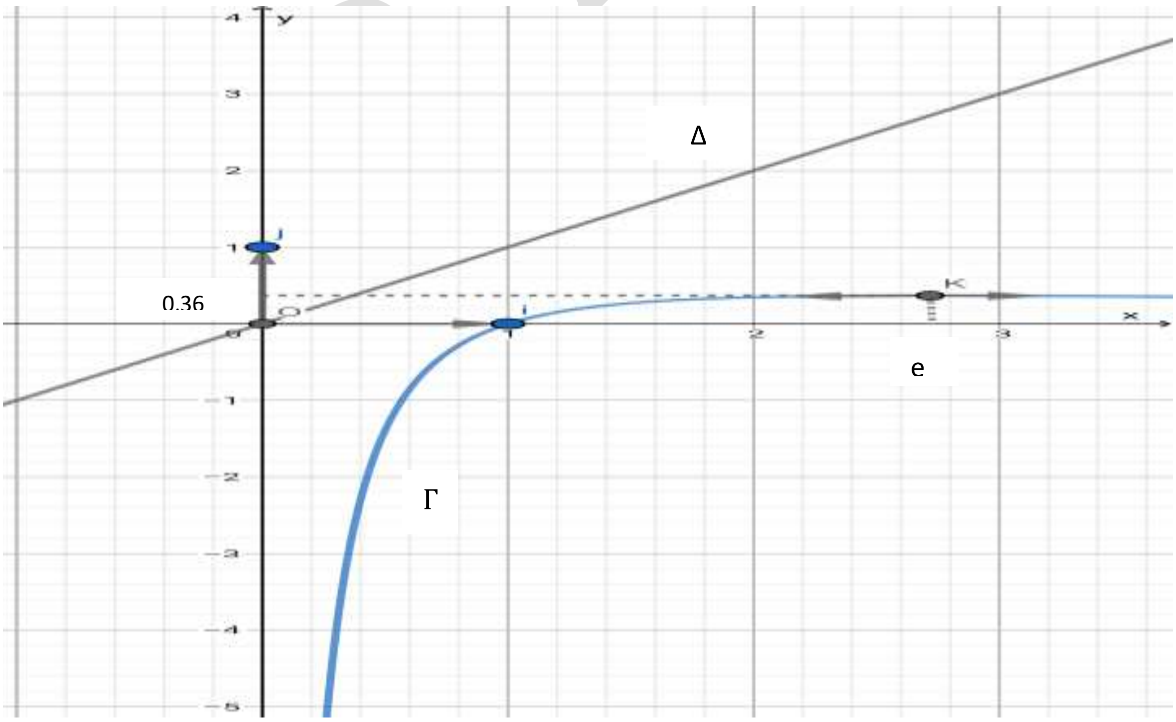


Figure 2



BACCALAUREAT SESSION 2014

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$.

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. a) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2. a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = -\frac{(2+e^{-x})}{(1+e^x)^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Justifier que la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse 0 a pour équation $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$.

b) Utiliser le tableau de signe ci-contre pour préciser la position relative de C_f et (T).

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x) + \frac{3}{4}$	$-$	0	$+$

c) Tracer (T) et C_f.

4. Soit λ un réel strictement positif. On désigne par A_λ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f, les axes du repère et la droite d'équation x = λ.

a) Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = e^{-x} - \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

b) Montrer que $A_\lambda = e^{-\lambda} + \ln(1 + e^{-\lambda}) + 1 - ln2$.

c) Calculer $\lim_{x\to+\infty} A_\lambda$.

Exercice 2 :

En vue de comprendre le phénomène de refroidissement d'un liquide après son ébullition, on relève, durant une heure et toutes les 5 minutes, la température T de ce liquide.

Le tableau ci-dessous donne les résultats recensés pour une tasse de café servie dans un salon dont la température ambiante est de 20°C.

t (en mn)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
T (en °C)	100	68,5	50	37,8	31	26,5	24	22	21,5	20,9	20,5	20,3	20,2

On pose θ = ln(T – 20).

Les valeurs de θ ; arrondie à 10^{-2} près, sont données dans le tableau qui suit :

t (en mn)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
T (en °C)	4,38	3,88	3,40	2,88	2,40	1,87	1,39	0,69	0,41	0-,10	-0,69	-1,2	-1,60

1. **a) Construire le nuage de point de la série (t, θ), dans la repère proposé dans l'annexe ci-jointe (Figure 1).**

   b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de la série (t , θ). Interpréter le résultat.

2. **a) Donner une équation de la droite de régression de θ en t.**

   (On donnera les coefficients de cette équation arrondis à 10^{-2} près).

   b) En déduire que l'expression de T en fonction de t est de la forme T = 20 + $\alpha e^{\beta t}$, α et β étant deux réels dont on donnera les valeurs respectives arrondies à 10^{-1} près.

   c) Estimer la température de cette tasse de café après 90 minutes de sa préparation.

   d) La température de cette tasse de café atteindra-t-elle 18°C ? Expliquer.

Exercice 3 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$).

On considère la sphère (S) d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 8 = 0$ et le plan P d'équation : $x + 2y + z \pm 6 = 0$.

1. **a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S).**

b) Montrer que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon.

2. On donne les points A(2, 0, 2) et B(2, 2 , 0).

a) Vérifier que A appartient à la sphère (S) et n'appartient pas au plan P et que B appartient au cercle (C).

b) Soit Q l'ensemble des points M(x ; y ; z) de l'espace tels que MA = MB.

Montrer que Q est le plan d'équation y = z.

c) Montrer que les plans P et Q se coupent suivant la droite Δ dont une représentation paramétrique est $\left\{\begin{array}{l} x = 6 - 3\alpha \\ y = \alpha \quad , \alpha \in \mathbb{R} \\ z = \alpha \end{array}\right\}$

3. Déterminer un point C du cercle (C) tel que ABC est un triangle équilatéral.

Exercice 4 :

1. soit les nombres complexes $z_1 = \frac{\sqrt{5}}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = -\frac{\sqrt{5}}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

a) Calculer $z_1 + z_2$ et $z_1 \times z_2$.

b) En déduire que, pour tout nombres complexe z, $(z - z_1)(z - z_2) = z^2 + i\sqrt{3}z - 2$.

Dans la suite, on muni le plan complexe d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}, \vec{v}$) et on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2.

2. Dans l'annexe ci-jointe (Figure 2), on a tracé le cercle (C) de centre O et de rayon $\sqrt{2}$ et on a placé le point H d'affixe $\frac{-i\sqrt{3}}{2}$.

   a) Montrer que M_1 et M_2 appartiennent à (C).

   b) Justifier que H est le milieu du segment $[M_1M_2]$.

   c) Construire les points M_1 et M_2.

3. Soit K le point d'affixe $-i\sqrt{3}$.

Soit z un nombre complexe et M et N les points du plan complexe d'affixes respectives z et z^3.

a) Montrer que : (K est le milieu du segment [MN] si et seulement si $(z^3 + z + 2i\sqrt{3} = 0$.

b) Vérifier que $z^3 + z + 2i\sqrt{3} = (z - i\sqrt{3})(z^2 + i\sqrt{3}z - 2)$.

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + z + 2i\sqrt{3} = 0$.

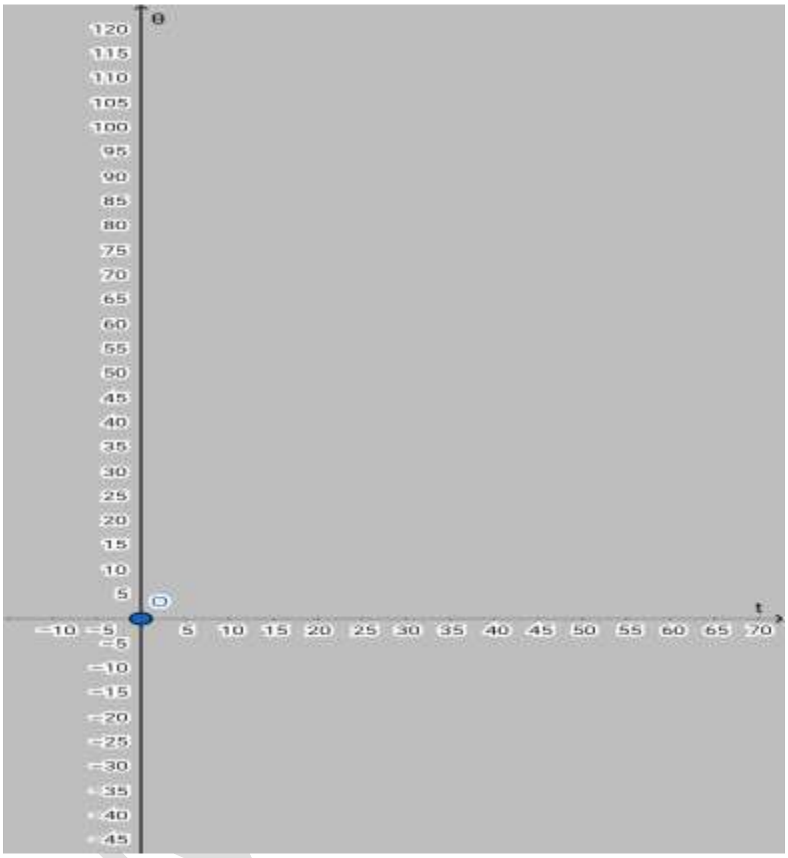
d) Construire alors les points N_1 et N_2 d'affixes respectives ${z_1}^3$ et ${z_2}^3$ (On rappelle que z_1 et z_2 sont les affixes des points M_1 et M_2).

e) Déterminer l'affixe a d'un point A de l'axe (O ;$\vec{v}$) dont le symétrique par rapport au point K est d'affixe a^3

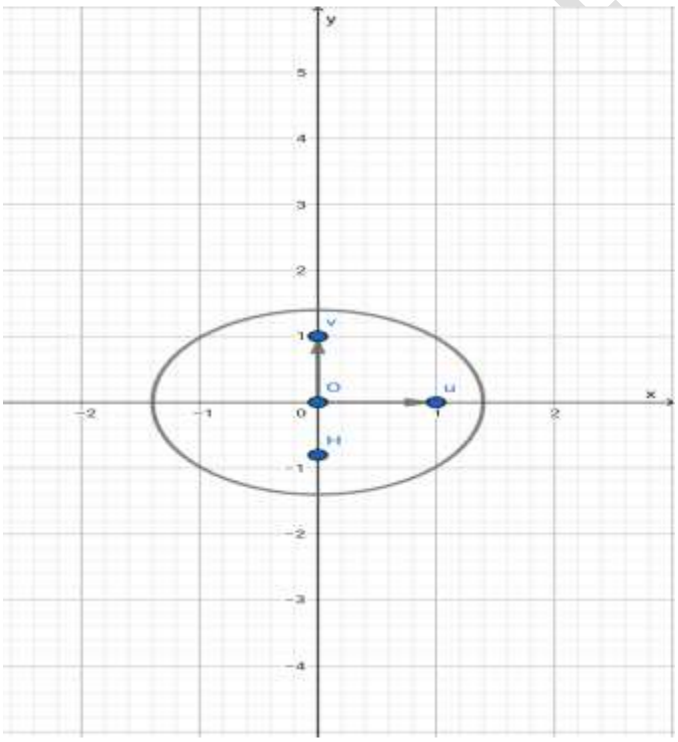
Annexe à rendre avec la copie

Figure 1 :

L'axe des ordonnés θ n'est pas représentée en vrai grandeur.



Figure



BACCALAUREAT SESSION 2013

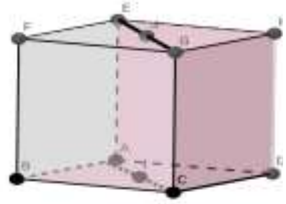
Exercice 1 :

Dans la figure ci-contre, ABCDEFGH est un cube d'arrêt 1.

Le point I est le milieu du segment [AC].

Le point J est le milieu du segment [EG].

L'espace est muni du repère orthonormé direct (A ; $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$).



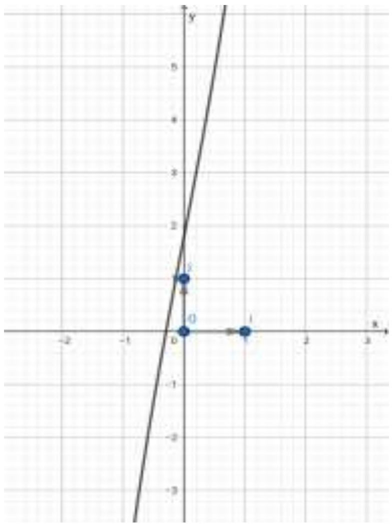
Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes en justifiant la réponse.

1. $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AE}$.
2. $(\overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{IG}).\overrightarrow{IJ} = 0$.
3. $\boldsymbol{la\ sphère\ de\ diamètre\ [AC]\ est\ tangente\ au\ plan\ d'équation\ z - 1 = 0}$.

Exercice 2 :

I. Dans la figure ci-contre, on a représenté dans un repère orthogonal (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) la courbe C_f de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 6x + 2$.

1. Justifier que l'équation $x^3 + 6x + 2 = 0$. Admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α.



2. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.

II. On se propose dans cette partie de déterminer la valeur

1. On considère dans $\mathbb{C}$ les équations (E_1) : $z^3 = 2\ et\ (E_2): z^3 = -4$.

a) Justifier que les solutions de (E_1) sont $a_1 = \sqrt[3]{2};\ a_1 = \sqrt[3]{2}e^{i\frac{2\pi}{3}};\ a_3 = \sqrt[3]{2}e^{i(\frac{2\pi}{3})}$.

b) Justifier que les solutions de (E_2) sont $b_1 = -\sqrt[3]{4}$; $b_2 = \sqrt[3]{4}e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $b_3 = \sqrt[3]{4}e^{i\left(\frac{-\pi}{3}\right)}$.

c) Vérifier que $a_1b_1 = a_2b_2 = a_3b_3 = -2$.

2. Soit a et b deux nombres complexes vérifiant $a^3 + b^3 = -2$ et $ab = -2$.

   a) Vérifier que $(a+b)^3 = -2 - 6(a+b)$.

   b) En déduire que a + b est une solution de l'équation $z^3 + 6z + 2 = 0$.

3. Déduire les solutions de l'équation $z^3 + 6z + 2 = 0$.

4. Conclure.

Exercice 3 :

Une étude a été faite sur une population de 22 mouches se reproduisent assez rapidement. Le tableau suivant donne le nombre N de mouches après un temps T exprimé en jours.

T	0	9	12	18	25	33	39	48	57	66	69	75
M	22	39	105	225	499	791	938	1005	1028	1033	1034	1034

1. Quelle conjecturer peut-on émettre sur le nombre de mouches au bout de 85 jours ?

2. On pose $M = \ln\left(\frac{1035}{N} - 1\right)$.

Les valeurs de M, arrondies à 10^{-3} près, sont données dans le tableau suivant :

T	0	9	12	18	25	33	39	48	57	66	69	75
M	3,830	3,240	2,181	1,281	0,072	-1,176	-2,269	-3,512	-4,989	-6,247	-6,941	-6,941

a) Donner une valeur approchée à 10^{-3} près du coefficient de corrélation linéaire en T et M.

b) Donner une équation de la droite de régression de M en T (les coefficients seront arrondies à 10^{-3} près).

3. a) Montrer que $N = \frac{1035}{1+e^M}$.

b) Déduire que $N = \frac{1035}{1+\alpha e^{-\beta T}}$, où α et β sont deux réels positifs que l'on déterminera

4. En utilisant la question 3.b, valider ou réfuter la conjecture émise en 1.

Exercice 4 :

Dans l'annexe ci-jointe (O ;$\vec{\imath},\vec{\jmath}$) est un repère orthonormé et C_f est la courbe représentative de la fonction f définie sur [3 ; +∞[par $f(x) = lnx + \sqrt{x^2 - 9}$.

Soit E la partie du plan limitée par la courbe C_f et les droites d'équations x = 9, et x = 5 et y = ln3. On désigne par A l'aire (en unité d'aire) de E.

1. Hachurer E.
2. a) Vérifier que f(5) = 2ln3.

   b) Soit M et N les points de la courbe C_f d'abscisse respectives 3 et 5 et P et Q les points de coordonnées respectives (5, ln3) et (3, 2ln2).

   Placer, dans le repère (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$), les points M, N, P et Q.

   c) Calculer l'aire du rectangle MPNQ et l'aire du triangle MPN.

   d) En déduire que ln3 ≤ A ≤ 2ln3.

3. a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

   b) En utilisant le graphique, justifier que f réalise une bijection de [3, +∞[sur l'intervalle [ln3, +∞].

4. Soit g la fonction réciproque de la fonction f et C_g sa courbe représentative dans le repère (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$)

   Tracer la courbe C_g.

5. Soit E' la partie du plan limitée par la courbe C_g et les droites d'équations :

x = ln3, x = 2ln3 et y = 5.

On désigne par A' l'aire (en unité d'aire) de E'.

   a) Hachurer E'.

   b) Montrer que A'=5ln3 - $\int_{ln3}^{2ln3} g(x)dx$.

6. a) Montrer que pour tout réel x de l'intervalle [ln3, +∞[, $g(x)\frac{e^x+9e^{-x}}{2}$.

   b) Calculer $\int_{ln3}^{2ln3} g(x)dx$ et en déduire la valeur de A.

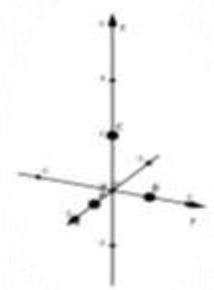
BACCALAUREAT SESSION 2012

Exercice 1 :

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$).

On considère les points A(1,0,0), B(0,1,0) et C(0,0,2).



1. Le vecteur $\overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{OC}$ es égale à

a. $\overrightarrow{OA}$ b. $\overrightarrow{2OA}$ c. $\overrightarrow{-2OA}$

2. Le réel $\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AO}).\overrightarrow{AC}$ est égal à

a. 0 b. $\frac{1}{3}$ c. 2.

3. La droite (BC) est l'intersection des plans d'équations

a. $x = 1$ *et* $2y + z - 2 = 0$.

b. $x = 0$ *et* $y + 2z - 1 = 0$.

c. $x = 0$ *et* $2y + z - 2 = 0$.

4. Une équation de la sphère de centre O et tangente au plan (ABC) est

a. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

b. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

c. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = \frac{4}{9}$.

Exercice 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}, \vec{v}$).

On désigne par (C) le cercle de centre O et de rayon 1 et par I et A les points d'affixes respectives 1 et $a = \sqrt{3} + i$.

1. a) Donner la forme exponentielle de a.

b) Construire A.

2. Soit B le point d'affixe $b = \frac{a-1}{1-a}$.

a. Vérifier que $b\bar{b} = 1$. En déduire que le point B appartient au cerclé (C).

b. Montrer que $\frac{b-1}{a-1}$ est un réel. En déduire que les points A, B et I sont alignés.

c. Construire le point B dans le repère.

3. Soit θ un argument du nombre complexe b.

Montrer que $\cos\theta = \frac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$ et $\sin\theta = \frac{2-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$.

Exercice 3 :

Le centre National de la Transfusion sanguine a diffusé le tableau ci-contre donnant la répartition des groupes sanguins en Tunisie.

Groupe	A	B	AB	O
Pourcentage	31%	18%	5%	46%

I. 1. Quelle est la probabilité qu'un tunisien ait un sang du groupe O ?

2. Quatre donneurs se présentent dans un centre de transfusion sanguine.

a. Quelle est la probabilité qu'un seul parmi les quatre ait un sang du groupe O ?

b. Quelles est la probabilité de trouver les quatre groupes sanguins chez ces donneurs ?

II. In dépendamment du groupe sanguin, le sang peut posséder le facteur Rhésus. Si le sang d'un individu possède ce facteur, il est dit Rhésus positif (Rh_+), sinon il est dit de Rhésus négatif (Rh^-).

Un individu ayant un sang de groupe O et de Rhésus négatif est appelé un donneur universel.

En Tunisie, 9% des individus du groupe O sont de Rhésus négatif.

1. Montrer que la probabilité qu'un tunisien soit un donneur universel est 0,0414.
2. Dans un centre de transfusion sanguine, n donneur se représentent.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de donneur universels parmi les n donneurs.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Déterminer l'espérance de X en fonction de n.

c. Déterminer le nombre moyen des donneurs universels parmi 5000 donneurs.

Exercice 4 :

A l'instant t = 0 (t exprimé en heures) un médecin injecte à un patient une dose de 1.4mg d'une substance médicamenteuse qui n'est pas présente dans le sang. Cette substance se répartit instantanément dans le sang, ensuite elle est progressivement éliminée.

On note Q(t) la quantité de substance (en mg) présente dans le sang à l'instant t, (t≥0).

On admet que la fonction $Q : t \to Q(t)$ vérifie l'équation différentielle (E) :

y' + (0,115)y = 0.

1. Résoudre l'équation (E).
2. a. Justifier que $Q(t) = 1,4e^{-0,115t}, t \geq 0$.
   b. Donner le sens de variation de la fonction Q.
   c. Résoudre dans [0 ; +∞[l'équation Q(t) =0,7 ; la solution sera arrondie à l'unité.
3. Pour une efficacité optimale de ce médicament, sa quantité présente dans le sang doit être comprise entre 0,7mg et 1,4mg.

   Expliquer pourquoi le médecin prescrit à ce patient une injection de 0,7mg chaque six heures.

Exercice 5 :

Dans l'annexe ci-jointe $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan. C_f est la représentation graphique de la fonction f définie sur ℝ, par $f(x) = -\frac{x^2+xlnx+x}{(x+1)^2}$ pour x > 0 et f(0) = 0.

Le réel α est l'abscisse du point d'intersection sur la courbe C_f avec l'axe des abscisses autres que le point O.

1. a. Par lecture graphique, donner le signe de f(x).
   b. Montrer que $ln\alpha = -(\alpha + 1)$.

2. On considère la fonction g définie sur [α ; +∞[par $f(x) = \frac{xlnx}{x+1} + 1$ et on désigne par C_g la courbe représentative de g dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

   Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ *et que* $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$

3. a. Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle [α ; +∞[, $g(x) = -\frac{f(x)}{x}$.

   b. Dresser le tableau de variation de g.

4. a. Montrer que g(α) = 1 – α.

   b. Construire alors, sur l'annexe, le point de la courbe C_g d'abscisse α.

   c. Tracer la courbe C_g.

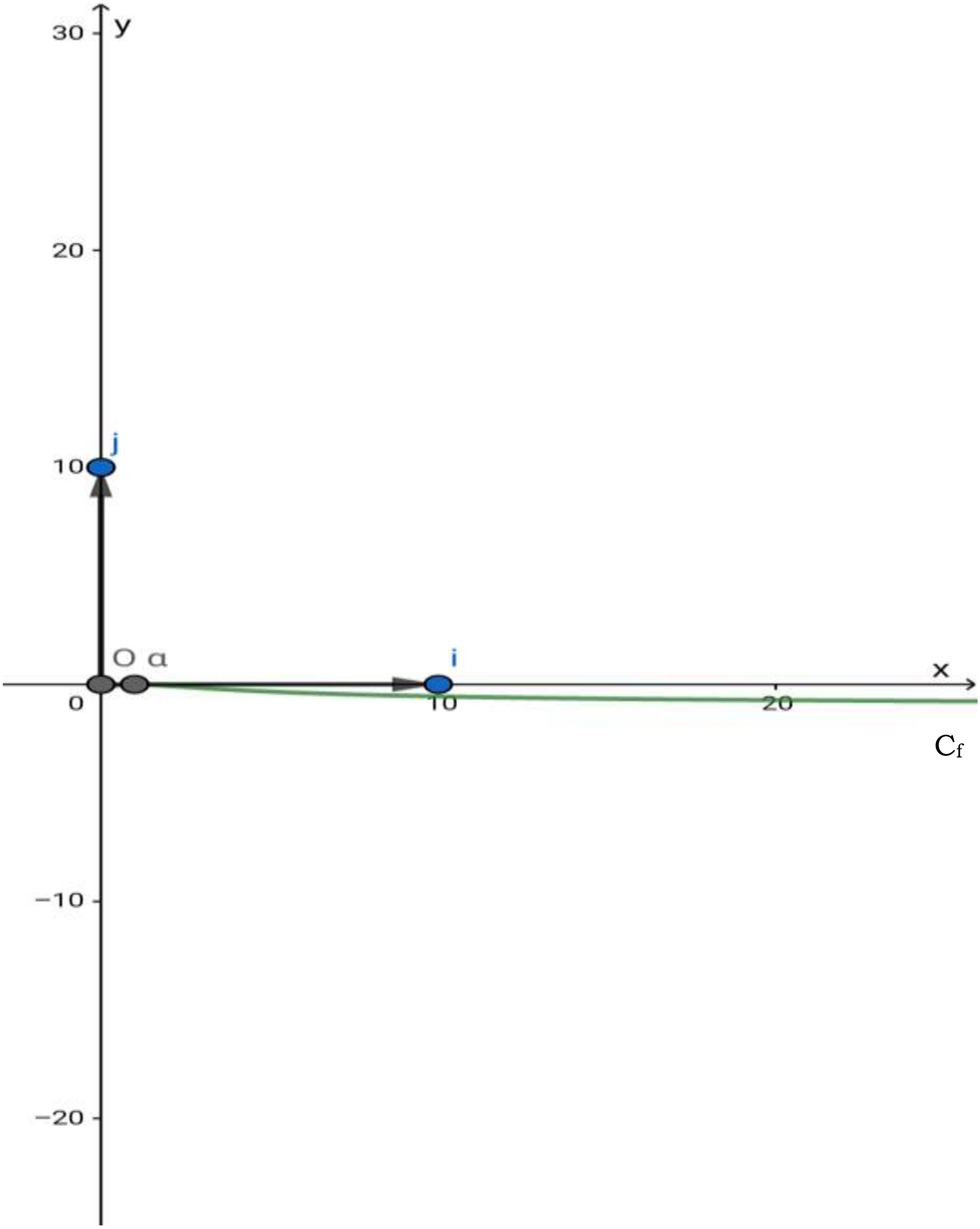
5. On désigne par A l'aire (en unité d'aire) de la partie du plan limitée par les courbes C_g, C_f et les droites d'équations x = α et x = 1.

   a. Montrer, en utilisant une intégration par partie que

$$\int_{\alpha}^{1} f(x)dx = -[xg(x)]_{\alpha}^{1} + \int_{\alpha}^{1} g(x)dx.$$

b. En déduire que $A = \alpha^2 - \alpha + 1$.

Annexe à rendre avec la copie



BACCALAUREAT SESSION 2011

Exercice 1 :

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

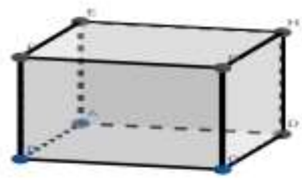
Dans la figure ci-contre ABCDEFGH est un cube d'arrêt 1.

On munit l'espace du repère $(A\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1. Le vecteur $\overrightarrow{BF} \wedge \overrightarrow{BC}$ est égal à

a. $\overrightarrow{BG}$ b. $\overrightarrow{BD}$ c. $\overrightarrow{BA}$

2. L'intersection des plans d'équations x = 1 et y = 1 est la droite



a. (CH) b. (CF) c. (CG)

3. Une équation du plan (ACE) est

a. x + y = 0 b. x – y = 0 c. x – y = 1

4. L'intersection de la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ avec le plan d'équation z = 1 est

a. Un cercle b. Un point c. L'ensemble vide

Exercice 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}, \vec{v}$).

On considère les points A et B d'affixe respectives $a = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $b = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.

1. a) Donner l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexe a et b.

b) Vérifier que $b^2 = a$.

2. Soit C le point d'affixe c = a + b.

a) Placer les points A, B et C.

b) Vérifier que $c = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$.

3. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 + z - c = 0$.

a) Vérifier que b est une solution de (E).

b) On désigne par d la deuxième solution de (E).

Montrer que $d = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} e^{i\left(\frac{-11\pi}{12}\right)}$.

c) Placer alors, le point D d'affixe d.

Exercice 3 :

Dans l'annexe ci-jointe, on a représenté dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}$), la courbe C de la fonction logarithme népérien (« ln »).

1. Placer les points de la courbe C d'abscisses e et $\sqrt{e}$
2. Soit f la fonction définie sur I = $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = ln^2x - lnx + 1$.

   On note C_f sa courbe représentative dans le repère (O ; $\vec{i}, \vec{j}$).

   a. Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty \quad et \quad \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

   b. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

   c. Montrer que pour tout réel x > 0, $f'(x) = \frac{2lnx-1}{x}$.

   d. Dresser le tableau de variation de f.
3. a) Etudier la position relative des courbes C_f et C.

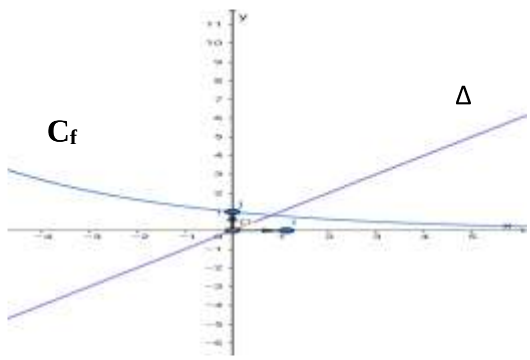
   b) Tracer C_f dans l'annexe ci-jointe.
4. Soit A l'aire du plan limité par les courbes C et C_f et les droites d'équations x = 1 et x = e.

   a. Montrer que $\int_1^e ln^2x dx = e - 2$.

   b. Calculer A.

Exercice 4 :

Dans la figure ci-contre ona représenté dans un repère orthonormé la courbe C_f de la fonction $f: x \to e^{-\frac{4}{x}}$ ainsi que la droite Δ d' équation y = x.



1. a) Utiliser le graphique pour justifier que l'équation $e^{-\frac{4}{x}} = x$ admet dans $J = [0\,;1]$ une solution unique **α**.

   b) Vérifier que 0,8 < **α** < 0,9.

2. Soit (U_n) la suite définie sur ℕ par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n); n \geq 0 \end{cases}$

a. Montrer que pour tout entier naturel n, $0 \leq U_n \leq 1$.

b. Montrer que pour tout réel $x \in J$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$.

c. Montrer que pour tout entier naturel n, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{4}|U_n - \alpha|$.

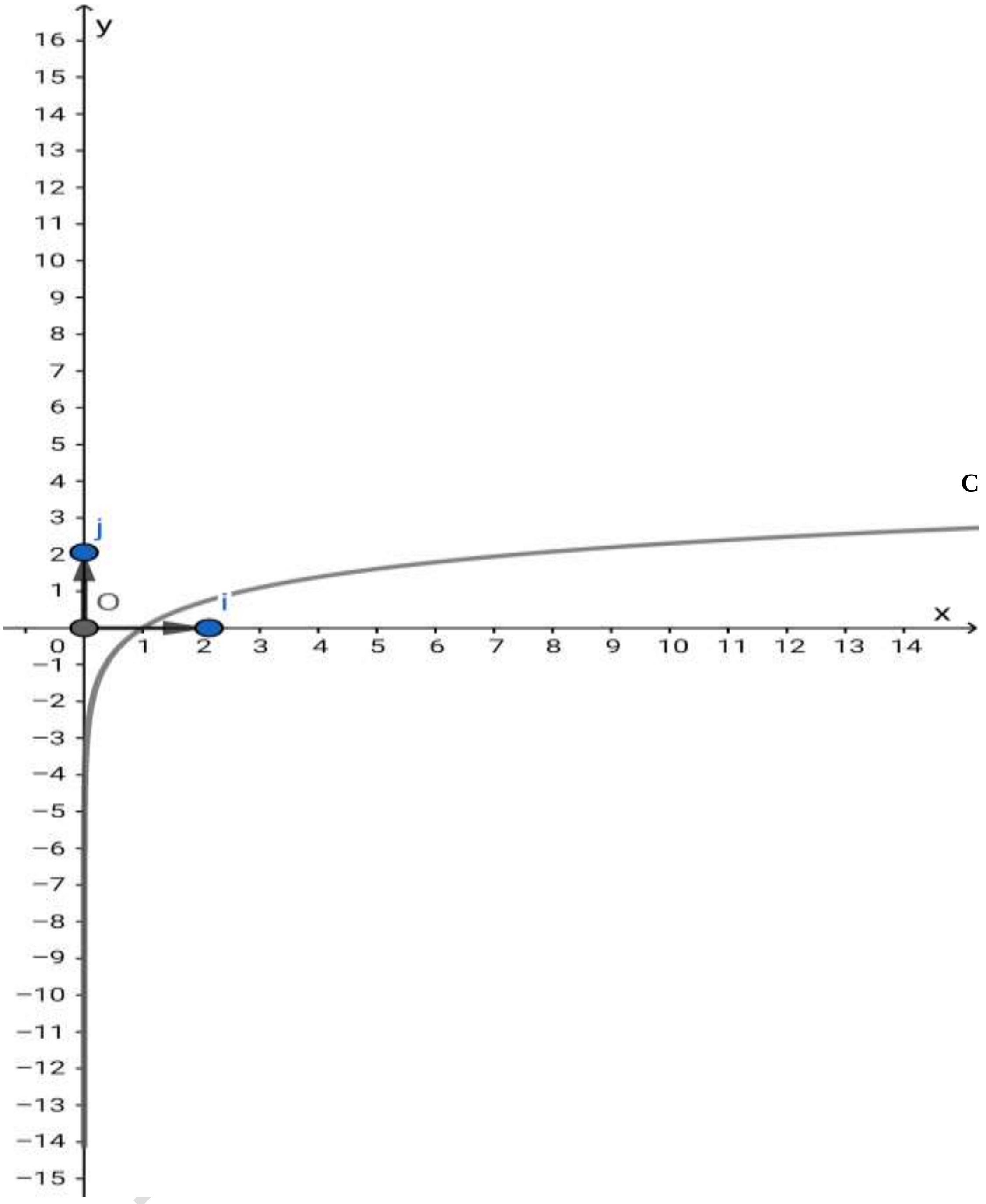
d. En déduire que pour tout entier naturel n, $|U_n - \alpha| \leq (\frac{1}{4})^n$.

e. Montrer que la suite (U_n) est convergente vers α.

3. a) Déterminer un entier naturel n_0 tel que, pour $n \geq n_0$, $|U_n - \alpha| < 10^{-3}$.

b) En déduire une valeur approchée de α à 10^{-3} près.

Annexe à rendre avec la copie



BACCALAUREAT SESSION 2010

Exercice 1 :

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 - x\ln x)$ **est égale à :**

   a) 0   b) $-\infty$ c) $+\infty$

2. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{2x}-1}{x}$ **est égale à :**

   a) 2   b) 1   c) $\frac{1}{2}$

3. **La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{kx}$ est une fonction de l'équation différentielle y' – 2y = 0 pour :**

   a) $k = \frac{1}{2}$ b) k = 2   c) k = -2

Exercice 2 :

1. a) Vérifier que $(5 + 2i)^2 = 21 + 20i$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (5 - 4i)z - 3 - 15i = 0$.

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}, \vec{v}$). On désigne par A, B, A' et B' les points d'affixes respectives -3i, 5 – i ; -3, 1 + 5i.

2. a) Placer les points A, B, A' et B'.

b) Montrer que OAA' et OBB' sont des triangles rectangles et isocèles.

3. Soit M un point de la droite (AB) d'affixe z_M.

a) Montrer qu'il existe un réel k tel que $z_M = 5k + (2k - 3)i$.

b) Montrer que les droites (OM) et (A'B') sont perpendiculaires si et seulement si le point M est le milieu du segment [AB].

Vérifier que dans ce cas A'B' = 2 OM.

Exercice 3 :

I. On représente ci-dessous dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}$), les courbes (C) et (Γ) ; représentatives d'une fonction f définie et dérivables sur $\mathbb{R}$ et de sa fonction dérivée f'.

1. **Reconnaitre la courbe représentative de f et celle de f'.**

2. **Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe de f', l'axe des abscisses et les droites d'équations x = -1 et x = 0.**

II. **La fonction f est définie sur ℝ par $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$.**

1. **a) A l'aide d'une double intégration par partie, montrer que $\int_{-1}^{0} f(x)dx = 2e - 5$.**

   b) Déterminer l'aire A' de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (Γ) et les droites d'équations x = -1 et x = 0.

2. **Soit g la restriction de f sur l'intervalle I = [1 ; +∞[.**

   a) Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera.

   b) Montrer que l'équation g(x) = x admet dans I une solution unique α et que 1,41 < **α** < 1,42.

   c) Montrer que g^{-1} est dérivable en **α** et que $g^{-1}(\alpha) = \frac{\alpha+1}{\alpha(1-\alpha)}$, ($g^{-1}$ désigne la fonction réciproque de g).

Exercice 4 :

L'espace Ɛ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points A (1, 1, 0), B (0, 0, 01) et C (1, -1, 1).

1. a) Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire que les points A, B et C déterminent un plan $\mathcal{P}$.

b) Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ est x + y + z -1 = 0.

2. Soit S l'ensemble des points M (x ; y ; z) de $\mathcal{E}$ tels que :

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$.

a) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon r.

b) Montrer que S ∩ $\mathcal{P}$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

3. a) Calculer le volume du tétraèdre IABC.

b) Soit **α** un réel et soit M un point de $\mathcal{E}$ de coordonnées (**α** ; 2 ; -**α**).

Montrer que, lorsque **α** décrit l'ensemble ℝ, le volume du tétraèdre MABC reste constant.

Exercice 5 :

Pour étudier la croissance d'une culture bactérienne en milieu liquide non renouvelé on a mesuré, à divers instant t, le nombre x de bactéries par millilitre. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant, où t est exprimé en heure et x est exprimé en milliers.

t	0	1	2	3	4	5	6
x	9	11,2	14,8	18	22,8	28,8	36,2

On pose $y = \ln x$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. a) Recopier et compléter le tableau suivant (on donnera pour y les valeurs arrondies à 10^{-2}).

t	0	1	2	3	4	5	6
y = ln	2,20	2,42					3,59

   b) Déterminer le coefficient de corrélation de la série (y ; t).

2. **a) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite (D) de régression de y en t. (On arrondira les coefficients à 10^{-2} près).**

   b) A partie de l'équation de (D), déterminer l'expression de x en fonction de t.

   c) Donner une estimation du nombre de bactéries par millilitre pout t = 10.

TRAVAIL – JUSTICE – SOLIDARITÉ

SUJETS DES BACCALAUREATS DE GUINEE CONAKRY

BACCALAUREAT SESSION 2019

Exercice 1 :

A- Soit P le polynôme défini par : $\forall x \in R, P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

1- Calculer $P(1)$

2- Résoudre dans R l'équation $(E): \ln(x^2+1) + \ln(x-5) = \ln(x^2 - 10x + 1)$

B- On pose :

$$a = \sqrt{2}\left(cos\frac{\pi}{6} + isin\frac{\pi}{6}\right); b = \sqrt{2}\left(cos\frac{\pi}{4} + isin\frac{\pi}{4}\right)\ et\ c = \sqrt{2}\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$$

1- Exprimer a^6; $b^6\ et\ c^6$ sous forme algébrique.

2- En déduire une solution de l'équation $(E): z \in C;\ z^6 = -8i$

3- Soit $j = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$

a- Vérifier que $j^3 = 1$

b- Démontrer que $jb\ et\ j^2b$ sont aussi solution de (E)

c- En déduire toutes les solutions de (E). Les écrire sous forme algébrique.

Exercice 2 : Problème :

On considère la fonction $f\ de\ R\ vers\ R$ définie par : $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x+1}$. On désigne par (C) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).

1- Etudier le sens de variation de la fonction f

2- On considère la courbe (Γ) la représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = e^x - 1$

a- Démontrer que (Γ) est asymptote à $(C)\ en + \infty$

b- Préciser les positions relative de $(C)\ et\ (\Gamma)$

3- Construire (Γ) à partir de la représentation graphique de la fonction exponentielle.

Sur le même graphique, construire(C).

BACCALAUREAT SESSION 2018

Exercice 1 :

on considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 0$ et pour tout entier naturel n,

$$U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1$$

1- Calculer $U_1;\ U_2\ et\ U_3$

2- Pour tout entier naturel n on pose $V_n = U_n - 2$

a- Calculer $V_1;\ V_2\ et\ V_3$

b- Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$

c- Exprimer (V_n) puis (U_n) en fonction de n.

3- On pose $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n\ et\ T_n = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n$

Exprimer S_n en fonction de n puis en déduire T_n en fonction de n

Exercice 2 : Problème :

Soit f la fonction definie sur $[0;+\infty[\ par\ f(0) = 0$ et pour tout $x\ de\ [0;+\infty[$

$$f(x) = \frac{x^2}{2}\left(lnx - \frac{3}{2}\right)$$

1- Démontrer que f est dérivable en 0

2- Dresser le tableau de variation de f

3- Soit C la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$ (unité graphique : 2 cm).

a- Soit A le point de C d'abscisse 1. Ecrire une équation de la tangente (T) à C en A.

b- Pour tout $x\ de\ [0;+\infty[$, on pose $\varphi(x) = f(x) + x - \frac{1}{2}$. Calculer $\varphi'^{(x)} et\ \varphi''(x)$

En déduisez-en le signe de $\varphi(x)$ et la position relative de C par rapport à (T)

4- Tracer la courbe C et la droite(T).

BACCALAUREAT SESSION 2017

Exercice 1:

Un sac contient dix objets : n objets sont noirs ; les autres sont blancs. On extrait simultanément deux objets du sac. Les tirages étant équiprobables, quelles sont les probabilités d'obtenir :

1) Deux objets de couleurs différentes ?

2) Deux objets noirs ?

3) Deux objets blancs ?

Calculer n pour que cette dernière probabilité soit égale à $\frac{7}{15}$

Exercice 2 : Problème :

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).

Soit la fonction f de R^* dans R définie par : $f(x) = \frac{lnx}{1+lnx}$

et (C) sa courbe représentative (unité graphique : 2 cm).

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

2) Déterminer les nombres réels a et b tels que, pour tout x de D_f, $f(x) = a + \frac{b}{1+lnx}$

3) Calculer les limites de f aux bornes de D_f et interpréter graphiquement les résultats obtenus.

4) a) Déterminer la fonction dérivée $f'de\ f$.

b) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

5) a) Résoudre dans R l'équation : $f(x) = \frac{1}{2}$.

b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'ordonnée $\frac{1}{2}$

6) Construire la tangente (T) et la courbe (C)

BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1 :

On considère deux dés cubiques

- **L'un est rouge et ses six faces sont numérotées : 6 ; 6 ; 6; 5 ; 5; 4**
- **L'un est noir et ses six faces sont numérotées : 3; 3; 3; 2 ; 2; 1**

Les deux sont jetés simultanément. Chacune des faces a la même probabilité d'être désignée au tirage (équiprobabilité).

On note r le nombre indiqué par le dé rouge et n le nombre indiqué par le dé noir. On obtient ainsi un couple $(r; n)$.

Soit X la variable aleatoire qui, à un jet de deux dés, fait correspondre le nombre $r - n$

a- **Déterminer la loi de probabilité de X**

b- **Calculer l'espérance mathématiques et la variance de X.**

Exercice 2 :

Résoudre dans C² le système suivant : $\begin{cases} (1+i)z - iz' = 2+i \\ (2+i)z + (2-i)z' = 7-4i \end{cases}$

Exercice 3 : Problème : **on considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]-1; 1[$ par :**

$$f(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

(C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé(O, I, J). (Unité graphique : 2 cm).

1- **Calculer la limite de f en -1 *et* 1 . Interpréter graphiquement les résultats obtenus.**

2- **Démontrer que pour tout x de $]-1; 1[$, $f'(x) = \frac{1}{1-x^2}$**

3- **En déduire le tableau de variation de f**

4- **Déterminer l'équation de la droite (T) la tangente à (C) au point d'abscisse 0.**

5- **Soit g la fonction de R vers R définie par : $g(x) = f(x) - x$**

   a- **Déterminer le sens de variation de g**

   b- **Calculer $g(0)$ et en deduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.**

   c- **Déterminer la position de (C) par rapport à (T) , puis construire (C) et(T)**

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1 :

On considère la suite u_n définie par : u_0 et pour tout entier n, $u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4}$

1. On pose, pour tout entier n : $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+3}$ Montrer que (v_n)est une suite géométrique.

2. Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n .

Exercice2 :

1- On donne le nombre complexe U : $U = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$. Calculer U^2 et U^4

2- Calculer le module et l'arrangement de U. En déduire le module et l'argument de U.

3- On considère le plan P muni d'un repère orthonormé. A tout point M de coordonnée $(x\,, y)$ dans P, on associe son affixe $Z = x + iy$ Déterminer l'ensemble des points M de P pour lesquels le module du produit UxZ est égal à 8.

Exercice 3 : Problème

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$

.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan.

1. a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b) Démontrer que pour tout réel $x \in [0; +\infty[$ $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$

c)En déduire que la courbe (C) admet comme asymptote la droite (D) d'équation : $y = x$.

Etudier la position relative de (C) par rapport à (D) .

2. Etudier le sens de variations de f et dresser son tableau de variation.

3. Tracer la droite (D) et la courbe(C).

BACCALAUREAT SESSION 2014

Partie A

Soit le nombre complexe $u = \frac{ai-4b}{5+3i}$ avec $(a,b) \in R \times R$

1. Déterminer les réels a et b sachant que u a pour module 1 et pour argument $\frac{3\pi}{4}(2\pi)$

2. a) On donne $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{2}$ Calculer $u^{12} + u^{16}$

b) Démontrer que, quels que soient les entiers naturels m et n respectivement pair et impair, on a : $u^{4m} + u^{4n} = 0$.

Partie B

Soit la fonction $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}-1}$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J), unité :2cm.

1- **Déterminer l'ensemble de définition D_f de . Etudier les limites de f aux bornes D_f de f.**
2- **Etudier les variations de f.**
3- **Montrer que le point $I(0,1)$ est un centre de symétrique pour la courbe.**
4- **Construire (C) dans le repère (O, I, J) , on placera en particulier le point A de dont L'ordonnée est 4. On précisera les asymptotes à (C) .**
5- **Soit g la restriction de f à l'intervalle $]0, +\infty[$. Montrer g admet une fonction réciproque g^{-1} que l'on déterminera.**

Partie C :

Un bassin contient trente poissons : Cinq carpes, dix tranches et quinze gardons. On pêche quatre poissons d'un seul coup de filet. Calculer avec deux décimales ; les probabilités des événements suivants :

1- **Les quatre poissons sont tous des gardons.**
2- **Aucun des quatre poissons n'est un gardon.**
3- **Il y a au moins un gardon dans le filet.**
4- **Le filet contient une carpe, une tranche et deux gardons.**
5- **Parmi les quatre poissons il y a au moins deux carpes.**

BACCALAUREAT SESSION 2013

A- On considère les nombres complexes Z et U définies par :

$$Z = -8\sqrt{3} + 8i \text{ et } U = \left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right) + i(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

1. Écrire le nombre complexe Z sous forme trigonométrique.

Déterminer les racines carrées de Z sous forme trigonométrique.

2. Calculer U^2 utiliser ce résultat pour exprimer les racines carrées de Z sous leur forme algébrique. En déduire la valeur $cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

B- Le repère (o ; i ; j) est orthonormé. Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = (1 - x)(1 + e^x)$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f.

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2. Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à (C) en $-\infty$.

Préciser la position relative de (C) et (Δ).

3. Etudier les variations de la fonction dérivée f et en déduire des variations de f.

4. Tracer (C)

C- Résoudre dans $R \times R$ le système suivant : $\begin{cases} 3^{x+y} + \frac{15}{3^{x+y}} = 8 \\ xy = \frac{1}{4} \end{cases}$

BACCALAUREAT SESSION 2012

A- On pose $U = cos\theta + isin\theta$ $V = cos\theta - isin\theta$

1- Montrer que $UV = 1$ et calculer $U + V, U - V, U^m + V^m$ et $U^m + V^m$ en fonction de $\theta(m\epsilon\ Z)$.

2- Développer $(U + V)^3 + (U - V)^3$ puis utiliser les résultats obtenus au 1) pour donner l'expression linéaire de $cos3\theta$ et $sin3\theta$ et $cos^3\theta$ et $sin^3\theta$

3- Calculer les intégrales $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^3\theta\, d\theta$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^3\theta\, d\theta$ en utilisant les résultats de la question précédente.

B- Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 1}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f.

1. Démontrer l'ensemble de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de cet ensemble.

2. Démontrer que la courbe (Γ) d'équation $y = 1 + e^x$ est asymptote à (C) en $+\infty$ Préciser la position relative de (C) et (Γ)

3. Etudier les variations de f et tracer (Γ) et (C).

C- Résoudre dans R l'équation : $log_3 x = \frac{1}{2} + log_9(4x + 15)$

BACCALAUREAT SESSION 2011

A-1) On considère les deux ensembles $E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ et $F = \{a ; b ; c ; d\}$. Quel est le nombre de bijection différente de E sur F ?

2) Quatre hommes et leurs épouses décident de danser en se soumettant aux règles suivantes : les partenaires sont liés au sort et sont de sexe diffèrent ; tout le monde danse. Calculer la probabilité

a) Pour que chacun des 4 hommes dansent avec son épouse.

b) Pour que deux hommes dansent seulement avec leurs épouses.

c) Pour qu'un homme seulement danse avec son épouse.

d) En déduire la probabilité pour qu'aucun des 4 hommes ne dansent avec son épouse.

B) On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{e^x}{(1+x)^2}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère (o ; i ; j).

1- **Calculer la limite de cette fonction lorsque x tend vers Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?**

2- **Calculer $f'(x)$ et montrer que son signe est celui de Dresser le tableau de variation.**

3- **Tracer la courbe (C), la droite d'équation ainsi que la tangente (T) à cette courbe en son point d'abscisse 0.**

C- On donne le nombre complexe U : $U = \sqrt{2 - \sqrt{2}} - i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

1- **Calculer U^2 et U^4 . Calculer le module et l'arrangement de U.**

2- **On considère le plan P muni d'un repère orthonormé. A tout point M de coordonnée (x , y) dans P, on associe son affixe $Z = x + iy$ Déterminer l'ensemble des points M de P pour lesquels le module du produit UxZ est égal à 8.**

BACCALAUREAT SESSION 2010

A- Soit (u_n) la suite définie par : $\forall\, n \in N \begin{cases} U_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - n^2 + n \end{cases}$

1- Démontrer un polynôme du second degré P tel que la suite de terme général $a_n = P(n)$ vérifie la relation de récurrence précédente.

2- Démontrer que la suite de terme général $v_n = u_n - a_n$ est une suite géométrique.

3- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

4- Etudier la convergence des suites (v_n) et (u_n).

B- Soit la fonction définie par : $f(x) = x - 1 - \frac{lnx}{x^2}$

(C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, i, j) d'unité 2cm.

1- Etudier les variations de la fonction f.

2- a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est un asymptote à (. Préciser la position relative de (C_f) par rapport à (D).

b) Montrer qu'il existe un point A la courbe en laquelle la tangente (T) est parallèle à (D). On donnera les coordonnées de A et une équation de (T).

3- Construire soigneusement (D) et (T).

4. a) Calculer la dérivée de la fonction h définie par : $h(x) = \frac{1+lnx}{x}$ dans $]0;\ +\infty[$

b) Soit A supérieur à 1. Calculer l'air $A\ (cm^2)$ de la partie (C_f), la droite (D) et les droites d'équation $x = 1\ et\ x = 7$

HONNEUR – FRATERNITÉ – JUSTICE

SUJETS DE BACCALAUREATS DE MAURITANIE

BACCALAUREAT SESSION 2019

Exercice 1 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_n = 3^n + n - 1$. On pose $v_n = u_{n+1} - u_n$ et $w_n = ln\left(\frac{-1+v_n}{2}\right)$.

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule est correcte.

N°	Questions	Répons A	Réponse B	Réponse C
1	La suite (u_n) est :	arithmétique	géométrique	Ni arithmétique, ni géométrique
2	La suite (u_n) est :	convergente	divergente	borné
3	Si $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$, alors la valeur de s_n est :	$\frac{3^{n+1}-1}{2} + \frac{(n+1)(n-2)}{2}$	$\frac{1-3^{n+1}}{-2} + \frac{(n+1)(n-1)}{2}$	$\frac{1-3^{n+1}}{2} + \frac{(n+1)(n-2)}{2}$
4	Le terme généra de la suite (v_n) est :	$v_n = 2 \times 3^n + 1$	$v_n = 2 \times 3^n + 2n + 1$	$v_n = 3^n + 1$
5	Le plus petit entier naturel n tel que $v_n \geq 2019$ est :	n = 6	n = 7	n = 8
6	Si $T_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$, alors la valeur de T_n est :	$\frac{(n+1)^3}{2} ln3$	$\ln(\frac{3^{n+1}-1}{2})$	$\frac{n^2+n}{2} ln3$

Exercice 2 :

1. a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe -3 + 4i.

   b) En déduire les solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation $z^2 + (3-6i)z - 6 - 10i = 0$.

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -2 + 2i$; $z_B = i$ et $z_C = -1 + 4i$.

a) Placer les points A, B et C.

b) Déterminer la nature du triangle ABC.

c) Déterminer l'affixe D tel que ABCD soit un parallélogramme.

3. Pour tout nombre complexe z ≠ i ; on pose : $f(z) = \frac{z+1-4i}{z-i}$.

a) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$.

b) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M du point d'affixe z tel que : $|f(z) - 1| = \sqrt{2}$.

4. On pose, pour tout n ≥ 1 ; $z_n = (z_A)^n$.

a) Ecrivez z_n sous forme trigonométrique.

b) Déterminer la longueur du segment OM_{2019}, où M_{2019} est le point d'affixe z_{2019}.

Exercice 3 :

A. 1. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle $(E): y'' - 4y' + 4y = 0$.

2. Soit h la solution de (E) qui vérifie h(0) = -1 et h'(0) = -1. Montrer que $h(x) = (x-1)e^{2x}$.

B. On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = h(x) + 2x - 2 = (x-1)(2+e^{2x})$ et soit (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1. a) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement.

b) Montrer que la droite D d'équation y = 2x-2 est asymptote à (C) et étudier leurs positions relatives.

2. a) Montrer que $f'(x) = 2 + (2x-1)e^{2x}$ et en déduire l'expression de $f''(x)$. (f' et f'' étant respectivement la dérivée première et seconde de f.

b) Montrer que le point A(0 ; -3) est un point d'inflexion pour la courbe (C).

c) Etudier les variations de f' et en déduire qu'elle est strictement positive sur ℝ.

d) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Déterminer le point B de (C) où la tangente T est parallèle à la droite D. Ecrire une équation de T.

b) Tracer D, T et (C) dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

c) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solution de l'équation $x-1=me^{2x}$.

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur]0 ; +∞[par $f(x)=(x-1)(1-lnx)$ *et* Γ sa courbe représentative dans e repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1. On considère la fonction g définie sur l'intervalle]0 ; +∞[par $g(x)=\frac{1}{x}-lnx$.

   a) Calculer $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ *et* $\lim_{x\to +\infty} g(x)$.

   b) Calculer la dérivée $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g.

   c) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet sur]0, +∞[une unique solution α telle que 1,7 < α < 1,8.

   d) En déduire que le signe de g(x) sur]0 ; +∞[.

2. a) Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim_{x\to +\infty} f(x)$; $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

   b) Montrer que pour tout x > 0, $f'(x)=g'(x)$, où f' est la dérivée de f.

   c) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Montrer que $f(\alpha)=\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ où α est le réel trouvé dans la question 1.c.

   b) Déterminer les points d'intersection de la courbe Γ avec l'axe (Ox).

4. Soit h la restriction de f sur l'intervalle I = [α ; +∞[.

   a) Montrer que h réalise une bijection de l'intervalle I sur l'intervalle J =]-∞ ; f(α)].

   b) calculer $(h^{-1})'(0)$.

   c) Construire Γ et Γ' dans le repère où Γ' est la courbe de h^{-1}.

5. a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $\int_1^e (x-1)lnx\,dx=\frac{e^2-3}{4}$.

   b) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe Γ, l'axe des abscisses et les droites d' équation respective x = 1 et x = e.

BACCALAUREAT SESSION 2018

Exercice 1 :

Un groupe de 100 candidats ont passé un test d'inscription dans un centre de formation professionnelle. Le test est composé de deux épreuves obligatoires : une écrite et une orale. Les résultats ont montré que : 60 candidats ont réussi l'épreuve écrite dont 45 ont réussi aussi l'épreuve orale. Parmi ceux qui ont échoué dans l'épreuve écrite 25 % ont réussi l'épreuve orale. On choisit au hasard un candidat de ce groupe et on considère les évènements suivants : A : « le candidat a réussi l'épreuve écrite» ; B : « le candidat a réussi l'épreuve orale». Pour chacune des questions de cet exercice, une seule des trois réponses proposées est correcte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La probabilité p(A) est	0,6	0,45	0,25
2	La probabilité $p(A \cap B)$ est	0,6	0,45	0,25
3	La probabilité de $p_A(B)$ est	0,75	0,45	0,25
4	La probabilité $p_{\overline{A}}(B)$ est	0,75	0,45	0,25
5	La probabilité p(B) est	0,75	0,55	0,1

La durée de l'épreuve écrite varie de 20 à 60 minutes. On suppose que le temps X, exprimé en minutes, mis par un candidat avant de remettre sa copie, lors de cette épreuve, est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme.

6	La probabilité de densité de X est	$f(x) = \frac{1}{20}$	$f(x) = \frac{1}{40}$	$f(x) = \frac{1}{60}$
7	La probabilité que ce candidat remet sa copie après 30 minutes est	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Questions n°	1	2	3	4	5	6	7
Réponse							

Exercice 2 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O; $\vec{u}, \vec{v}$). Pour tout nombre complexe z on pose $p(z) = z^3 - (3+2i)z^2 + (3+3i)z - 4i$.

1. a) Déterminer les racines carrées du nombre complexes -8 + 6i.

b) Calculer p(i).

c) Déterminer les réels a et b tels que pour tout nombres complexe z on a :

$p(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$.

d) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation P(z) = 0.

2. Soit A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = i$; $z_B = 1 - i$; $z_C = 2 + 2i$.

a) Placer les points A, B et C.

b) Déterminer la nature du triangle ABC.

c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.

d) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M du plan d'affixe z tel que : $\left|\frac{z-2-2i}{z-1+i}\right| = 1$.

3. Pour tout entier naturel n, on pose $z_n = (z_C)^n$ et $v_n = |z_n|$.

a) Vérifier que $z_C = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ puis en déduire l'écriture trigonométrique de z_n.

b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

c) Calculer la limite de (v_n) et exprimer en fonction de n la somme $S_n = v_0 + v_1 + \cdots v_n$.

Exercice 3 :

Soit la f fonctions numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 1 + 2xe^{-x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1. a) Montrer que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ $et\ que$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

b) Montrer que $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement.

c) Montrer que la droite D d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à (C) et étudier la position relative entre (C) et D.

2. a) Calculer la dérivée f' puis montrer que l'expression de la dérivée seconde de f est $f''(x) = (2x - 4)e^{-x}$.

b) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion A dont on donnera les coordonnées.

c) Etudier les variations de f' et en déduire que f' est positive.

d) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Montrer que la courbe (C) coupe (Ox) en un unique point d'abscisse α avec $0,2 < \alpha < 0,3$.

b) Déterminer le point B de (C) où la tangente T est parallèle à l'asymptote D. Donner une équation de T.

c) Tracer D, T et (C) dans le repère $(O;\ \vec{i};\ \vec{j})$.

d) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solution de l'équation : $-m - 1 + 2xe^{-x} = 0$.

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur I = $]0\ ;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{2+x+xlnx}{x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i};\ \vec{j}\ )$.

1. a) Montrer que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ et interpréter graphiquement.

b) Vérifier que $f(x) = \frac{2}{x} + 1 + lnx$.

2. a) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

b) Donner une équation de la tangente T à la droite (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.

3. Soit g la restriction de f sur l'intervalle J = $]0\ ;2]$

a) Montrer que g est une bijection de J sur un intervalle K que l'on précisera.

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}, où g^{-1} est la relation réciproque de g.

c) Calculer $(g^{-1})'(3)$ (on pourra utiliser 2.b).

d) Construire (C), (C') et T dans le repère $(O\ ;\ \vec{i};\ \vec{j})$, où (C') est la courbe de g^{-1}.

4. On considère la fonction h définie sur I par $h(x) = f(x) - x$.

a) Dresser le tableau de variation de h.

b) Montrer que h(x) = 0 admet une unique solution α, telle que $2 < \alpha < 3$. Vérifier qur $f(\alpha) = \alpha$ et en déduire que $\forall x \geq \alpha$ on a $f(x) - x \leq 0$.

5. Soit (U_n) la suite définie par $\begin{cases} U_0 + 3 \\ U_{n+1} = f(U_n), \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}\}$

a) Montrer par récurrence que $u_n \geq \alpha$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

b) Montrer que (u_n) est décroissante (on pourra utiliser 4.b). En déduire que (u_n) est convergente.

6. a) Utiliser une intégration par partie pour calculer l'intégrale $K = \int_1^e lnx\, dx$.

b) En déduire l'aire du domaine délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 1 et x = e.

BACCALAUREAT SESSION 2017

Exercice 1 :

Le tableau ci-contre donne les résultats d'une étude d'efficacité d'un vaccin sur un groupe de 100 personnes. On choisit au hasard une personne de ce groupe et on note V l'évènement « la personne est vaccinée » et M l'évènement « la personne est malade »

	Vaccinées	Non vaccinées	Total
Malade	100	150	250
Non malade	600	150	750
total	700	300	1000

Pour chacune des six questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La probabilité p(V) est	0,7	0,6	0,1
2	La probabilité p(M) est	0,1	0,15	0,25
3	La probabilité p(V∩M) est	0,1	0,155	0,85
4	La probabilité $p_v(M)$ est	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$

Le choix est répété de façon indépendante durant 10 jours successifs, à raison d'une personne du groupe par jour. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de personne à la fois malades et vaccinées choisies. Soit E l'évènement 'au moins une personne malade et vaccinées est choisie durant ces dix jours.

5	La probabilité p(E) est	1 - $(0,9)^{10}$	$\frac{1-(0,1)^{10}}{2}$	$\frac{1-(0,85)^{10}}{3}$
6	L'espérance mathématique de X est	1	2	3

Recopier sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse.

Exercice 2 :

1. **pour tout nombre complexe z on pose $p(z) = z^3 - 10z^2 + 36z - 40$.**
   a) **Calculer p(2).**

b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a : $p(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$

c) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation p(z) = 0.

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct : (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$), on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 4 - 2i$; $z_B = 2$ et $z_C = 4 + 2i$.

   a) Placer les points A, B et C dans le repère.

   b) Déterminer la nature du triangle ABC.

   c) Déterminer l'affixe z_D du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

3. Pour tout nombre complexes z ≠ 4 + 2i, on pose $f(z) = \frac{z-4+2i}{z-4-2i}$

   a) Vérifier que $f(z_D) = i$ et interpréter graphiquement.

   b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$.

   c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z) - 1| = \sqrt{2}$.

4. On pose $z_0 = f(2i)$. Pour tout entier naturel n, on note $z_n = (z_0)^n$.

   a) Ecrire z_0 sous forme algébrique, puis vérifier que $z_0 = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$.

   b) Déterminer la plus petite valeur de l'entier n telle que $|z_n| \geq 2017$.

   c) Vérifier que le point d'affixe z_{2018} appartient à l'axe des imaginaires pur.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur ℝ par : $f(x) = e^{-x} + 2x - 2$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1. a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - (2x-2)\right)$. Interpréter graphiquement les résultats.

   b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats.

2. a) Calculer la dérivée $f'(x)$ et vérifie que $f'(-ln2) = 0$.

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f.

3. a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet exactement deux solutions α et β. Vérifier que -1,7 < α < -1,6 et 0,7 < β < 0,8.

   b) Représenter la courbe (C) de f dans le repère.

4. On définit les suites (u_n) et (v_n) pour tout entier naturel n par :

$u_n = e^{-n}$ et $v_n = 2n - 2$.

a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique et qu'elle est décroissante.

b) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique et qu'elle est croissante.

c) Ces deux suites sont-elle adjacentes ? Justifier.

5. Pour tout entier naturel n, on pose : $s_n = f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(n)$.

a) Exprimer s_n en fonction de n.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{s_n}{n^2}$.

Exercice 4 :

Soit f la fonction numérique définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = (2 - 2x)(lnx - 2)$ et Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,; \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$

1. On considère la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x} + 1 - lnx$.

   a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

   b) Calculer la dérivée $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g.

   c) Montrer que réalise une bijection de $]0\,;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   d) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $]0\,;+\infty[$ une unique solution α telle que $3{,}5 < \alpha < 3{,}6$. En déduire le signe de g(x) sur $]0\,;+\infty[$.

2. a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x}{x}$ et interpréter géométriquement.

   b) Calculer la dérivée $f'(x)$ et montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = 2g(x)$.

   c) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Montrer que $f(\alpha) = \frac{2(1-\alpha)^2}{\alpha}$ où α est le réel trouvé dans la question 1.d.

b) Donner une équation de la tangente T à la courbe Γ au point A d'abscisse $x_0 = 1$.

c) Montrer que Γ coupe l'axe (Ox) en un deuxième point B, autre que A, d'abscisse x_B telle que $7{,}38 < x_B < 7{,}39$.

4. a) construire Γ et T dans le repère. (On prendra $\alpha = 3{,}6$ et $f(\alpha) = 3{,}8$).

b) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $(2 - 2x)lnx = m$.

5. a) A l'aide d'une intégration par partie, montrer que $\int_1^2 (2 - 2x)lnx\, dx = -\frac{1}{2}$.

b) en déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe Γ, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives x = 1 et x = 2.

BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1 :

Des études statistiques sur les examens de fin d'année universitaire ont montré que : 10% d'une population estudiantine donnée possède un ordinateur.

La probabilité qu'un étudiant possédant un ordinateur réussisse est de 0,8.

La probabilité qu'un étudiant ne possédant pas un ordinateur réussisse est 0,3.

O choisit au hasard un étudiant dans cette population. On note M l'évènement « l'étudiant choisi possède un ordinateur » et R l'évènement « l'étudiant choisi réussi ».

Parmi les réponses proposées pour chaque question, ci-après, une seule est exacte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La probabilité p(M) est :	0,6	0,9	0,1
2	La probabilité $p_M(R)$ est :	0,8	0,9	0,7
3	La probabilité p(M∩R) est :	0,09	0,08	0,07
4	La probabilité p($\overline{M} \cap R$) est :	0,27	0,29	0,31
5	La probabilité p(R) est :	0,25	0,35	0,45
6	La probabilité $p_R(M)$ est :	$\frac{13}{35}$	$\frac{11}{35}$	$\frac{8}{35}$

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 :

1. **Pour tout nombre complexe z on pose : $p(z): z^3 - 7z^2 + 19z - 13$.**
   a) **Calculer p(1)**
   b) **Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a :**
      $p(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$.
   c) **Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation p(z) = 0. On note z_0; z_1 *et* z_2 les solutions de (E) telles que : $Im(z_1) < Im(z_0) < Im(z_2)$.**
2. **Le plan, complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}, \vec{v}$).**

Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1, z_B = z_1 - i; et\ z_C = z_2 + 1$.

a) Vérifier que $z_B = 3 - 3i$ *et que* $z_C = 4 + 2i$ puis placer les points A, B et C dans le repère.

b) Déterminer la nature du triangle ABC.

c) Déterminer l'affixe z_D du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

3. Pour tout nombre $z \neq 3 - 3i$; on pose : $f(z) = \frac{z-4-2i}{z-3+3i}$.

a) Vérifier que $f(z_D) = -i$ et interpréter graphiquement.

b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$.

c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que f(z) soit imaginaire pur.

d) Déterminer et construire Γ_3 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z) - 1|\sqrt{2}$.

e) Vérifier que les trois ensembles Γ_1, Γ_2 et Γ_3 passent par les points A et D.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur ℝ par : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^x} = x - 1xe^{-x}$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}$).

1. On considère la fonction g définie sur ℝ par : $g(x) = 1 - x + e^x$.

a) Calculer $g'(x)$ où g' est la dérivée de g.

b) Etudier les variations de g et en déduire le signe de g(x) sur ℝ.

2. a) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter les résultats.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Montrer que la droite (Δ) d'équation y = x – 1 est une asymptote oblique à (C) et étudier la position relative de (C) et (Δ).

3. a) Calculer la dérivée $f'(x)$ puis vérifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.

b) Dresser le tableau de variation de f sur ℝ.

4. a) Déterminer le point A de (C) où la tangente T à la courbe (C) est parallèle à l'asymptote (Δ). Donner une équation de T.

b) Tracer T, (Δ) et (C).

5. Soit H la fonction définie sur ℝ par : $H(x) = -(x + 1)e^{-x}$.

a) Vérifier que $H'(x) = f(x) - x + 1$. En déduire que F est une primitive de f sur ℝ.

b) Calculer l'aire du domaine plan limité par (C), (Δ) et les droites d'équations x = 1 et x = 3.

Exercice 4 :

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur I =]0 ; +∞[par : $g(x) = x^3 - 2 + 4lnx$.

1. a) Montrer que g est strictement croissante sur I.

b) Dresser le tableau de variation de g.

2. a) Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution α, vérifier que $1{,}1 < \alpha < 1{,}2$.

c) En déduire le signe de g(x) sur I.

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur I par : $f(x) = x - 1 - \frac{2lnx}{x^2}$. Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

1. a) Montrer que $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ et interpréter graphiquement.

b) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x \to +\infty} \left(f(x) - (x-1)\right)$. En déduire que la courbe (C) admet une asymptote oblique Δ dont on donnera une équation.

c) Etudier la position relative de (C) et Δ.

2. a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x de I. on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

b) Montrer que $f(\alpha) = \frac{3\alpha^3 - 2\alpha^2 - 2}{2\alpha^2}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Donner l'équation de la tangente T à la courbe (C) au point A d'abscisse 1. Vérifier que T est perpendiculaire à Δ.

b) Montrer que la courbe (C) coupe (Ox) en un point B autre que A d'abscisse β telle que $1{,}3 < \beta < 1{,}4$.

c) Représenter la courbe (C) et les droites Δ et (T) dans le repère (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

d) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $2x^3 - (m+1)x^2 - 2lnx = 0$.

4. Soit S l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives x = 1 et x = β.

a) Justifier que : $S = -\int_1^{\beta} f(x)dx$.

b) En utilisant une intégration par partie, calculer $I = \int_1^{\beta} \frac{lnx}{x^2} dx$. Calculer S en fonction de β.

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1 :

Une usine fabrique une série de montre. Au cours de la fabrication peuvent apparaitre deux types de défauts, désignés par a et b. On a constaté que 6% des montres fabriquées présentent le défaut a (et peut-être aussi le défaut b), 5% le défaut b (et peut-être aussi le défaut a) et 2% présenteraient simultanément les défauts a et b.

A : « la montre tirée présente le défaut a » ;

B : « la montre tirée présente le défaut b » ;

C : « la montre tirée ne présente aucun des deux défauts » ;

D : « la montre tirée présente un et un seul des deux défauts ».

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La probabilité p(A) est :	0,6	0,06	6
2	La probabilité p(C) est :	0,91	0,89	0,87
3	La probabilité p(D) est :	0,05	0,07	0,98
4	La probabilité $p_B(A)$	0,4	0,04	0,3
5	La probabilité $p_{\bar{A}}(B)$ est :	$\frac{3}{96}$	$\frac{91}{94}$	$\frac{3}{94}$
6	La probabilité $p_D(A)$ est	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{6}{7}$

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 :

1. **Pour tout nombre complexe z on pose : $p(z) = z^3 - 10z^2 + 33z - 34$.**
   a) **Calculer p(2).**
   b) **Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a : $p(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$**

c) Résoudre, dans $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes , l'équation $p(z) = 0$. On note z_0; z_1 *et* z_2 les solutions de (E) telles que $Im(z_2) < Im(z_0) < Im(z_2)$.

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}; \vec{v})$.

Soient les points A, B et C d'affixes respectives :

$z_A = z_1 + 3i$; $z_B = z_2 + i$ *et* $z_C = 6 + 2i$.

a) Vérifier que $z_A = 4 + 4i$ *et* $z_B = 4$.

b) Ecrire les nombres z_A *et* z_B sous forme trigonométrique.

c) Placer les points A, B et C dans le repère.

3. Pour tout nombre $z \neq 4+4i$ on pose : $f(z) = \frac{z-4}{z-4-4i}$

a) Vérifier que $f(z_c) = i$ et interpréter graphiquement.

b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$.

c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que f(z) soit un imaginaire pur.

4. Pour tout entier naturel n, on pose $z_n = (z_A)^n$ et soit M_n le point d'affixe z_n.

a) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels le point M_n appartient à l'axe des abscisses.

b) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels on a $OM_n > 2015$.

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie sur J =]0 ; +∞[par : $\begin{cases} f(x) = 3x - 3 - 2x\ln x, x > 0 \\ f(0) = -3 \end{cases}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1cm.

1. a) Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$. En déduire que f est continue à droite de $x_0 = 0$.

b) Montrer que $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x} = -\infty$ et interpréter graphiquement.

c) Montrer que $\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$.

2. a) Calculer $f'(x)$ pour x ∈ J et vérifier que $f'(\sqrt{e}) = 0$.

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3. a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisses $x_0 = 1$.

b) Montrer que (C) coupe l'axe des abscisses (Ox) en un point B autre que A dont l'abscisse α est telle que $2,3 < \alpha < 2,4$.

c) Déduire de ce qui précède le signe de f(x) sur J.

4. On considère la fonction g définie par : $\begin{cases} g(x)\frac{1}{2}x^2 - x^2 lnx; x > 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$

a) Montrer que pour tout x >0, $f(x) = 3x - 3 + g'(x)$.

b) En déduire une primitive F de f sur J.

5. Pour tout entier n ≥ 1 on pose : $U_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} f(x)dx$.

a) Montrer que la suite (U_n) est décroissante.

b) Exprimer U_n en fonction de n.

c) Calculer $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

Exercice 4 :

On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = (x - 2)(1 + e^x)$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

1. a) Justifier que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. Calculer $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - (x - 2))$ et donner une interprétation graphique.

2. a) Calculer la dérivée $f'(x)$ puis la dérivée seconde $f''(x)$

b) En déduire que la courbe (C) possède un point d'inflexion A dont on précisera les coordonnées.

c) Dresser le tableau de variation de la dérivée f'. En déduire le signe de $f'(x)$ pour tout réels x.

3. a) A l'aide des questions précédentes, dresser le tableau de variation de f.

b) Montrer que f réalise une bijection de ℝ sur un intervalle J que l'on déterminera.

On désigne par (C') la courbe représentative de la réciproque f^{-1} dans le repère. 4. a) Déterminer les points d'intersections de la courbe (C) avec les axes de coordonnées.

b) Déterminer le point B de (C) où la tangente T à la courbe (C) est parallèle à l'asymptote (D). Donner une équation de T.

c) Tracer (C), T, (D) et (C').

d) Discuter graphiquement le nombre de solution de l'équation $x - 2 = (2 + m)e^{-x}$

5. a) Calculer l'intégrale $I = \int_0^2 (x - 2 - 2e^x)dx$.

b) En utilisant une intégration par partie, calculer $J = \int_0^2 xe^x dx$.

c) Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses, et les droites d'équations x = 0 et x = 2

BACCALAUREAT SESSION 2014

Exercice 1 :

Une cage contient six pigeons dont quatre femelles et deux pigeons mâles ; parmi ces pigeons, on dispose de deux couples de plumage blanc et de deux femelles de plumage gris. On tire simultanément deux oiseaux de cette cage (les tirages sont équiprobables). 1) on considère les probabilités : la probabilité de l'événement A : « Les deux oiseaux tirés son de plumage gris » la probabilité de l'événement B : « Les deux oiseaux tirés son de même couleur » la probabilité de l'événement C : « Les deux oiseaux tirés son de même sexe » 2) On suppose dans cette question, que le tirage a donné deux oiseaux de même couleur .On note la probabilité que ces deux oiseaux soient de même sexe. Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Le nombre de tirage possible est :	6^2	A_6^2	C_6^2
2	La probabilité p_1 est :	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$
3	La probabilité p_2 est :	$\frac{1}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{8}{15}$
4	La probabilité p_2 est :	$\frac{2}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{7}{15}$
5	La probabilité p_4 est :	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{7}{15}$

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5
Réponse					

Exercice 2 :

On considère le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$).

1. **Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ chacune des équations suivantes :**

$(E): z^2 - 2z + 17 = 0 \;\; et \; (E'): z^2 + 8z + 17 = 0.$

2. **Pour tout nombre complexe z tel que z ≠ -4 –i , on pose : $f(z) = \frac{z-1+4i}{z+4+i}$.**

On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$Z_A = -4 - i$; $Z_B = 1 - 4i$ et $Z_C = 4 + i$.

a) Placer dans le repère, les points A, B et C ; et déterminer la nature du triangle ABC.

b) Calculer $\alpha = f(-1 + 4i)$ puis donner son écriture algébrique et trigonométrique.

c) Déterminer puis construire l'ensemble Γ_1 des points M du plan d'affixe z tels que $|f(z)| = 1$.

d) Déterminer puis construire l'ensemble Γ_2 des points M du plan d'affixe z tels que f(z) soit imaginaire pur.

3. On considère la suite de nombres complexes $(Z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $z_0 = 4 + i$, et pour tout entier naturel n, $z_{n+1} = \frac{\alpha}{2} z_n$. On appelle M_n le point d'affixe z_n.

   a) Calculer z_1 ; z_2

   b) Montrer que la suite de terme général $V_n = |z_n|$ est une suite géométrique.

   c) On pose $S_n = OM_0 + OM_1 + \cdots + OM_n$ donner l'expression en fonction de n. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

Exercice 3 :

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = 2x - 1 + 2e^x$. Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ unité 1cm.

1. a) Justifier que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

b) Calculer et donner une interprétation graphique de :

$$\lim_{x\to-\infty}\big(f(x) - (2x - 1)\big) \text{ et } \lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}.$$

2. a) Dresser le tableau de variation de f.

   b) Montrer que f réalise une bijection de ℝ vers un intervalle J que l'on précisera.

   c) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet dans ℝ une unique solution α puis vérifier que -0,3 < α < -0,2.

3. Construire les courbes(C) et (C') représentant respectivement la fonction f et sa réciproque f^{-1} dans le repère.

4. a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en $x_0 = \alpha$.

   b) Vérifier que : $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{-2\alpha+3}$.

5. On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par : $U_n = f(n)$.

   a) Montrer que (U_n) est la somme de deux suites ; une arithmétique et une géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.

b) On pose : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$. Donner l'expression de S_n en fonction de n. Clculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

Exercice 4 :

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle I = $]0 ; +\infty[$ par : $g(x) = x - 3 + 3lnx$.

1. a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

   b) Calculer la dérivée $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g.

2. a) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α puis vérifier que $1{,}59 < \alpha < 1{,}60$.

   b) En déduire le signe de g sur l'intervalle I.

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle J = $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{(x-3)lnx}{x}$.

On peut donc aussi écrire : $f(x) = \frac{(x-3)}{x} lnx$ (1) *et* $f(x) = lnx - \frac{3lnx}{x}$ (2).

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

1. a) Démontrer que $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - lnx) = 0$.

   b) Interpréter graphiquement les limites précédentes.

2. a) Calculer la dérivée $f'(x)$. Vérifier que $f'(x)$ et g(x) ont le même signe.

   b) Montrer que $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-3)^2}{3\alpha}$ et donner une valeur approchée de f(α) à 10^{-1}.

   c) Dresser le tableau de variation de fonction f.

3. a) Déterminer une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 1.

   b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. Tracer (C) et T.

   c) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre m, le nombre de solution de l'équation : $2x^2 - mx + xlnx - 3lnx = 0$.

4. a) Calculer l'intégrale $J = \int_1^e \frac{lnx}{x} dx$.

   b) En utilisant une intégration par partie, calculer l'intégrale $I = \int_1^e lnxdx$.

   c) Justifier que l'aire S du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 1 et x = e est donné par $S = -\int_1^e f(x)dx$. Calculer cette aire.

BACCALAUREAT SESSION 2013

Exercice 1 :

On considère la suite arithmétique de raison et de premier terme Pour chaque question, parmi les réponses proposées, un seule est exacte

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Le terme général de la suite (U_n) est :	$U_n = 3 + 15n$	$U_n = 15 + 3n$	$U_n = 3n + 12$
2	La valeur de U_{10} est :	$U_{10} = 153$	$U_{10} = 13$	$U_{10} = 45$
3	Si $U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n = 204$ alors n est :	n = 204	n = 30	n = 7
4	La suite (V_n) de terme général $V_n = \frac{1}{U_n}$ est :	Convergente	croissante	Géométrique
5	La suite (V_n) de terme général $T_n = e^{U_n}$	arithmétique	géométrique	Majorée
6	Si (W_n) est une suite numérique telle que pour tout n : $V_n \leq W_n \leq U_n$ alors (W_n) est	Minorée	Décroissante	Divergente

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée

Questions n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 :

1. **Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes (E) : $z^2 - 6z + 18 = 0$**
2. **Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes (E') : $z^2 - 2z\sqrt{3} + 4 = 0$**
3. **Ecrire sous forme trigonométrique et exponentielle chacun des nombres : $u = 3 + 3i$ et $v = \sqrt{3} - i$.**
4. **On pose $w = (3 + 3i)(\sqrt{3} - i)$.**
   a) **Ecrire w sous forme algébrique.**
   b) **En utilisant 3. Ecrire w sous forme trigonométrique et exponentielle.**

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ *et* $\sin\frac{\pi}{12}$.

Exercice 3 :

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle I =]1 ; +∞[par :

$f(x)x - 2 + \ln(x+1)$.

1. a) Montrer que $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x) = -\infty$; *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x)$).

2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

3. a) Montrer que la fonction f réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.

   b) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet dans I une unique solution α. Vérifier que : 1,2 < α < 1,3.

   c) Construire la courbe (C) représentative d f dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$à

4. Pour tout x > -1 ; on pose $u(x) = (x+1)\ln(x+1)$.

a) Calculer $u'(x)$ et montrer que pour tout x > -1 on a $f(x) = u'(x) + x - 3$.

b) En déduire la primitive F de la fonction f sur I qui vérifie F(0) = 0.

c) Calculer l'ire du domaine plan limité par la courbe (C) de f et les droites d'équations :

x = α et x = 0.

5. Soit f^{-1} la réciproque de f. (C') sa courbe représentative dans le repère précédent.

a) Déterminer de ce qui précède les limites : $\lim\limits_{x\to-\infty} f^{-1}(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f^{-1}(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f^{-1}(x)}{x}$.

b) Calculer $(f^{-1})'(2)$ et donner l'équation de la tangente à la courbe (C') au point d'abscisse x_0 = -2.

Exercice 4 :

1-on considère la fonction numérique g définie par $g(x) = (2x+3)e^{x+1} + 1$.

a) Justifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = 1$.

b) Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g .

c) en déduire que pour tout réel x ; g(x) > 0.

2) On considère la fonction numérique f définie : $f(x) = x - 3 + (2x+1)e^{x+1}$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$)

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

b) Calculer et interpréter graphiquement $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x}{x}$.

c) Montrer que la droite D d'équation $y = x - 3$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $-\infty$ puis déterminer leurs positions relatives.

3a) Écrire $f'(x)$ en fonction de g(x)

b) Dresser le tableau de variation de f

4 a) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution puis vérifier que $0 < \alpha < 0{,}1$.

5 a) Montrer qu'il existe un unique point A auquel la tangente T à (C) est parallèle à l'asymptote oblique d'équation $y = x - 3$. Donner l'équation de

b) Construire la courbe (C), la tangente T et l'asymptote D

c) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solutions de l'équation $(2x + 1)e^{x+1} - m - 3 = 0$.

BACCALAUREAT SESSION 2012

Exercice 1 :

Pour éclairer une salle, on utilise deux lampes différentes. On note F l'événement : « la première lampes est défaillante » On note G l'événement : « la deuxième lampes est défaillante » Des études ont montré que : P(F) 0,2 ; P(G) 0,3 ; P(F∩G) = 0,1.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est correcte.

1) La probabilité de l'événement « les deux lampes sont défaillantes » est :

A : 0,1	**B : 0,5**	**C : 0,6**

2) La probabilité de l'événement « au moins une des deux lampes est défaillante » est :

A : 0,9	**B : 0,4**	**C : 0,6**

3) La probabilité de l'événement « les deux lampes fonctionnent » est :

A : 0,8	**B : 0,6**	**C : 0,5**

4) La probabilité de l'événement «exactement une des deux lampes est défaillante » est :

A : 0,3	**B : 0,4**	**C : 0,6**

5) Sachant que la deuxième est défaillante, la probabilité que la première lampe fonctionne est :

A : $\frac{1}{2}$	**B :** $\frac{2}{3}$	**C :**$\frac{1}{3}$

6) On définit une variable aléatoire X égale au nombre de lampes défaillante dans la salle. L'espérance mathématique de X est :

A : 0,8	**B : 0,6**	**C : 0,5**

Recopie et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.

Questions n°	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Réponses						

Exercice 2 :

1- a- Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation : $z^2 - 4z + 5 = 0$ et soient z_1 et z_2 ses solutions telles que $\mathrm{Im}(z_1) > 0$.

b- Écrire le nombre $z_3 = i + z_1$ sous forme trigonométrique

2-Dans le plan complexe muni d'un repère (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$). On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = z_1$ et $z_B = -1 - i + z_2$.

a- Placer les points A et B Déterminer la nature du triangle OAB.

b- Déterminer l'affixe du point C tel que le quadrilatère OACB soit un parallélogramme placer le point C

3- Pour tout nombre complexe z tel que $z \neq 1 - 2i$ on pose : $f(z) = \frac{z-2-i}{z-1+2i}$.

a- Écrire sous forme algébrique le nombre $w = f(3 - i)$ interpréter graphiquement

b- Déterminer puis construire l'ensemble Γ_1 des points M du plan d'affixe z tels que

c- Déterminer puis construire l'ensemble Γ_2 des points M du plan d'affixe tels que le nombre soit imaginaire pur

d- Déterminer puis construire l'ensemble Γ_3 des points M du plan d'affixe tels que $|f(z) - 1| = \sqrt{10}$.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur ℝ par : $f(x) = e^{-2x-1} + 3x - 1$

(C) la courbe représentative dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1. a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - (3x - 1))$ interpréter graphiquement.

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ interpréter graphiquement.

2a) Calculer la dérivée $f'(x)$ et étudier son signe.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet exactement deux solutions α et β . Vérifier que $-1,3 < \alpha < -1$ et $0,2 < \beta < 0,3$

b) Représenter la courbe (C)

4) On définit les suites (u_n) et (v_n) pour tout entier naturel n par :

$u_n = e^{-2n-1}$ et $v_n = 3n - 1$

a) Démontrer que la suite (u_n) est géométrique décroissante.

b) Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique croissante.

c) Les suites (u_n) et (u_n) sont-elles adjacentes ? Justifier.

5) Pour tout entier naturel n on pose : $S_n = f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(n)$.

a) Calculer S_n en fonction de n.

b) calculer $\lim_{x \to +\infty} S_n$ *et* $\lim_{x \to +\infty} \frac{S_n}{n^2}$.

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur I =]-1 ; ∞[par : $f(x) = \frac{2x+1}{x+1} - \ln(x+1)$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ;) unité 1cm.

1. a) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

   b) Montrer que $\lim_{x \to (-1)^+} f(x)$ interpréter graphiquement.

2. a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que la courbe (C) admet au point d'abscisse 0 une tangente horizontale dont on donnera une équation.

   b) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Calculer $f''(x)$ et vérifier que la courbe (C) admet un point d'inflexion A d'abscisse.

   b) Écrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point A.

4. a) Montrer que la restriction de sur J =]0. +∞[réalise une bijection de K sur un intervalle J que l'on déterminera.

   b) Dresser le tableau de variation de

   c) Calculer

5.a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet exactement deux solutions α et β.

Vérifier que -0,7 < α < -0,6 et 5,3 < β < 5,4

b) Placer sur le repère (O ; $\vec{I}.\vec{J}$), les points d'intersections de la courbe (C) avec les axes, son point d'inflexion, les tangentes précédentes puis représenter la courbe (C).

BACCALAUREAT SESSION 2011

Exercice 1 :

Un groupe d'élèves est composé de 3 garçons et de 4filles. Les noms de ces sept élèves sont inscrits sur des jetons indiscernables au touché et placés dans une enveloppe. A chaque cours de mathématiques, le professeur tire au hasard un jeton et interroge l'élève concerné. Durant une semaine, il y'a 6cours de mathématiques. On appelle X la variable aléatoire définie par « X est égale au nombre de fois où le professeur interroge une fille durant cette semaine». On considère les événements : A : Le professeur interroge exactement cinq garçons. B : Une fille au moins est interrogée durant la semaine. Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La probabilité à un cours donné, que l'élève interrogé soit un garçon est :	$\frac{3}{7}$	C_7^3	A_7^3
2	La probabilité, à un cours donné, que l'élève interrogé soit une fille est :	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{7}$
3	L'ensemble des valeurs de X est :	$\{0, 1, 2, \dots 7\}$	$\{0, 1, 2, \dots, 6\}$	$\{0, 1, 2, 3, 4\}$
4	La probabilité de l'évènement A est	$(\frac{3}{7})^5$	$C_6^5\left(\frac{3}{5}\right)^5(\frac{4}{7})$	$\left(\frac{4}{7}\right)^5(\frac{3}{7})$
5	La probabilité de l'évènement B est :	$1-(\frac{3}{7})^6$	$1-(\frac{4}{7})^5$	$\frac{4}{7}$
6	Le nombre de fille interrogées durant la semaine, que l'on peut espérer est :	2	3	4

Recopie sur la feuille et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 :

1. On pose $(z) = z^3 - 5z^2 + 12z - 8$.

a) Calculer

b) Déterminer a et b tels que : tels que pour tout z on a

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

2. On considère le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$

Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_1 = 1$; $z_2 = 2 + 2i$ *et* $z_3 = 2 - 2i$.

a) Calculer le module et un argument de chacun des nombres z_1; z_2 *et* z_3.

b) Placer les points A, B et C dans le repère $(O ; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

3. a) Écrire le nombre $\frac{z_2}{z_3}$ sous forme algébrique. En déduire la nature du triangle OBC.

b) Déterminer et représenter l'ensemble des points M d'affixe z telle que $\left|\frac{z-1}{z-2-2i}\right| = 1$.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x + 2)e^x$

Soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ unité 1cm.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

3. Déterminer les points d'intersections de C avec l'axe des coordonnées puis construire (C) dans le repère $(O ; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

4. a) Vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x) = f(x) + e^x$.

En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer l'aire S du domaine plan délimité par la courbe (C) et les axes des coordonnées.

5. On définit une suite numérique (U_n) par son terme général : $U_n = f\left(\frac{1}{n}\right); n \geq 1$.

a) Calculer U_1 et U_2.

Montrer que (U_n) est décroissante (on pourra utiliser les variations de f).

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n$.

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur I = $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x - 1 + \frac{1+lnx}{x}$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ unité 1cm.

1. a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = -\infty$ et interpréter graphiquement.

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

Montrer que la droite Δ d'équation $y = x - 1$ est asymptote à la courbe (C).

c) Étudier la position relative de (C) et Δ.

2) On considère la fonction g définie sur I : $g(x) = x^2 - lnx$.

a) vérifier que $g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1+ln2}{2}$.

b) Calculer $g'(x)$.

c) Étudier les variations de g et montrer que pour tout x de I : $g(x) > 0$.

3. a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x de I on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

4. a) Montrer que f réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution .vérifier que $\frac{1}{e} < \alpha < \frac{1}{2}$

5. a) Préciser les points de la courbe (C) en lesquels la tangente (T) est parallèle à Δ.

b) Représenter la courbe (C) et les droites et (T) dans $(O ; \vec{i}; \vec{j})$.

c) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre m, le nombre de solutions de l'équation $(m + 1)x - 1 - lnx = 0$.

6) Soit n un entier naturel, n≥ 1. On note U_n l'aire du domaine plan délimitée par la courbe (C) l'asymptote oblique Δ et les droites d'équations respectives x = n et x = n + 1.

a) Exprimer U_n en fonction de n

b) Calculer et interpréter graphiquement $\lim_{x\to+\infty} U_n$.

BACCALAUREAT SESSION 2010

Exercice 1 :

On considère une fonction f dérivable sur son domaine de définition de dérivée .Son tableau de variation est donné ci-dessous .On nomme (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$			||		0		
$f(x)$	-3	↗	$+\infty$ || $+\infty$	↘	-4	↗	$+\infty$

Pour chaque question, parmi les réponses proposées une seule réponse est exacte

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	L'ensemble de définition de f est :	R- $\{-2\}$	R-$\{-2; 1\}$	R-$\{1\}$
2	L'équation f(x) = 0 admet dans D_f exactement	3 solutions	2 solutions	1 solution
3	La courbe (C) admet une asymptote d'équation :	x = 1	x = -2	y = -2
4	La fonction f est une fonction	Paire	Impaire	Ni paire ni impaire
5	L'équation de la tangente à (C) au point d'abscisse x_0 = 1 est	x = 1	y = 0	y = - 4

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci- dessous. Aucune justification n'est demandée.

Question n°	1	2	3	4	5
Réponse					

Exercice 2 :

Pour tout nombre z on pose : $z^3 - z^2 - 4z - 6$.

1. a) Calculer p(3).

b) Déterminer les réels a, b tels que pour tout on a $p(z) = (z-3)(z^2 + az + b)$

c) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation p(z) = 0.

2. On considère dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé .les points A, B, C et D d'affixes respectifs$z_A = 3 + 2i$; $z_B = -1 + i$; $z_C = -1 - i$; $et\ z_D = 3$.

a) Placer les points A, B, C et D dans le repère.

b) Comparer l'affixe du milieu de [AC] à celle du milieu de [BD].

c) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

d) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixes z telle que :

$|z - 3| = |z + 1 - i|$.

Exercice 3 :

On considère la suite numérique (U_n) définie pour tout entier n ≥ 1 par : $U_n = \frac{n^2+n+1}{n(n+1)}$.

1. a) Calculer U_1, U_2 , et U_3.

b) Justifier que la suite (U_n) ; n'est pas arithmétique, n'est pas géométrique ; est convergente.

2. pour tout entier on pose : $V_n = \frac{n^2-1}{n}$

a) Montrer que : $U_n = V_{n+1} - V_n$.

b) En déduire l'expression de la somme $S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$ en fonction de n.

3. Pour tout entier n ≥ 2 on pose $w_n = lnv_n\ et\ s'_n = w_2 + w_3 + \cdots + w_n$.

Exercice 4 :

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = x + 2 + e^x$ soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) d'unité 1 cm.

1. a) Calculer les limites de f en -∞ et +∞.

b) Calculer et donner une interprétation graphique de

$$\lim_{x\to-\infty} \left(f(x) - (x+2)\right)\ et\ \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$$

2. Dresser le tableau de variation de f.

3. Montrer que f réalise une bijection de R sur un intervalle J que l'on déterminera

4. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution puis vérifier que

5. Construire (C) et (C') représentant respectivement la fonction f et sa réciproque f^{-1} dans le repère.

6. a) Déterminer la primitive F de f qui vérifie F(0) = 0.

Soit A(α) l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives x = α et x = 0.

b) Calculer A(α) en fonction de α. Montrer que $f(\alpha) = \frac{6-2\alpha-\alpha^2}{2}$.

7. a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = \alpha$

b) Vérifier que $(f^{-1})'(0) = \frac{-1}{\alpha+1}$

8. On considère la fonction g définie par $g(x) = \ln(x + 2 + e^x)$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de g

b) Dresser le tableau de variation de g

c) Construire la courbe (Γ) de g dans un nouveau repère orthonormé $(O\ ;\vec{u};\ \vec{v})$.

UNITÉ – TRAVAIL - PROGRÈS

Sujets des baccalauréats du Tchad

BACCALAUREAT SESSION 2017

Exercice 1 :

On considère l'application f définie par : $f(z) = z^3 + 9iz^2 + 2(6i - 11)z - 3(4i + 12)$

1. a) Démontrer que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution réelle z_1

b) Déterminer un polynôme du second degré P à coefficients complexes tels que, pour tout $z \in \mathbb{C}$: $f(z) = (z - z_1)\mathrm{P}(z)$

2. a) Démontrer que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution imaginaire pur z_2 (on notera z_3 la solution différente de z_1 et z_2).

b) Résoudre l'équation $f(z) = 0$

3. Dans le pan complexe P, on considère les points A, B, C d'affixes respectives z_1 , z_2 , z_3

Montrer que ces trois points sont alignés.

Exercice 2 :

On considère la suite $(\mathrm{U_n})_{n\in\mathbb{N}}$ définie par récurrence, par :

$$\mathrm{U_0} = 0 \quad \text{et} \quad \mathrm{U_{n+1}} = \frac{3\mathrm{U_n} - 4}{\mathrm{U_n} - 1}$$

1. a) Démontrer, en raisonnant par récurrence, que cette suite est minorée par 2.

b) Prouver que pour tout n, et $\mathrm{U_{n+1}} - \mathrm{U_n} = \dfrac{(\mathrm{U_n} - 2)^2}{\mathrm{U_n} - 1}$

En déduire le sens de variation de cette suite

c) Justifier que cette suite est convergente.

d) Justifier qu'elle converge vers 2.

2. On considère la suite $(\mathrm{V_n})_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\mathrm{V_n} = \dfrac{1}{\mathrm{U_n} - 2}$

a) Démontrer que cette suite est arithmétique.

b) Donner l'expression de $\mathrm{V_n}$ puis celle de $\mathrm{U_n}$ en fonction de n.

3. On considère la suite $(\mathrm{W_n})_{n\in\mathbb{N}}$ telle que $\mathrm{W_n} = \ln \mathrm{U_n}$

a) Justifier qu'elle converge vers ln2

b) Prouver que la suite $(\mathrm{W_n})$ est décroissante.

c) Résoudre dans $\mathbb{N}$, l'inéquation $|\mathrm{W_n} - \ln 2| < 10^{-2}$

Problème :

Partie A

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 1} - \dfrac{1}{2}$

Sa représentation graphique dans un repère orthonormal est notée (C).

1. **Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. Les interpréter graphiquement.**
2. **Etudier la variation de f.**
3. **Démontrer que cette fonction est impaire. Qu'en déduit-on de (C).**
4. **Déterminer le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .**

Partie B

On considère maintenant la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \ln(e^x + 1) - \frac{1}{2}x$$

Sa représentation graphique dans un repère orthonormal est notée (C_g).

1. **Prouver que pour tout x,** $\quad g(x) = \ln\left(1 + e^{-\frac{x}{2}}\right) + \dfrac{1}{2x} = \ln\left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}\right)$

Dans la suite, il faudra mieux choisir la forme la plus commode de $g(x)$. Parmi les trois formes vues, pour parvenir aux réponses demandées.

2. **Vérifier que $g'(x) = f(x)$ et en déduire les variations de g.**
3. **a) Déterminer les limites de f en $+\infty$**

   b) Prouver qu'en $+\infty$, la droite D : $y = \frac{1}{2}x$ est asymptote à (C_g).

   c) Etudier la position relative de (C_g) par rapport à (D).

   d) Démontrer que la fonction g est paire. Qu'en déduit-on pour (C_g) ? En déduire l'équation de l'asymptote oblique à (C_g) en$-\infty$

   e) Faire le dessin de (C_g) avec ses asymptotes.

BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1 :

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (1+\sqrt{2})z + \sqrt{2} = 0$.

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations : $z + \frac{1}{z} = 1$ et $z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$

3. Soit $\mathrm{P}(z)$ le polynome défini par :

$\mathrm{P}(z) = z^4 - (1+\sqrt{2})z^3 + (2+\sqrt{2})z^2 - (1+\sqrt{2})z + 1$

a) Exprimer $\frac{\mathrm{P}(z)}{z^2}$ en fonction de $\mathrm{U} = z + \frac{1}{z}$

b) Résoudre $\frac{\mathrm{P}(z)}{z^2} = 0$

Exercice 2 :

$(\mathrm{U_n})_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite définie par : $\mathrm{U_1} = 2$ et $\mathrm{U_{n+1}} = 2\mathrm{U_n} - \frac{1}{3}$

1. Déterminer le réel a tel que la suite $\mathrm{V_n} = \mathrm{U_n} - a$ soit une suite géométrique.
2. Exprimer $\mathrm{V_n}$ en fonction de n, puis $\mathrm{U_n}$ en fonction de n.
3. Exprimer $\mathrm{S_n} = \mathrm{U_1} + \mathrm{U_2} + \cdots + \mathrm{U_n}$ en fonction de n.
4. Calculer la limite de la suite $(\mathrm{U_n})$ et celle de la suite $(\mathrm{S_n})$

Problème :

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x - 1 + 2\frac{\ln x}{x}$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan (unité : 2 cm).

1. Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$
   a) Etudier les limites de g en 0 et en $+\infty$
   b) Etudier les variations de g sur $]0, +\infty[$ et dresser le tableau de variation
   c) Déduire de ce qui précède le signe de g sur $]0, +\infty[$

2. a) Etudier les limites de f en 0 et en $+\infty$

b) Justifier que f est dérivable sur $]0, +\infty[$, déterminer la dérivée f' de f sur $]0, +\infty[$ et montrer que :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

c) Vérifier que f' a le même signe que g sur $]0, +\infty[$

d) Dresser le tableau de variation de f sur $]0,+\infty[$

e) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C).

f) Etudier la position de (C) par rapport à (D).

g) Déterminer l'équation réduite de la tangente T de (C) au point d'intersection de (C) et de (D).

h) Tracer (D), T et (C).

3. On désigne par h la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $h(x) = (lnx)^2$

   a) Calculer $h'(x)$.

   b) A étant un réel donné strictement supérieur à 1, calculer l'aire A(α) de la partie du plan limitée par (C) et (D)

   c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} A(\alpha)$.

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1 :

Soit P le polynôme défini par : $P(z) = z^3 - 2(1+2i)z^2 + 7iz + 3(1-3i)$

1. **Démontrer qu'il existe une imaginaire pure $z_1 = ib$ solution de l'équation $P(z) = 0$**
2. **Déterminer le polynôme Q tel que $P(z) = (z - z_1)Q(z)$**
3. **Résoudre dans C l'équation $P(z) = 0$.**

Exercice 2 :

1. **Quelle est la probabilité de pouvoir constituer le drapeau du Tchad :**
   a) **En prenant simultanément 3 cubes ?**
   b) **En prenant simultanément 4 cubes ?**
2. **Quelle est la probabilité, en prenant successivement 3 cubes l'un après l'autre sans remise, d'obtenir dans l'ordre le drapeau du Tchad ?**
3. **Quelle est la probabilité, en prenant successivement 3 cubes l'un après l'autre avec remise, d'obtenir dans l'ordre le drapeau du Tchad ?**

Problème :

Partie A :

Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = 2 + \frac{3}{x^3} - \frac{6\ln x}{x^3}$

1. **Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$**
2. **Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation et en déduire pour tout $x > 0$, $g(x) > 0$**

Partie B :

Soit f la fonction de la variable réelle définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$f(x) = 2x + \frac{3\ln x}{x^2}$$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 2 cm).

1. **a) Calculer la dérivée de f et préciser sons sens de variation (on remarquera que la dérivée première de f donne g).**
   b) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$
   c) En déduire le tableau de variation de f.

2. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est asymptote à la courbe de f et préciser sa position par rapport à cette courbe.

b) Préciser les ordonnées des points d'abscisses 0,5 ; 1 ; 2 et 3.

c) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique racine $\alpha \in [0{,}5\,;1]$

3. Tracer (C)

4. Calculer l'aire du domaine plan compris entre la droite (D) et la courbe (C) et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$.

BACCALAUREAT SESSION 2014

Exercice 1 :

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher, dont 5 rouges et 3 noirs. On tire au hasard une boule du sac. On note sa couleur, on le remet dans le sac puis on tire au hasard une seconde boule et on note la couleur.

Calculer la probabilité de chacun des évènements :

1. **A « les 2 boules tirées sont des couleurs différentes »**
2. **B « les 2 boules tirées sont de même couleur. »**

Exercice 2 :

On considère les nombres $z_1 = (\sqrt{3}+1)(1+i)$ **et** $z_2 = (\sqrt{3}-1)(-1+i)$

1. **Calculer le module et l'argument des nombres complexes** z_1 *et* z_2

2. **On pose :** $\mathrm{U} = z_1 \times z_2$ **et** $\mathrm{V} = \dfrac{z_1}{z_2}$ **. Déterminer le module et l'argument des nombres complexes U et V**

3. **On pose** $\mathrm{W} = z_1 + z_2$ **et** $\mathrm{t} = z_1 - z_2$ **. Déterminer le module et l'argument des nombres complexes W et t.**

4. **En déduire le module et l'argument du nombre complexe** $\mathrm{x} = {z_1}^2 - {z_2}^2$

Exercice 3 :

1. **a) Soit** f **l'application de** $]1, +\infty[$ **dans** $\mathbb{R}$ **par :** $f(x) = \dfrac{2x}{(x^2-1)^2}$ **. Trouver une primitive F de** f

b) Soit g **l'application de** $]1, +\infty[$ **dans** $\mathbb{R}$ **par :** $g(x) = \dfrac{1}{x(x^2-1)^2}$ **. Trouver trois constantes réelles a, b et c telles que pour tout** x **de l'intervalle** $]1, +\infty[$ **, on ait :**

$$g(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-1}$$

Trouver une primitive G de g.

2. **a) Soit α un nombre réel supérieur à 2. En utilisant les résultats obtenus précédemment calculer :**

$$I(\alpha) = \int_2^{\alpha} \frac{2x}{(x^2-1)^2}\,dx$$

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} I(\alpha)$. Calculer la valeur approchée de cette limite.

Problème :

A. Soit f une fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^x & si\ x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0
2. Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative.

B. Soit la fonction G : $x \mapsto \dfrac{x^3}{x^2 - x - 2}$. Définir son domaine de définition , sa dérivée et son sens de variation

1. Faire une étude aux bornes du domaine de définition.
2. Tracer sa courbe représentative.

BACCALAUREAT SESSION 2013

Exercice 1 :

Pour chacune des questions suivantes trois réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.

Sur votre copie, noter le numéro de la question et recopier la réponse exacte, aucune justification n'est demandée.

Une seule réponse est acceptée.

Rappel de notation : p(A) désigne la probabilité de A, $P_B(A)$ désigne la probabilité conditionnelle de A sachant B, $p(A \cup B)$ signifie la probabilité de « A ou B » et $p(A \cap B)$ signifie la probabilité de « A et B ».

1. **On lance un dé cubique équilibré, les faces sont numérotées de 1 à 6. La probabilité d'obtenir une face numérotée par un multiple de 3 est : $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$**
2. **Soient A et B deux évènements tels que $p(A) = 0,2$; $p(B) = 0,3$ et $p(A \cap B) = 0,1$ alors :**

   $p(A \cup B) = 0,4$; $p(A \cup B) = 0,5$; $p(A \cup B) = 0,6$
3. **Soient A et B deux évènements indépendants de probabilité non nulle, alors on a obligatoirement :**

$p(A \cap B) = 0$; $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$; $P_A(B) = P_B(A)$

Exercice 2 :

On désigne par a le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$

1. **Déterminer le module et un argument du nombre $u = 4(\sqrt{3} + a)$**
2. **Calculer les nombres complexes z_1 et z_2 solutions de l'équation $z^2 = u$**
   a) **En utilisant les formes trigonométriques de u et z.**
   b) **En utilisant les formes algébriques de u et z. On pourra remarquer que :**

   $$4 - 2\sqrt{3} = \left(\sqrt{3} - 1\right)^2 \text{ et } 4 + 2\sqrt{3} = \left(\sqrt{3} + 1\right)^2$$

Exercice 3 :

On considère la suite des nombres réels (U_n) pour tout n entier naturel, définie par :

$$U_0 = \frac{2}{3} \text{ et pour tout entier naturel, } U_{n+1} = \frac{U_n}{2} + \frac{n}{6} + \frac{1}{3}$$

1. Calculer U_1 et U_2
2. Soit la suite (V_n) pour tout n entier naturel définie par :

$$V_n = 2U_n - \frac{2n}{3}$$

   a) Calculer V_0 ; V_1 et V_2
   b) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

3. Calculer en fonction de n, V_n puis U_n
4. Etudier la convergence de la suite (U_n)

Problème :

On considere la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = x^2(1 - \ln x)$

Partie A : Etude de la fonction g

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$
2. Déterminer la limite de g en 0.
3. Etudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0, +\infty[$
4. En utilisant les résultats précédents, étudier le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0, +\infty[$

Partie B : Représentation graphique et aire sous la courbe

Soit (C) la courbe représentative de la fonction g.

1. Tracer (C) dans un repère orthonormé ayant pour unité graphique 5 cm.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives : $x = 1$ et $x = e$.

BACCALAUREAT SESSION 2012

Exercice 1 :

A la suite de plusieurs campagnes de vaccination réalisée dans un village du Tchad, les études ont révélé que la probabilité qu'un enfant de moins de 5 ans soit atteint de poliomyélite est 0,05.

On choisit au hasard un enfant de moins de 5 ans de ce village.

a) **Quelle est la probabilité pour que cet enfant ne soit pas atteint de poliomyélite ?**

b) **On a effectué un contrôle sur 8 enfants âgés de moins de 5 ans de ce village. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :**

A : '' aucun enfant n'est atteint de poliomyélite''

B : ''3 enfants sont atteints de poliomyélite''

C : ''au moins 4 enfants sont atteints de poliomyélite''

Exercice 2 :

Soit l'ensemble C des nombres complexes et (P) le plan complexe.

a) **Résoudre dans C l'équation (E) : $z^3 + i = 0$, (on donnera les solutions sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique).**

b) **Résoudre dans C l'équation (E_1) : $[(1-i)z]^3 + i = 0$, (on donnera les solutions sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique).**

c) **Représenter dans le plan complexe, les points M_1, M_2 et M_3 dont les affixes sont solutions de l'équation (E_1).**

Problème :

I. **Soit ϕ la fonction définie sur R par $\varphi(x) = e^x + x + 1$**

1. **Etudier les variations de ϕ et ses limites en $+\infty$ et $-\infty$**
2. **Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ a une unique solution α et que $-1,28 < \alpha < -1,27$**
3. **En déduire le signe de $\varphi(x)$ sur R**

II. **Soit f la fonction définie sur R par :**

$f(x) = \dfrac{xe^x}{e^x + 1}$. **(C) sa courbe représentative dans un repere orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 4 cm)**

1) Montrer que $f'(x) = \dfrac{e^x \varphi(x)}{(e^x + 1)^2}$. En déduire le sens de variations de f.

2) Montrer que $f(\alpha) - \alpha + 1$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$

3) Soit (T) la tangente à (C) au point d'abscisse 0. Donner une équation de (T) et étudier la position de (C) par rapport à (T).

4) Calculer les limités de f en $+\infty$ et $-\infty$. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (D).

5) Dresser le tableau de variation de *f*.

6) Tracer dans un même repère (T), (D), (C) en faisant apparaitre les points de (C) dont les abscisses appartiennent à (-2, 4).

BACCALAUREAT SESSION 2011

Exercice 1 :

A. On considère l'équation (E) : $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0$, où z est un nombre complexe.

1. Démontrer que le nombre complexe i est solution de cette équation.
2. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que, pour tout nombre complexe z :

$z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z-i)(az^2 + bz + c)$

3. En déduire les solutions de l'équation (E).

B. Dans le plan complexe, rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par B et C les points d'affixes respectives i, 2+3i et 2-3i

1. Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$. Déterminer l'affixe du point A' image de A par la rotation r.
2. Démontrer que les points A', B et C sont alignés et déterminer l'écriture de l'homothétie de centre B qui transforme C en A'.

Exercice 2 :

On considère la suite des nombres réels (U_n) pour tout n entier naturel, définie par :

$U_0 = 2$; $U_1 = 2$ et pour tout n de N , $U_{n+2} = \frac{3}{2}U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$

Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = U_{n+1} - U_n$

1. Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique. Exprimer V_n en fonction de n.
2. En déduire le terme général de la suite (U_n) en fonction de n
3. Quelle est la limite de U_n ?

Problème :

Soit g la fonction numérique définie sur $[0, +\infty[$ par : $g(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$ si $x > 0$

1. Justifier la dérivabilité de g sur $[0, +\infty[$ et démontre que pour tout réel $x > 0$:

$$g'(x) = \frac{h'(x)}{x^2} \text{ avec } h(x) = \frac{x}{1+x} - \ln(1+x)$$

2. Déterminer les variations de h sur $]0, +\infty[$ et en déduire celles de g.
3. Déterminer la limite de g lorsque x tend vers $+\infty$

4. a) Démontrer que g est continue sur $[0,+\infty[$

b) Démontrer que pour tout x de $[0,+\infty[$; $x-\frac{x^2}{2}\leq \ln(1+x)\leq x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$

c) En déduire un encadrement de $\frac{\ln(x+1)-x}{x^2}$

d) Utiliser cet encadrement pour démontrer que g est dérivable en 0 et déterminer g'(0).

5. Dresser le tableau de variation de g et construire la courbe représentative (C) de g dans un plan rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

BACCALAUREAT SESSION 2010

Exercice 1 :

On désigne par C l'ensemble des nombres complexes.

Soit le polynôme P de la variable complexe z tel que :

$\mathrm{P}(z) = z^3 + z^2 + (-5 + 4i)z - 21 - 12i$

1. **Calculer P(3) et mettre $P(z)$ sous la forme d'un produit de deux facteurs.**
2. **Résoudre dans C l'équation $P(z) = 0$.**
3. **Dans le plan complexe soit les points A, B et C d'affixes respectifs 3 ; 1-2i ; 3+2i**

Déterminer la similitude plane directe de centre A qui transforme B en C.

Exercice 2 :

On considère la variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée comme suit :

$X = x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\alpha - \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

1. **Calculer la valeur de α**
2. **Calculer :**
   a) **L'espérance mathématique de X**
   b) **La variance de X**
   c) **L'écart type de X**

Problème :

1. On considere la fonction f définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$$

a) **Déterminer la fonction dérivée de f et étudier le sens de variation de f.**
b) **Calculer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$**
c) **Dresser le tableau de variation de f et en déduire le signe de $f(x)$ pour tout x**
d) **Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. (unité : 2 cm). Tracer la courbe représentative de la fonction f.**

2. On considere la fonction g définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$g(x) = x \ln\left(\frac{1+x}{x}\right)$$

a) Déterminer la fonction dérivée de la fonction g. Déduire de la partie 1) le sens de variation de g sur $]0, +\infty[$

b) Vérifier que $g(x) = h \circ k(x)$ avec h et k des fonctions définies sur $]0, +\infty[$ par :

$h(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x}\right)$ *et* $k(x) = -\frac{1}{x}$. En déduire la limite de g en $+\infty$ et en 0

c) Dresser le tableau de variation de g sur $]0, +\infty[$

3. Soit α un nombre réel supérieur à 1.

On note A(α) l'aire du domaine ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient :

$1 \leq x \leq \alpha$ *et* $0 \leq y \leq f(x)$

a) Calculer A(α) en fonction de α.

b) Déterminer la limite de A(α) lorsque α tend vers $+\infty$

UNIONS – SOLIDARITÉ – DÉVELOPPEMENT

SUJETS DES Baccalauréats D'UNION DES COMORES

BACCALAUREAT SESSION 2019

Exercice 1 :

Un carton contient 8 annales (5 annales de mathématiques et 3 annales de physique). On tire au hasard et simultanément 2 annales dans ca carton.

(On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible)

1. **Calculer la probabilité des évènements A : obtenir deux annales de la même discipline » et B : « obtenir au moins une annales de mathématiques ».**
2. **Calculer la probabilité de l'évènement B sachant que l'évènement A est réalisé.**
3. **Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage associe le nombre d'annales de mathématiques obtenues.**

a) **Etablir la loi de probabilité de la variable aléatoire X.**

b) **Déterminer et représenter graphiquement la fonction de répartition de X.**

c) **Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.**

Exercice 2 :

La société Mwamwè vient de recevoir des groupes électrogènes. Après leurs installations, les techniciens ont constatés à chaque mois, des pannes répétitives. Le relevé des pannes est établi dans le tableau ci-dessous.

Mois de l'année 2019	Janvier	Février	Mars	Avril
Rang du mois : x_i	1	2	3	4
Nombre de pannes : y_i	2	1	n	5

On définit ainsi une série statistique double ; où n, désigne un entier naturel.

La droite de régression (d) de y en x, de cette série double ; a pour équation $y = 1,2x$.

1. **Calculer en fonction de n, les coordonnées du point moyen G de cette série double.**
2. **En déduire le nombre de pannes enregistrées le mois de mars 2019.**
3. **a) on prend n = 4. Calculer la somme des carrés des résidus de cette série statistique double.**

b) En quel mois, de cette année 2019, le nombre de pannes sera égal à 12 ?

Exercice 3 :

Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$), A, B et I sont les points d'affixes $z_A = 1 - 2i$; $z_B = 1$ et $z_I = 1 - i$. Soit H l'application qui à tout point M d'affixe z différent de z_B associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = \frac{z-1+2i}{z-1}$.

1. **Vérifier que A est l'antécédent du point O (origine du repère) par l'application H.**
2. **Démontrer que l'application H admet deux points invariants, notés D et E, que l'on déterminera, où l'affixe du point D est celui dont sa partie réelle est nulle.**
3. **On pose : $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$, où x ; x', y et y' sont des nombres réels.**

Montrer que $x' = \dfrac{x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1}{(x-1)^2 + y^2}$ **et** $y' = \dfrac{2x - 2}{(x-1)^2 + y^2}$

4. **Soit (L) l'ensemble des points M d'affixe z différent de 1 tels que z' soit un nombre complexe imaginaire pur. Déterminer et construire l'ensemble (L).**
5. **Soit g, la transformation du plan lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M'' d'affixe z'' tel que $z'' = 2iz + 1 - 2i$.**
   a) **Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation.**
   b) **Déterminer et construire l'ensemble (L') image de l'ensemble (L) par g.**

Problème :

Partie A : Etude d'une fonction

1. **Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.**
2. **Déterminer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $puis$ $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement les résultats.**
3. **a) Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction f, pour tout réel x.**

b) En déduire le sens de variation de f.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

4. **a) Montrer que la droite (d) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote de (C_f) en $+\infty$.**

b) Etudier la position de (C_f) par rapport à la droite (d).

5. **Montrer que le réel $\alpha = 0$ est l'unique solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation f(x) = 0.**
6. **Etablir l'équation de la tangente (T)) (C_f) au point d'abscisse α.**
7. **Tracer (T) et (C_f) dans le même repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).**
8. **a) Justifier que f admet une bijection réciproque f^{-1}.**

b) Préciser la valeur de $(f^{-1})(0)$ et puis calculer $(f^{-1})'(0)$.

c) Tracer, sur la figure précédente, la courbe (L) représentative de f^{-1}.

Partie B : Etude d'une suite

Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = \int_n^{n+1}[x+1-f(x)]dx$, pour tout entier naturel n.

1. Montrer que pout tout entier naturel n ,on a : $V_n = \frac{1}{4}(1-e^{-4})e^{-4n}$
2. En déduire la valeur exacte de la surface du domaine plan limité par (C_f), la droite (d) et les droites d'équations x = 0 et x = 1.
3. Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique.
4. Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty}(V_0+V_1+V_2+\cdots+V_n) = \lim\limits_{x\to+\infty}\sum_{k=0}^{n}\int_k^{k+1}[x+1-f(x)dx]$.

BACCALAUREAT SESSION 2018

Exercice 1 :

Comores Télécom propose un jeu qui consiste à tirer au hasard, successivement et sans remise deux téléphones dans un carton qui contient deux téléphones de marque Samsung et cinq de marques ALCATEL.

Soit l'évènement A : « obtenir deux téléphones de marques différentes »

(Les résultats seront donnés sous forme d'une fraction irréductible)

1. **Calculer la probabilité de l'évènement A.**
2. **Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux téléphones associe le nombre de téléphones de marque Samsung obtenu.**
   a) **Définir l'évènement suivant : (X = 2).**
   b) **Calculer la probabilité de l'évènement (X = 2).**
   c) **En déduire : P $[(X = 2] \cup A$.**
3. **Maintenant, on suppose que le carton contient n téléphones dont deux de marques Samsung et les autres de marques ALCATEL où n est un naturel non nul.**

On tire au hasard successivement et sans remise deux téléphones.

On note par P_n la probabilité de l'évènement A.

   a) **Montrer que $P_n = \frac{4(n-2)}{n(n-1)}$**
   b) **Retrouver le résultat de la question 1.**

Exercice 2 :

Une région est attaquée par une épidémie. On a relevé les différents cas constatés durant les semaines.

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre des cas identifiés : y_i	1	1	2	3	3	4

On définit ainsi une série statistique double.

1. **Représenter les nuages des points de cette série, dans un repère orthonormé.**
2. **Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série. Placer le point G.**

3. **En utilisant la méthode de MAYER, montrer que, la droite de régression de y en x, notée (d), a pour équation $y = \frac{2}{3}x$. Tracer (d).**
4. **En supposant que cette tendance reste uniforme, déterminer le nombre des cas de cette épidémie à la douzième semaine.**

Exercice 3 :

Partie A : Racine d'une équation du second degré à coefficient réel, dans l'ensemble des nombres complexes.

On considère l'équation (E), à variable complexe : $z^2 - 2z + 5 = 0$.

1. **Montrer que si un nombre complexe z_0 est une solution de l'équation (E), alors son conjugué $\overline{z_0}$ est aussi solution de (E).**
2. **Vérifier que le nombre complexe 1 – 2i est une racine de l'équation (E).**
3. **En déduire la deuxième racine, notée z_1 de l'équation (E).**

Partie B : Complexe et géométrie

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$), on donne les points E, B et P d'affixe respectives $3; 1 - 2i \text{ et } 1 + 2i$.

1. **Placer ces points dans le repère. 5on complétera au fur et à mesure).**
2. **a) Ecrire le nombre complexe $\frac{z_B - z_E}{z_P - z_E}$ sous forme algébrique.**

b) En déduire la nature du triangle BEP.

3. **Déterminer l'affixe du point C pour que le quadrilatère BEPC soit un carré.**
4. **S la similitude plane directe du plan qui transforme E en B et le point B en C.**
   a) **Montrer que l'écriture complexe de S est : $z' = -iz + 1 + i$.**
   b) **En déduire les éléments caractéristiques de S.**
   c) **Quelle est l'image, par la similitude S, du carré BEPC.**
5. **Calculer, en cm^2, la surface du quadrilatère BEPC.**

Problème :

La partie A est largement indépendante des deux dernières (B et C).

Partie A :

On considère l'équation différentielle suivante : $(E): y'' + y' - 2y = 0$.

1. **Vérifier que la fonction U et V définies sur ℝ par $U(x) = e^{-2x}$ et $V(x) = e^{x}$, sont les solutions de (E).**
2. **Montrer que, la fonction g définie sur ℝ par, $g(x) = aU(x) + bV(x)$, est solution de (E) où a et b sont des constantes réelles.**
3. **Déterminer alors, l'unique solution g de (E) vérifiant : $g(0) = 1$ et $g'(0) = -2$.**

Partie B : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur ℝ par : $f(x) = (1 + 2x)e^{-2x}$.

On note par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1. **Dresser le tableau de variation de f.**
2. **Tracer (C_f).**
3. **a) Montrer que la fonction $H(x) = (-x - 1)e^{-2x}$ est une primitive de f sur ℝ.**

b) Calculer alors la valeur exacte de la surface du domaine du plan limité par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 1.

Partie C : Etude d'une suite

On considère les suites (V_n) et (S_n) définies par :

$V_n = \int_0^n f(x)\,dx$ et $S_n = f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(n)$; pour tout entier n.

1. **a) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $V_n = 1 - (n + 1)e^{-2n}$.**

b) Déterminer alors la limité de la suite (V_n).

2. **a) Montrer que, pour entier naturel k, tel que 0 ≤ k ≤ n - 1 on a :**

$$f(k+1) \leq \int_k^{k+1} f(x)\,dx \leq f(k).$$

b) En déduire que, pour tout entier naturel n, on a :

$S_n - f(0) \leq V_n \leq S_n - f(n)$.

3. **Etablir que, pour tout entier nature n, on a :**

$V_n + (1 + 2n)e^{-2n} \leq S_n \leq 1 + V_n$.

4. **On admet que la suite (S_n) converge vers un réel L. Justifier que 1 ≤ L ≤ 2.**

BACCALAUREAT SESSION 2017

Exercice 1 :

Partie A : Probabilité

On dispose deux boites B_1 et B_2 contenant chacune des gommes identiques et indiscernables au toucher.

Dans la boite B_1, on trouve une gomme rouge et deux gommes bleues ; la B_2, contient deux gommes rouges et deux bleues. On choisit au hasard une boite et on tire simultanément deux gommes dans cette boite. Soit l'évènement A : « obtenir une seule gomme rouge ».

1. **Montrer que : $P(A) = \frac{2}{3}$.**
2. **Ali s'intéresse à ce jeu et il a tiré une seule gomme rouge.**

   Quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boule B_2.
3. **Dans cette question, l'expérience consiste à répéter le jeu précédent 4 fois de suite et de manières indépendantes. On appelle succès l'évènement « obtenir une seule gomme rouge » Calculer la probabilité de gagner trois fois au cours de ces 4 essais.**

Partie B : Statistique

Le directeur de l'école privée TWAMAYA YAMAAWUWDU a sollicité une évaluation et un suivi de la classe de CM2 auprès d'un encadreur pédagogique.

Ce dernier a relevé pour les cinq dernières années le nombre x d'élèves présentés et le nombre y d'élèves admis à l'examen d'entrée en $6^{ème}$. Les résultats sont notés dans le tableau suivant :

Examen d'entrée en $6^{ème}$ session	2012	2013	2014	2015	2016
Nombre d'élèves présentés : x	88	65	59	25	58
Nombre d'élèves admis : y	43	22	56	23	54

1. **Déterminer les coordonnées $(\overline{x};\ \overline{y})$ du point moyen G de cette série statistiques.**
2. **En utilisant la méthode de moindre carré, montrer que la droite d'ajustement linéaire de y en x à pour équation $y = 0,27x + 23,67$.**
3. **a) En supposant que la tendance de cet analyse reste uniforme et en utilisant l'expression de la droite de régression de y en x, pour cette session de 2017 de l'Union des Comores, donner alors une estimation des nombres des admis sachant que cette école a présenté 54 élèves.**

b) Selon le rapport de l'encadreur, le problème soulevé est l'effectif des élèves qui empêche l'enseignant à prendre en charge les élèves en difficultés. Alors, pour qu'un jour cette classe réussisse à 100% à l'examen d'entrée en 6ème, donner une estimation de l'effectif des élèves que le directeur présentera.

Exercice 2 :

Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$) d'unité graphique 4cm, on donne les points A, B et C d'affixes respectives.

$$-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2};\ -\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\ \ et -1.\ (d)\ la\ droite\ d'équation\ x = -\frac{1}{2}$$

1. a) Montrer que : $\frac{z_C-z_B}{z_C-z_A} = (-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})^2$.

   b) En déduire le module et un argument du nombre complexe $\frac{z_C-z_B}{z_C-z_A}$.

   c) Quelle est alors la nature du triangle ABC ?

2. a) Montrer que les points A, B et C appartiennent au cercle (Γ) de centre 0 et de rayon 1.

b) Tracer (Γ), (d) et puis placer les points A, B et C dans le repère.

3. Soit S la transformation du plan dans lui-même d'écriture complexe :

$z' = (1+i\sqrt{3})z + i$.

a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S.

b) Calculer l'affixe du point D, image de O par la transformation S.

c) Déterminer et construire l'ensemble (Γ') image de (Γ) par S.

Problème :

Partie I : Etude de la continuité et la dérivabilité d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'ensemble ℝ par : $\begin{cases} f(x) = e^{x-1} - x + 1,\ si\ x \in]-\infty; 1] \\ f(x) = 1 + \frac{lnx}{x}\ \ si\ x \in]1; +\infty[\end{cases}$

1. Montrer que la fonction f est continue au point $x_0 = 1$.
2. Etude de la dérivabilité de f eu point $x_0 = 1$.

   a) Montrer qu'en posant $t = x - 1$, on a : $\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \frac{e^t-1}{t} - 1, \forall\ x \leq 1$.

   b) Calculer alors, $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\right)$.

c) Déterminer $\lim_{x \to 1} \left(\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\right)$ (on admet que : $\lim_{x \to 1} \frac{lnx}{x-1} = 1$).

d) La fonction f est-elle dérivable au point $x_0 = 1$? Justifier votre réponse.

Partie II :

On considère la fonction H définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par : $H(x) = 1 + \frac{lnx}{x}$. Dans le plan de repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,\vec{j})$, on note par (C_H) la courbe représentative de la fonction H, (Δ) la droite d'équation $y = 1$.

1. a) Montrer que, pour tout réel $x > 0$, on a : $H'(x) = \frac{1-lnx}{x^2}$

   b) En déduire le sens de variation de H.

   c) Dresser le tableau de variation de H.

2. Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_H) au point d(abscisse $x_1 = 1$.
3. a) Tracer (T), (Δ) et (C_H). On prend : e = 2,7 et $1 + e^{-1} = 1{,}3$.

   b) Calculer la surface du domaine limité par, (C_H), (Δ), et les droites d'équations respectives x = 1 et x = e.
4. Montrer que l'équation $H(x) = 1{,}2$ admet une solution, notée α, sur l'intervalle $[e\,;+\infty[$ et que $12 \leq \alpha \leq 13$.

Partie III : Valeur approchée du nombre réel α.

1. Montrer que le réel α vérifie la relation : $5ln\alpha = \alpha$.
2. g étant la fonction définie sur l'intervalle k = $[12\,;13]$ par : $g(x) = 5\,lnx$; montrer que pour tout réel x de K, on a : $g(x) \in K$ *et que* $|g'(x)| \leq \frac{5}{12}$.
3. On considère la suite (V_n) définie par : $V_0 = 12$ *et* $V_{n+1} = g(V_n)$, $\forall$ n $\in \mathbb{N}$.

   a) Montrer par récurrence que, $\forall$ n $\in \mathbb{N}$, on a : $V_n \in K$.

   b) Montrer que, pour tout entier n, on a : $|V_{n+1} - \alpha| \leq \frac{5}{12} \leq |V_n - \alpha|$.

   c) En déduire que, pour tout entier n, on a : $|V_n - \alpha| \leq (\frac{5}{12})^n$.

   d) Déterminer alors la limite de a suite (V_n).
4. Trouver le plus petit entier naturel n, tel que V_n soit une valeur approchée du nombre réel α à 10^{-1} près.

BACCALAUREAT SESSION 2016

Exercice 1 :

Une urne contient dix jetons, chacun de forme identique. Cinq jetons portent le numéro 1, trois jetons le numéro 2 et deux jetons le numéro 3.

L'expérience consiste à tirer au hasard de l'urne, successivement, sans remise, trois jetons. Ceux-ci sont alignés de gauche à droite de façon à obtenir un nombre de trois chiffres. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1. a) Calculer la probabilité de l'évènement A : « obtenir le nombre 123 ».

b) Soit l'évènement B : « Obtenir un nombre dont les trois chiffres sont deux à deux distincts ». Montrer que P(B) = 6 × P(A).

2. Calculer les probabilités des évènements C, D et E suivant :

a) C : « Obtenir le nombre 111 »

b) D : « Obtenir le nombre 112 »

c) E : « Obtenir le nombre 122 »

3. On définit la variable aléatoire X, qui est la somme des chiffres du nombre obtenu.

a) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X.

b) Déterminer la loi de probabilité et la fonction de répartition de cette variable aléatoire.

c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

Exercice 2 :

Dans le plan complexe rapporté au repère directe (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$), placer les points A, B et C d'affixes respectives : $Z_A = 4$; $Z_B = -2 + 2i$ et $Z_C = -2$.

1. a) Ecrire les nombres complexes Z_A; Z_B et Z_C sous forme trigonométrique.

b) Trouver la forme algébrique du nombre complexe : $\frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C}$.

En déduire la nature du triangle ABC.

2. Soit R la rotation de centre O et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$.

a) Déterminer l'écriture complexe de la rotation R.

b) Trouver les affixes $Z_{A'}$; $Z_{B'}$ et $Z_{C'}$ des points A' ; B' et C' images respectives des points A, B et C par la rotation R (on vérifiera que $Z_{B'} = (1-\sqrt{3}) + i(1-\sqrt{3})$.

3. Démontrer que : $Z_{B'} - Z_{C'} = e^{i\frac{\pi}{2}}(Z_{A'} - Z_{C'})$.

En déduire la nature du triangle A'B'C'.

4. Déterminer une équation cartésienne de l'image de la droite (AC) par la rotation R.

Problème :

A. On considère la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = -lnx + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}$

1. Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
2. a) Etudier le sens de variation de g.

c) Dresser le tableau de variation de g.

3. a) Démontrer que l'équation g(x) = 0 a une seule solution notée α sur $]0\,;+\infty[$.

b) Déterminer l'entier naturel n tel que $\frac{n}{10} \leq \alpha \leq \frac{n+1}{10}$

c) En déduire le signe de g(x).

B. F est la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = e^{-x}(lnx - \frac{2}{x})$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath};\,\vec{\jmath})$. L'unité graphique 1 cm sur (Ox) ; 5 cm sur (Oy).

1. a) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

Pour calculer la limite de f en $+\infty$ on pourra remarquer que :

$$Pour\ tout\ x > 0\,;\ f(x) = \left(\frac{lnx}{x}\right)\left(\frac{x}{e^x}\right) - \frac{2}{xe^x}$$

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2. a) Calculer la dérivée f' de f et vérifier que : pour tout x > 0 ; $f'(x) = e^{-x}g(x)$.

b) En déduire le sens de variation de f.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3. a) Montrer que $f(\alpha) = (\frac{\alpha+2}{\alpha^2})e^{-\alpha}$.

b) Tracer la courbe (C), on prendra α = 3,2.

C. On considère la suite (U_n) définie pour tout n ≥ 0 par $U_n = \int_0^1 x^{n+1}e^x dx$.

1. Calculer U_0 à l'aide d'une intégration par parties.
2. a) Trouver une relation entre U_{n+1} et U_n.

b) En déduire les valeurs de U_1 et U_2.

3. Montrer que pour tout n ≥ 0.

$$\frac{1}{n+2} \leq U_n \leq \frac{n}{x+2}$$

4. En déduire la convergence de (U_n).

BACCALAUREAT SESSION 2015

Exercice 1 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$)

On considère l'équation $(E): Z^2 + (3-i)Z - 4(1+i) = 0$ et la suite (M_n) des points d'affixes $(Z_n) = (\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}})$ définie pour n ≥ 1.

1. a) Calculer Z_1; Z_2; Z_3 et Z_4.

b) Placer les points M_1 ; M_2 ; M_3 et M_4.

2. a) Vérifier que Z_1 est une solution de l'équation (E).

b) En déduire l'autre solution de (E).

3. a) Donner l'écriture complexe de la similitude directe f de centre M_2 et qui transforme M_1 et M_3.

b) En déduire le rapport et l'angle de f.

c) Quelle est l'image de la droite (M_1M_2) par f ?

4. On pose $d_n = |Z_{n+1} - Z_n|$ et $L_n = d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_n$ por tout n ≥1.

a) Calculer d_n en fonction de n.

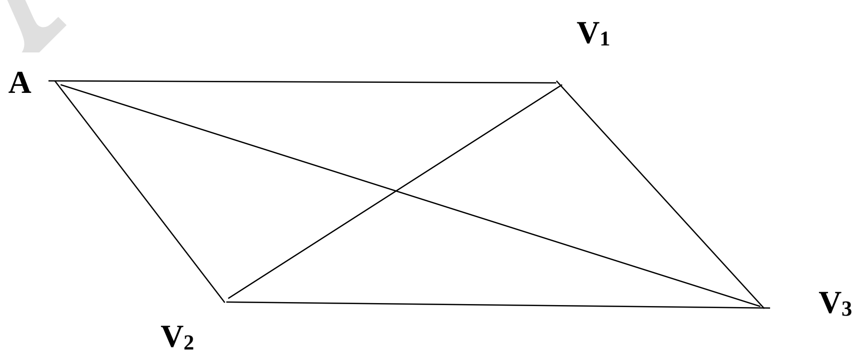
b) En déduire l'expression de L_n en fonction de n.

c) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que L_n ≥ 10.

Exercice 2 :

Un touriste européen veut visiter 2 villes de notre pays parmi 3 : V_1 ; V_2 et V_3.

Il part de l'aéroport situé en A. Les lignes représentent les routes par lesquelles il peut passer d'une ville à l'autre. Il fait ses visites totalement au hasard, sans repasser deux fois dans la même ville déjà visitée ni revenir à l'aéroport. Par exemple : A - V_2 - V_3 est une liste de visite possible de deux villes.



1. **Indiquer toutes les listes de visite de deux villes**.
2. **Calculer les probabilités des évènements suivants** :

A : « le touriste visite la ville V_3 » **B : « le touriste visite V_3 en dernier »**

C : « le touriste visite V_3 avant V_2 » **D : « le touriste ne visite pas V_3 »**

On suppose que tous les listes ont la même probabilité.

3. **Soit X la variable aléatoire qui associe l'ordre de V_3 visitée par le touriste.**
   a) **Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X ;**

On admet que si V_3 ne figure pas dans la liste alors X = 0.

   b) **Donner la loi de probabilité de X.**
   c) **Calculer l'espérance mathématique de X.**

Problème :

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A :

On considère la fonction f définie sur]-1 ; 0[∪]0 ; +∞[par $f(x) = ln(x+1) + \frac{m}{ln(x+1)}$ où m est un réel strictement positif.

On désigne par (C) la courbe représentative de f ; unité graphique étant égale à 2cm.

1. **a) Déterminer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition de f.**
   b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
2. **On suppose que m = $(\ln 2)^2$.**
   a) **Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.**
   b) **En déduire le sens de variation de f.**
   c) **Dresser le tableau de variation de f.**
3. **Tracer la courbe (C).**
4. **On pose : $I_n = \int_1^3 f(x)dx$**
   a) **Montrer que pour tout x ∈ [1 ; 3], $\frac{5}{2}ln2 \leq f(x) \leq 3ln2$.**
   b) **Donner une interprétation géométrique de I.**
   c) **En déduire un encadrement de I.**

Partie B :

On considère la fonction g définie sur]1 ; +∞[par $g(x) = \frac{1}{4x+\sqrt{lnx+1}}$

Pour tout entier n ≥ 1, on pose $\alpha_n = e^{n^2+2n}$ *et* $\beta = \int_{\alpha_1}^{\alpha_n} g(x)dx$.

1. En remarquant que $g(x) = \frac{1}{4}\left(\frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{lnx+1}}\right)$, déterminer une primitive G de g sur]1 ; +∞[.

2. a) Calculer α_1 ; $G(\alpha_1)$ et $G(\alpha_n)$

b) Exprimer β_n en fonction de n.

c) Montrer que (β_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison r et le premier terme β_1.

BACCALAUREAT SESSION 2014

Exercice 1 :

On rappelle que : $n! = n(n-1)(n-2)\ldots\times 2\times 1 \quad et \quad A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$.

En utilisant la notion factorielle, donner une autre écriture de $N = 7\times 6\times 5$.

1. **Soit l'équation** $A4n - 5_{4n-5}^{n} = 210$.
   a) **Pour quelle valeur de n cette équation est-elle définie ?**
   b) **Résoudre dans ℕ cette équation.**
2. **Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules rouges indiscernables au toucher.**

On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne. Calculer les probabilités des évènements suivants :

A : « Obtenir une boule blanche pour la première fois au troisième tirage »

B : « Ne pas obtenir consécutivement 2 boules de la même couleur »

C : « Ne pas obtenir 3 boules de la même couleur »

3. **Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de 3 boules associe le nombre 3^n où n désigne le nombre de boule blanche obtenu.**
   a) **Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.**
   b) **Donner la loi de probabilité de X.**
   c) **Calculer l'espérance mathématique de X.**

Exercice 2 :

Le plan P est muni du repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) d'unité 1 cm.

On considère les points A, B et I d'affixes respectives :

$$Z_A = 1 - i\,;\ Z_B = -2 + 2i \quad et \quad Z_I = \frac{-2+k}{2} + 2i\ (k \in \mathbb{N}).$$

1. **Déterminer l'affixe du point C symétrique de B par rapport à I.**
2. **a) Calculer AB, AC et BC.**

b) Déterminer k pour que le triangle ABC soit rectangle en A.

c) Faire une figure.

3. **On définit le point D par** $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 0$. **Calculer** Z_D.
4. **Soit h l'application de P dans P, qui à tout point M associe le point M' tel que :**

$\overrightarrow{MM'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.

a) **Montrer que h est une homothétie dont on précisera les éléments caractéristiques.**

b) Donner l'écriture complexe de h.

c) On pose h(B) = B' et h(C) = C'. Calculer $Z_{B'}$ et $Z_{C'}$.

Problème :

Partie A :

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $(E) : Y'' + 2Y' + Y = 0$
2. Déterminer la solution U de (E) satisfaisant aux conditions initiales :

$U(0) = 1$ et $U(-1) = 0$

Partie B :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -1 - (x+2)e^{-x}$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (Unité graphique : 1cm)

1. Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
2. Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

Quelle est la conséquence graphique ?

3. Etudier le sens de variation de f.
4. Dresser le tableau de variation.
5. a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet dans [-3 ; -2] une solution unique α.

b) Donner un encadrement de α à 10^{-1} près.

c) Tracer la courbe (C_f).

6. On pose : $I = \int_{-3}^{\alpha} (x+2)e^{-x} dx$

a) Calculer I l'aide d'une intégration par parties.

b) En déduire l'aire A(α) de la partie du plan délimitées par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives x = -3 et x = α.

Partie C : (cette partie est indépendante de A et B)

Soit U_n, la suite numérique définie sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$U_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$$

1. Calculer U_1 et U_2.
2. a) Trouver une relation entre U_{n+1} et U_n.

b) En déduire le sens de variation de U_n.

3. a) Démontrer par récurrence que pour tout n ≥ 1 ; $U_n = \frac{n}{n+1}$.

b) En déduire $\lim_{x \to +\infty} U_n$.

BACCALAUREAT SESSION 2013

Exercice 1 :

1. **résoudre $(5-2i)^2$.**
2. **Résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système : $\begin{Bmatrix} u+v=-1 \\ u\times v=-5+5i \end{Bmatrix}$**
3. **Le plan P est muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) d'unité 1cm. On considère les points A et I d'affixes respectives $Z_A=-1+2i \;\; et \;\; I=-1$.**

Soit f la transformation du plan P dans P qui à tout point M(Z) associe le point M'(Z) tel que : $Z'=Z\overline{Z}+2Z-3+i$. On pose $Z+x+iy; x\; et\; y$ étant des réels.

a) **Exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de Z' en fonction de x et y.**

b) **En déduire la nature et l'ensemble (E) des points M(Z) tel que Z' soit imaginaire pur.**

c) **Vérifier que le point A appartient a (E).**

4. **Soit T la translation de vecteur $\vec{w}=2\vec{i}-\vec{j}$.**

a) **Calculer l'affixe du point J tel que T(J) = 1.**

b) **Soit M' = T(M), déterminer l'ensemble (F) des points M d'affixe Z pour que M' appartienne à (E).**

Exercice 2 :

Un recensement est fait auprès de 40 enseignants d'un lycée.

Dans ce lycée : - 22 sont des femmes ; - 8 sont des professeurs de Maths.

Parmi les professeurs de Maths, 6 sont des hommes.

1. **Un enseignant est interrogé au hasard, on définit les évènements suivants :**

H : « l'enseignant est un homme »

F : « l'enseignant est une femme »

M : « l'enseignant est un professeur de Maths »

$\overrightarrow{M}$ est l'évènement contraire de M.

a) **Recopier et compléter le tableau d'effectifs suivant :**

	H	F	TOTAL
M			
$\overline{M}$			
TOTAL			40

b) Calculer P(M) ; P(M∩F).

c) En déduire $P_M(F)$

On considère maintenant l'expérience aléatoire suivante, supposé équiprobables : Deux professeurs différents rencontrent l'un après l'autre le proviseur du lycée. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de professeurs de Maths rencontrés par le proviseur.

a) Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique X.

Problème :

On considère la fonction f défini sur ℝ par $f(x) = 2 + \ln(e^x + e^{-x})$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) et d'unité graphique 1cm.

Partie A : Etude de la fonction f.

1. Montrer que pour tout réel x, $f(x) = x + 2 + \ln(1 + e^{-2x})$.
2. Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
3. a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à (C).

b) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D).

4. a) Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = -x + 2 + \ln(1 + e^{2x})$.

b) Montrer que la droite (D') d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à (C).

5. a) Etudier les variations de la fonction f.

b) Dresser le tableau de variation.

c) Construire la courbe (C) et ses asymptotes (D) et (D').

Partie B : Encadrement d'une intégrale.

On pose $I = \int_0^4 (f(x) - x - 2)dx$

1. Donner une interprétation géométrique de I.
2. Montrer que pour tout t ∈ [0 ; +∞[, $\ln(1 + t) \leq t$
3. a) En déduire que $0 \leq I \leq \int_0^4 e^{-2x}dx$

b) Donner un encadrement de I.

BACCALAUREAT SESSION 2012

Exercice 1 :

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$(E): z^2 - 8z + 25 = 0.$

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$), (unité graphique 1cm)

On considère les points A, B et C d'affixe respectives a, b et c = 6i où a et b sont les solutions de (E) telle que Im(a) > Im(b).

2. Faire une figure et placer les points A, B et C.
3. Montrer que OABC est un parallélogramme.
4. a) Déterminer l'affixe du point Ω, centre du parallélogramme OABC.

b) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MB}$ en fonction de $\overrightarrow{M\Omega}$.

C) Déterminer et tracer l'ensemble (F) des points M du plan tel que

$$\left\|\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MB}\right\| = 8.$$

5. Soit M un point de la droite (AB). On désigne par z_M l'affixe du point M et par k la partie imaginaire de z_M. On note N l'image du point M par la rotation R de centre Ω de centre $-\frac{\pi}{2}$.

   a) Déterminer z_M b) Montrer que $z_N = k + \frac{7}{2} - \frac{7}{2}i$

   c) Comment choisir k pour que N appartienne à la droite (BC) ?

Exercice 2 :

Au marché, trois clientes achètent les mêmes variétés de fruits.

La 1ère achète 2 ananas et 5 papayes, elle paie 1, 900 F. La 2ème achète 3 ananas et 4 papayes, elle paie 1, 800F. La 3èmè FATIMA achète 5 ananas et 2 papayes.

1. Combien FATIMA doit-elle payer ?
2. Arrivée à la maison, FATIMA tire successivement et sans remise 2 fruits dans son panier.

On suppose l'équiprobabilité des tirages.

   a) Combien a-t-elle de choix possibles ?
   b) Calculer la probabilité des évènements suivants.

A : « Tirer deux papayes » **B : « Tirer une papaye au second tirage »**

3. **Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de 2 fruits associe le nombre S – S', où S désigne la somme payée par FATIMA au marché et S' désigne la somme des pris des 2 fruits tirés.**
   a) **Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.**
   b) **Etablir la loi de probabilité de X.**
   c) **Calculer l'espérance mathématique de X.**

Problème :

Partie A : Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle $(E) : y' + y = 2xe^{-x}$.

1. **Vérifier que la fonction h définie sur ℝ par $h(x) = x^2e^{-x}$ est une solution particulière de l'équation différentielle de (E).**
2. **a) Soit f une fonction dérivable sur ℝ.**

Montrer que la fonction est une solution de (E) si et seulement si la fonction f – h est solution de l'équation différentielle $(E') : y' + y = 0$.

b) Résoudre sur ℝ l'équation différentielle (E'). En déduire les solutions sur ℝ de 'équation différentielle (E).

3. **Déterminer la solution g de (E) sont la courbe représentative passe par le point de coordonnées (O ; 1).**

Partie B : Etude d'une fonction

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$), on considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = (x^2 - 1)e^{-x}$.

On note (C) sa courbe représentative dans le repère.

1. **a) Calculer les limites de f et de $\frac{f(x)}{x}$ en -∞.**

b) Interpréter graphiquement les résultats.

2. **a) Déterminer la limite de f en +∞.**

b) Qu'en pensez-vous ?

3. **Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation.**

4. **Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses.**
5. **Trouver l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au points d'abscisse 0.**
6. **Tracer la courbe (C) et la tangente (T) dans le repère.**

Partie C : Recherche d'une primitive et calcul d'aire.

Soit la fonction F définie sur ℝ par $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ où a, b et c sont des constantes réelles.

1. **Calculer la dérivée F' de F en fonction de a, b et c.**
2. **Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que F soit une primitive de f sur ℝ.**
3. **Calculer le nombre $J = \int_0^1 f(x)\, dx$.**
4. **En déduire l'aire de la portion du plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 1.**

BACCALAUREAT SESSION 2011

Exercice 1 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$) (unité graphique 1cm).

Soient A, B et I les points d'affixes respectives $-2+i; 1-i; -1$.

A tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = z^2 + 2z$.

Faire une figure et compléter cette tout au long de l'exercice.

1. **Calculer les affixes des points A' et B' images respectives des points A et B. Que remarque-t-on ?**
2. **Déterminer les points qui ont pour image le point C d'affixe -10.**
3. **a) Vérifier que pour tout nombre complexez, on a : $z' + 1 = (z+1)^2$.**

b) En déduire une relation entre $|z'+1|$ *et* $|z+1|$ et lorsque z ≠ -1 , une relation entre $arg(z'+1)$ *et* $arg(z+1)$.

c) Que peut-on dire du point M' lorsque M décrit le cercle (C), de centre I et de rayon 2.

4. **Soit E le point d'affixe $-1-2e^{\frac{i\pi}{3}}$ et E' l'image de E.**
   - **a) Calculer la distance IE et une mesure en radian de l'angle ($\vec{u}$; $\overrightarrow{IE}$).**
   - **b) En déduire la distance IE' et une mesure en radian de l'angle ($\vec{u}$; $\overrightarrow{IE'}$).**

Exercice 2 :

Un sac contient 4 jetons noires numérotés 2 , 3, 4 et 5.

Un autre sac contient 3 jetons rouges numérotés 2, 3 et 5.

On extrait un jeton de chaque sac.

Soit n le nombre porté par le jeton noir et r celui porté par le jeton rouge.

Les éventualités sont les couples (n ; r) possible. On suppose que tous ces couples (n ; r) ont la même probabilité d'être obtenus.

Soit X la variable aléatoire qui associe le nombre n + r à chaque tirage de deux jetons.

1. **Quel est le nombre d'éventualités ?**
2. **Déterminer l'ensemble des valeurs que peut prendre X.**
3. **Déterminer la loi de probabilité de X.**
4. **Calculer l'espérance mathématique E(X) et la variance V(X) de la variable aléatoire.**

Problème :

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' + 2y' + y = x + 3$.

Soit g la fonction définie sur ℝ par : $g(x) = e^{mx} - mx + 1$ où m $\in \mathbb{R}$.

1. Déterminer m pour que g ait une solution sur ℝ de l'équation différentielle (E).
2. On introduit la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = e^{-x} + x + 1$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) d'unité graphique 1cm.

a) Vérifier que pour tout x ∈ ℝ, $f(x) = e^{-x}(1 + xe^{x} + e^{x})$ puis en déduire la limite de f en -∞.

b) Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en -∞. (on pourra utiliser le changement de variable (t = -x).

Quelle est la conséquence graphique ?

c) Calculer la limite de f en +∞.

d) Montrer que la droite (D) : $y = x + 1$ est asymptote à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (D).

3. Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
4. Tracer la droite (D) et la courbe (C).
5. Calculer l'aire en cm² du domaine délimité par (C), (D) et les droites d'équations :

x = 0 et x = ln7.

Partie B :

Pour tout n ∈ ℕ, on note $I_n = \int_n^{n+1}(f(x) - (x + x1)dx)$

1. Calculer I_0.
2. Exprimer I_n en fonction de n.
3. Montrer que (I_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
4. On pose $S_n = I_0 + I_1 + I_2 + \cdots + I_n$ (n $\in \mathbb{N}$).
   a) Exprimer S_n en fonction de n.
   b) Déterminer la limite de (S_n) en +∞.

BACCALAUREAT SESSION 2010

Exercice 1 :

Soit $\alpha = \frac{-4b+ai}{5+3i}$ (a et b des réels) et β le nombre complexe de module 1 er d'argument $\frac{3\pi}{4}$.

1. a) Donner la forme algébrique de α en fonction de a et b.

b) Ecrire β sous forme algébrique.

c) Déterminer les réels a et b tels que α = β.

2. Lorsque $a = \sqrt{2}$ et $b = \sqrt{2}$, calculer $\alpha^{12} + \alpha^{16}$.

3. Le plan complexe (P) est rapporté au repère orthonormé (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$). On considère le point A d'affixe $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M d'affixe z tel que :

$|i\sqrt{2}z + 2 - 2i| = 3\sqrt{2}$.

4. On considère l'application f de (P) dans (P) qui à tout M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \beta z$.

a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

b) Déterminer l'affixe du point A' image de A par f.

c) Déterminer et construire l'ensemble (E') image de (E) par f.

Exercice 2 :

On considère un dé cubique pipé, dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Un jeu consiste à lancer le dé. On note p la probabilité d'apparition de la face marquée i.

1. a) Sachant que p_1 ; p_2 ; p_3 ; p_4 ; p_5 et p_6 sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $\frac{1}{30}$; Montrer que $p_1 = \frac{1}{12}$.

b) Déduis les probabilités p_2 ; p_3 ; p_4 ; p_5 et p_6.

2. On appelle X la variable aléatoire correspondante au numéro marqué sur la face supérieure du dé.

a) Déterminer la loi de probabilité de ma variable X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X.

3. Cette fois-ci on lance n fois de suite le même dé (n > 1).

a) Exprimer, en fonction de n la probabilité p_n d'obtenir au moins une fois la face marquée 1.

b) Calculer la plus petite valeur de n pour laquelle $p_n \geq 0,99$.

Problème :

Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2lnx + 2$

1. Calculer $g'(x)$, où g' désigne la fonction dérivée de g, et dresser le tableau de variation de g.
2. Préciser le signe de g.

Partie B :

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \frac{alnx}{x} + bx + c$.

Déterminer les réels a, b et c pour que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ soit asymptote à la courbe représentative (C_f) de la fonction f et que la tangente (T) à (C_f) au point I d'abscisse 1 soit parallèle à la droite (Δ) d'équation : $y = 3x$.

Partie C :

On considère maintenant la fonction h définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = \frac{2lnx}{x} + x - 1$.

1. a) Montrer que pour tout réel x strictement positif, $h'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. En déduite la signe de h'(x).

b) calculer $\lim\limits_{x \to 0} h(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$.

d) Dresser le tableau de variation de la fonction h.

2. On note (C) la courbe représentative de la fonction h.

a) Montrer que la courbe (C) admet une asymptote oblique dont on précisera une équation et étudier sa position relative par rapport à (C).

b) Construire la courbe (C).

3. a) En remarquant que $\frac{lnx}{x}$ $peut\ s'écrire \frac{1}{x}(lnx)$ déterminer une primitive de la fonction $x \to \frac{2lnx}{x}$ sur $]0\,;\,+\infty[$.

b) Calculer l'aire A, en cm², de portion de plan limitée par la courbe (C), la droite (D) d'équation $y = x - 1$ et les droites d'équation : x = 1 et x = e.

LE TOME 2 QUI REGORGERA LES CORRIGES, EST EN COURS DE TELECHARGEMENT. QUE TOUS CEUX QUI VEUILLENT SE JOINDRE A NOUS POUR REALISER LE TOME 2 SONT PRIES DE NOUS CONTACTER SUR L'UN DES NUMEROS SUSMENTIONNES A PAGE 1

FIN