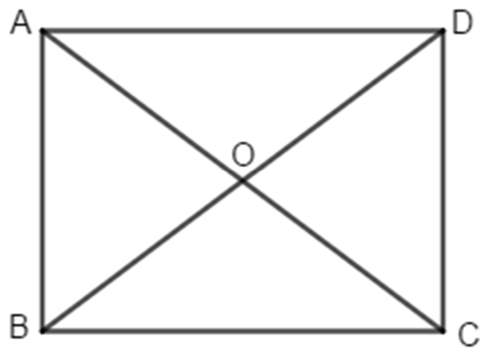
Ministère des Enseignements Secondaires
Délégation Régionale de L'Ouest
IRP/Sciences
Sous-Section Mathématiques

Examen : Probatoire Zéro
Session : 2021
Série : D et TI

Proposition de Corrigé
Épreuve : Mathématiques
Durée : 3 heures
Coef : 4

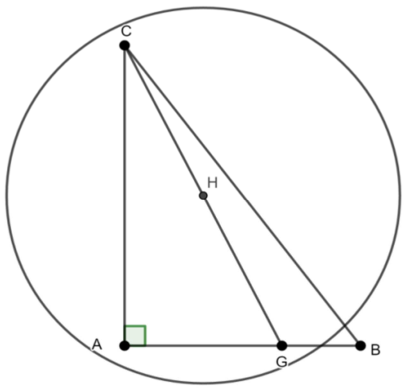
REFERENCES ET SOLUTIONS	BAREMES	COMMENTAIRES
Exercice 1 (série TI): (03 points)		
1. **Montrons que E est un sous espace vectoriel** - $0_{\mathbb{R}^3} = (0;0;0)$ et on a $0 - 0 + 2(0) = 0$ donc $0_{\mathbb{R}^3} \in E$, d'où $E \neq \emptyset$ - Soient $u = (a;b;c) \in E$ et $v = (x;y;z) \in E$. On a : $\begin{cases} a - b + 2c = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$ Donc $(a + x) - (b + y) + 2(c + z) = 0$, ainsi $u + v = (a + x; b + y; c + z) \in E$ - Soient $u = (x;y;z) \in E$ et $\alpha \in \mathbb{R}$. On a $x - y + 2z = 0$ donc $\alpha(x - y + 2z) = \alpha.0$, ainsi $(\alpha x) - (\alpha y) + 2(\alpha z) = 0$ D'où $\alpha.u \in E$. Par conséquent, E est un sous espace vectoriel.	**1pt**	**0.25pt pour $E \neq \emptyset$** **0.5pt pour la stabilité pour la loi +** **0.25pt pour la stabilité par la loi externe .**
2. $\boldsymbol{e_1 = (1;1;0)}$ **et** $\boldsymbol{e_2 = (0;2;1)}$. a. **Montrons que $\boldsymbol{e_1}$ et $\boldsymbol{e_2}$ sont dans E.** - $1 - 1 + 2(0) = 0$ donc $e_1 \in E$ - $0 - 2 + 2(1) = 0$ donc $e_2 \in E$	**0.5pt**	**0.25pt pour $\boldsymbol{e_1}$ et 0.25pt pour $\boldsymbol{e_2}$**
b. **Montrons que $(\boldsymbol{e_1}; \boldsymbol{e_2})$ est libre de E** Supposons qu'il existe $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $e_1 = \alpha e_2$. Donc $\begin{cases} 1 = 0 \\ 1 = 2\alpha \\ 0 = \alpha \end{cases}$ ce qui est absurde. Donc e_1 et e_2 ne sont pas liés, d'où ils sont libres.	**0.5pt**	**Apprécier d'autres méthodes soumises par le candidat**
c. **Montrons que $(\boldsymbol{e_1}; \boldsymbol{e_2})$ est générateur :** Soit $u = (x;y;z) \in E$, cherchons $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que $u = \alpha e_1 + \beta e_2$. On a $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} \alpha = x \\ \beta = z \end{cases}$ D'où $(e_1; e_2)$ est un système générateur de E.	**0.25pt**	**Apprécier d'autres méthodes soumises par le candidat**
d. **Déduisons que $(\boldsymbol{e_1}; \boldsymbol{e_2})$ est une base de E.** De ce qui précède, $(e_1; e_2)$ est un système libre et générateur de E, donc $(e_1; e_2)$ est une base	**0.25pt**	

3. Dimension de E. Une base de E contient deux vecteurs donc $dimE = 2$	**0.25pt**	
Exercice 1 (série D): (03 points)		
ABCD est un rectangle de centre O. On donne AD=6cm et AB=3cm **1. Montrons que $R_1(A) = B$ et $R_2(D) = A$**  Désignons par $\alpha = mes(\widehat{\overrightarrow{OC}\,;\overrightarrow{OD}})$ l'angle de la rotation R_1 et par $\beta = mes(\widehat{\overrightarrow{OB}\,;\overrightarrow{OC}})$ l'angle de la rotation R_2 $*$ Comme OA=OB et $mes(\widehat{\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OB}})= \alpha$ alors $R_1(A) = B$ $*$ Comme OD=OA et $mes(\widehat{\overrightarrow{OD}\,;\overrightarrow{OA}})= \beta$ alors $R_2(D) = A$	**1pt**	**0,25pt pour la figure** **0,25pt pour les angles désignés** **0,5pt pour la démonstration.**
2. On désigne par R_1oR_2 la composée des rotations R_1 et R_2. **Calculons $R_1oR_2(O)$ et $R_1oR_2(B)$** $R_1oR_2(O) = R_1[R_2(O)] = R_1(O) = O$ $R_1oR_2(B) = R_1[R_2(B)] = R_1(C) = D$	**1pt**	**0,5pt pour chaque bonne réponse**
3. Nature exacte de R_1oR_2	**1pt**	**0,5pt pour le centre et**

<table>
<tr><td>la somme des angles est $\alpha+\beta=\pi$ en plus $R_1oR_2(O)=O$

Donc R_1oR_2 est la rotation de centre O et d'angle π ou la symétrie de centre O.</td><td></td><td>0,5pt pour l'angle</td></tr>
<tr><td colspan="3">Exercice 2 : (05 points)</td></tr>
<tr><td>I/ Soit $P(x)=2x^3-26x+24$.
1. Calculons $P(3)$, puis concluons
$P(3)=2(3)^3-26(3)+24=54-78+24=78-78=0$
Donc 3 est une racine de P.</td><td>0.5 pt</td><td>0.25 pt pour le calcul correct de $P(3)$
0.25 pt pour la conclusion</td></tr>
<tr><td>2. Déterminons les réels a et b
$$\mathbf{2(x-3)(x^2+ax+b)=2x^3+(2a-6)x^2+(2b-3a)x-6b=2x^3-26x+24}$$par identification des coefficients on : $\begin{cases} 2a-6=0 \\ 2b-3a=-26 \\ -6b=24 \end{cases}$ donc $a=3$ et $b=-4$
.</td><td>1pt</td><td>0.25pt pour la valeur de a
0.25pt pour la valeur de b
0.5pt pour la démarche
NB : Accepter la division euclidienne</td></tr>
<tr><td>3. Résolvons l'inéquation $(x-3)(x^2+3x-4)\geq 0$
Posons $(x-3)(x^2+3x-4)=0$. Alors $x-3=0$ ou $x^2+3x-4=0$.
$x-3=0$ donc $x=3$
$$x^2+3x-4=0$$$$\Delta=3^2-4(1)(-4)=25=5^2$$$x=\frac{-3-5}{2}=-4$ ou $x=\frac{-3+5}{2}=1$.
Tableau de signe :
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-4</td><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$x-3$</td><td></td><td>$-$</td><td>|</td><td>$-$</td><td>|</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$x2+3x-4$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>|</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$(x-3)(x2+3x-4)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
</table>
$$S_{\mathbb{R}}=[-4;1]\cup[3;+\infty[$$</td><td>1pt</td><td>0.5pt pour les racines de x^2+3x-4
0.25pt pour la dernière ligne du tableau de signe
0.25pt pour l'ensemble solution.</td></tr>
<tr><td>II/ 1.a. Justifions que x; y et z sont solutions du système (S)
Elles achètent en tout 40 fruits donc $2x+2y+2z=40$ d'où $x+y+z=20$.
Pour le rayon de Lydie on a : $150x+200y+450z=5000$ donc $3x+4y+9z=100$
Pour le rayon de Clara on a : $200x+300y+600z=7000$ donc $2x+3y+6z=70$
Ainsi $\begin{cases} x+y+z=20 \\ 3x+4y+9z=100 \\ 2x+3y+6z=70 \end{cases}$ d'où x, y et z vérifient le système (S).</td><td>0.75pt</td><td>0.25pt pour équation trouvée et simplifiée</td></tr>
</table>

1.b. Résolvons le système (S). $\begin{cases} x+y+z=20 & (L_1) \\ 3x+4y+9z=100 & (L_2) \\ 2x+3y+6z=70 & (L_3) \end{cases}$ $3L_1-L_2$ donne $-y-6z=-40$ donc $y+6z=40$ $(L_2)'$ $2L_1-L_3$ donne $-y-4z=-30$ donc $y+4z=30$ $(L_3)'$ $(L_2)'-(L_3)'$ donne $2z=10$ donc $z=5$ De $(L_3)'$ on trouve $y+4(5)=30$ donc $y=10$ De (L_1) on trouve $x+10+5=20$ donc $x=5$. $S_{\mathbb{R}^3}=\{(5;10;5)\}$	**1pt**	**0.25pt pour la valeur de x** **0.25pt pour la valeur de y** **0.25pt pour la valeur de z** **0.25pt pour la démarche**
2. déduisons le nombre d'oranges, de goyaves et d'avocats achetés par chacune des deux enfants Chacune des deux amies a acheté : 5 oranges , 10 goyaves et 5 avocats.	**0.75pt**	**0.25pt pour chaque nombre de fruit trouvé**
Exercice 3 : (04 points)		
I/ calculons : **1. Le nombre de tirages possibles :** $A_7^2=7\times 6=42$. On a 42 tirages possibles	**0.5pt**	**0.25pt pour la méthode** **0.25pt pour le résultat**
2. Le nombre de tirages contenant deux boules de même couleur : $A_3^2+A_4^2=3\times 2+4\times 3=18$. On a 18 tirages contenant des boules de même couleur	**0.75pt**	**0.5pt pour la méthode** **0.25pt pour le résultat**
3. Le nombre de tirages contenant deux boules de couleurs différentes : $2\times A_3^1\times A_4^1=2\times 12=24$. On a 24 tirages ayant des boules de couleurs différentes NB : on pourra aussi faire la différence entre le nombre de tirages possibles et le nombre de tirages ayant des boules de même couleur $(42-18=24)$.	**0.75pt**	**0.5pt pour la méthode** **0.25pt pour le résultat**
II/ 1. Montrons que (w_n)est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ $w_{n+1}=u_{n+2}-u_{n+1}=\frac{1}{2}u_{n+1}+3-\frac{1}{2}u_n-3=\frac{1}{2}(u_{n+1}-u_n)=\frac{1}{2}w_n$. Donc (w_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$	**0.5pt**	
2.a. Montrons que $S_n=6\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$ $S_n=w_0+w_1+\cdots+w_{n-1}=\frac{w_0\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{2}}=6\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$	**0.75pt**	**0.5pt pour la bonne formule de calcul de la somme** **0.25pt pour le résultat**
2.b. Montrons que $S_n=u_n$ $S_n=w_0+w_1+w_2+\cdots w_{n-1}=u_1-u_0+u_2-u_1+u_3-u_2+\cdots+u_n-u_{n-1}=u_n-u_0$ Or $u_0=0$ donc $S_n=u_n$	**0.5pt**	
2.c. déduisons l'expression de u_n en fonction de n. $S_n=6\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$ et $S_n=u_n$ donc $u_n=6\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$	**0.25pt**	

3. Montrons que pour tout entier n non nul, $0 < u_n < 6$. Pour tout entier non nul n on a : $0 < \frac{1}{2} < 1$ donc $0 < \left(\frac{1}{2}\right)^n < 1$ d'où $-1 < -\left(\frac{1}{2}\right)^n < 0$ Ainsi $0 < 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n < 1$ donc $0 < 6\left(1 - \frac{1}{2^n}\right) < 6$. D'où $0 < u_n < 6$	**0.5pt**	
EXERCICE 4 (03 points)		
1. **Figure**  	**0.5pt**	**0.25pt** pour le triangle **0.25pt** pour le respect des mesures
2. **a) Construisons G** $G = bar\{(A\,;1)\,,(B\,;2)\} \iff \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ **Construction du point G** (Voir figure précédente)	**0.5pt**	**0.25pt** pour l'écriture vectorielle permettant de construire G **0.25pt** pour la construction de G
b) Déduisons une construction du point $H = bar\{(A\,;1)\,,(B\,;2)\,,\ (C\,;3)\}$ On a : $H = bar\{(A\,;1)\,,(B\,;2)\,,\ (C\,;3)\}$ et $G = bar\{(A\,;1)\,,(B\,;2)\}$. D'après le barycentre partiel, $H = bar\{(G\,;3)\,,\ (C\,;3)\} \iff$ H est le milieu de $[GC]$ **Construction du point H** (Voir figure précédente)	**0.5pt**	**0.25pt** pour l'utilisation du barycentre partiel **0.25pt** pour la construction de H
3. **a) Montrons que $MG^2 + MC^2 = 2MH^2 + CH^2$** On a : $MG^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HG})^2 + (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HC})^2 = 2MH^2 + 2\overrightarrow{MH}(\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HC}) + HG^2 + HC^2$	**0.75pt**	**0.25pt pour la relation de Chasles** **0.25pt pour le bon**

Or $\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{HC}=\vec{O}$ et $HG=HC=CH$ $\Longrightarrow MG^2+MC^2=2MH^2+2CH^2$. D'où le résultat		**développement** **0.25pt pour le résulta**
b) Nature de (E) : $\boldsymbol{MG^2+MC^2=90}$ $MG^2+MC^2=90 \Leftrightarrow 2MH^2+2CH^2=90 \Leftrightarrow MH^2+CH^2=45 \Leftrightarrow MH^2=45-CH^2$ Or $CH=\frac{CG}{2} \Leftrightarrow CH^2=\frac{CG^2}{4}$ et $CG=\sqrt{AC^2+AG^2}$, car le triangle ACG est rectangle en A. $CG=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80} \Longrightarrow CH^2=\frac{CG^2}{4}=\frac{80}{4}=20$ ON a : $\boldsymbol{MH^2=45-CH^2=45-20=25} \Leftrightarrow \boldsymbol{MH=5cm}$ **Donc (E) est le cercle de centre H et de rayon 5 cm**	0.5pt	**0.25pt** pour le calcul de CH ou CH^2 **0.25pt** pour la conclusion ; même pour une mauvaise valeur de CH
c) Construction de (E) (Voir figure précédente)	0.25pt	**0.25pt** même si la mauvaise valeur du rayon de la question b) est respectée
PARTIE B : Evaluation des compétences (05 points)		
TÂCHE 1 : Cherchons l'année où Mme WATA va acheter son terrain		
• **Bénéfice réalisé par an :** $1\,000\,000\ FCFA \times \frac{6}{100}=60\,000\ FCFA$ • **Capital de Mme WATA correspondant à l'année** $\boldsymbol{2012+n}$ **, où** $\boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$ Soit U_n le capital mis en valeur le 1^{er} Janvier 2012 à 12h On a alors : $U_O=1\,000\,000$, $U_1=U_O+60\,000$, . . . , $U_{n+1}=U_n+60\,000$ Donc la suite (U_n) est arithmétique de raison $r=60\,000$ et de 1^{er} terme $U_O=1\,000\,000$ On en déduit que $U_n=U_O+nr$ équivaut à $\boldsymbol{U_n=1\,000\,000+60\,000n}$ • **Prix d'achat du terrain :** $\boldsymbol{2500FCFA\times 600=1\,500\,000\ FCFA}$ • **Valeur minimale de** $\boldsymbol{n}$ **pour que** $\boldsymbol{U_n \geq 1\,500\,000}$ $U_n \geq 1\,500\,000 \Leftrightarrow 1\,000\,000+60\,000n \geq 1\,500\,000 \Leftrightarrow n \geq 8{,}33$ Donc $\boldsymbol{n=9}$ • **L'année de l'achat du terrain :** On a : $2012+9=2021$. **Donc Mme WATA va acheter son terrain à partir du 1^{er} Janvier 2021 à 12 heures précises.**	**C1 : 0.5pt** Interprétation correcte de la situation	**0.25pt** pour l'évocation du bénéfice et prix d'achat du terrain **0.25pt** pour les opérations conduisant à la détermination du nombre d'année $\boldsymbol{n}$
	C2 : 0.5pt Utilisation correcte des outils	**0.25pt** pour les valeurs du bénéfice et du prix d'achat **0.25pt** pour la valeur de $\boldsymbol{n}$ et l'année de l'achat du terrain
	C3 : 0.5pt Cohérence	**0.25pt** pour le bon enchainement **0.25pt** pour les unités et la bonne conclusion
TÂCHE 2 : Calculons la dépense pour l'achat du fil barbelé		
• **Longueur de fil nécessaire pour toute la clôture :** $(100-4)\times 4=\boldsymbol{384\ m\grave{e}tres}$ • **Dépense :** $384\times 750\ FCFA=\boldsymbol{288000\ FCFA}$	**C1 : 0.5pt** Interprétation correcte de la situation	**0.25pt** pour les opérations conduisant à la détermination de la longueur du fil **0.25pt** pour l'opération

Pour l'achat du fil barbelé, Mme WATA va dépenser 288 000 FCFA.		conduisant à la détermination de la dépense
	C2 : 0.5pt Utilisation correcte des outils	**0.25pt** pour la longueur du fil **0.25pt** pour la dépense
	C3 : 0.5pt Cohérence	**0.25pt** pour le bon enchainement **0.25pt** pour les unités et la bonne conclusion
TÂCHE 3 : Calculons le gain de chacun des garçons	**C1 : 0.5pt** Interprétation correcte de la situation	**0.25pt** pour l'opération conduisant au gain total **0.25pt** pour l'opération conduisant au gain individuel
• Gain total destiné aux 3 garçons : $100\ FCFA \times 600 = \mathbf{60\ 000\ FCFA}$ • Gain individuel : $60\ 000 \div 12 = \mathbf{5\ 000\ FCFA}$ Donc chaque Garçon recevra 5 000 FCFA	**C2 : 0.5pt** Utilisation correcte des outils	**0.5pt** pour les 2 résultats (gains) trouvés
	C3 : 0.5pt Cohérence	**0.25pt** pour le bon enchainement **0.25pt** pour les unités et la bonne conclusion

Présentation portant sur l'ensemble de la copie :lisibilité(0,25pt) Orthographe et grammaire(0,25pt)