MINESEC-DRESLT	**Evaluation 1 du TRIMESTRE III**	**Avril 2021**
LBFS	**COEF 4**	**Durée : 03H00**
Classe : TERMINALE D	**Evaluation de MATHÉMATIQUES**	**Examinateur : M.TIA**

L'épreuve comporte deux parties indépendantes et obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15 points

EXERCICE 1 : 4,5pts

On dispose de deux urnes contenant chacune trois jetons numérotés de 0 à 2. Dans la première, les jetons sont de couleur rouge et dans la seconde, les jetons sont de couleur bleue. On tire au hasard un jeton dans la première urne et on note son numéro a puis on tire un jeton dans la seconde urne et on note son numéro b; à ce couple $(a;b)$, on associe le nombre complexe $z = a + ib$.

1. Quelle est la probabilité pour que z vérifie : $z^2 - (3+2i)z + 2 + 4i = 0$? **1,5pt**
2. Quelle est la probabilité pour que :
   (a) z soit réel ? **0,5pt**
   (b) z soit imaginaire pur non nul ? **0,5pt**
3. On considère la variable aléatoire X, qui, à chaque épreuve constituée du tirage d'un jeton rouge et d'un jeton bleu associe le module de z.
   (a) Quelles sont les valeurs prises par X ? **0,5pt**
   (b) Déterminer la loi de probabilité de X. **1pt**
4. Soit M l'image de z dans le plan complexe. Quelle est la probabilité pour que M soit situé sur la droite $y = x$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : 3pts Q.C.M

Pour chaque question posée, quatre réponses sont proposées parmi les quelles une est exacte ; le candidat associera à chaque question la lettre de la bonne réponse
(0.75pt par couple de bonne réponse.)

1. On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = x^2 \; si \; x \leq 0 \\ f(x) = x^2 \ln x \; si \; x > 0 \end{cases}$
   a) f n'est pas continue en 0 ; b) f est continue en 0 et n'est pas dérivable en 0 ; c) f n'est pas dérivable en 0 ; d) f est continue en 0 et f est dérivable en 0.
2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) ; soit A et B les points d'affixes respectives $1+i$ et $1-i$ et (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixes z tel que : $|z - 1 + i| = 2$, alors (Γ) est :
   a) La droite (OB) ; b)Le cercle de centre A et de rayon 2 ; c) Le cercle de centre b et de rayon 2 ; d) La droite d'équation $x = 2$.
3. Soit $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nt}}{e^t+1} dt$; le couple $(I_1; I_1 + I_0) =$
   . a) $(\frac{e}{e+1}; 1)$; b)$(\frac{1}{e+1}; 1)$; c) $(\ln(e+1); 1)$; d) $(\ln(\frac{e+1}{2}); 1)$.

4. Soit A et B deux événements tels que : $P_B(A) = 0,25$, $P(A \cap B) = 0,15$, $P(A) = 0,4$; la valeur de $P(B)$ est :

   a) $0,06$; b)$0,0375$; c) $0,6$; d) $0,3$.

EXERCICE 3 : **3pts**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J) d'unité graphique 2cm ; Soit A, B, C et F les points d'affixes respectives 2, $-1-i$, $2+i$ et $-4i$.

1. (a) Placer les points A, B, C et F dans le repère. **0,5pt**

   (b) Calculer $\frac{z_A - z_B}{z_F - z_B}$ puis donner la nature exacte du triangle ABF. **0,75pt**

2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $BACD$ est un parallélogramme. **0,5pt**
3. Déterminer l'affixe du point K milieu du segment $[BC]$. **0,25pt**
4. Soit E le point tel que $mes(\widehat{\overrightarrow{FB};\overrightarrow{FE}}) = -\frac{\pi}{2}$; justifie que l'affixe du point E est $3-3i$. **0,5pt**
5. Démontre que les points A, B, F et E sont cocycliques. **0,5pt**

EXERCICE 4 : **4,5pts**

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x + 1 - 2\ln x$.

1. Étudier les variations de f, dresser son tableau de variation puis donner la valeur exacte de $f(\sqrt{e})$. **1,25pt**
2. Montrer que pour tout x élément de $[1,5;2]$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{3}$. **0,5pt**
3. On considère la suite $(u_n)_n$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

   (a) Démontrer par recurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [1,5;2]$. **0,5pt**

   (b) Utiliser l'inégalité des accroissements finis que pour tout entier n, $|u_{n+1} - \sqrt{e}| \leq \frac{1}{3}|u_n - \sqrt{e}|$. **0,5pt**

   (c) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $|u_n - \sqrt{e}| \leq \frac{1}{2\times 3^n}$ puis déduire la limite de $(u_n)_n$. **1pt**

   (d) Déduire que u_4 est la valeur approchée de $\sqrt{e}$ à 10^{-2} près. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES **5 points**

M.Nganou après son Baccalauréat D veut se lancer dans l'élevage des crevettes. Dans l'un de ses manuels de formation, il a découvert la relation donnant en mm la taille $L(t)$ d'une crevette en fonction de son âge t en semaine donnée par $L(t) = 87,5(1 - e^{-0,12t})$. Il voudrait connaître dans l'ordre suivant les informations supplémentaires liées à l'utilité cette fonction :

– Une équation différentielle de premier ordre $y' + ay = b$ que satisfait cette fonction.
– L'âge théorique d'une crevette de 88mm.
– La taille maximale d'une crevette dans un temps infiniment long de leur espérance de vie.

Tâches

1. Détermine la première information . **1,5pt**
2. Détermine la deuxième information . **1,5pt**
3. Détermine la troisième information . **1,5pt**

Présentation : 0,5 pt