Région de l'Adamaoua — Année scolaire 2020-2021

Collège Protestant de Ngaoundéré — Classe : Terminale C / Durée : 4h

EPREUVE DE MATHEMATIQUES : TEST No 5 – Coef 07

Evaluation ressources: Hyperbole ( ) ; Arithmétiques ( ) ; Similitude du plan et nombres complexes ( ) ; Isométrie de l'espace ( ) ; Applications linéaires de l'espace ( ) ; Statistiques ( ) ; Probabilité ( ) ; Calcul intégral ( ). **Evaluation/compétences :** Conics and curves (/5pts).

Copie remise le : / / 2021. **Nom(s)+signature du parent** :

Evaluation des ressources (15 pts)

Exercice 1 : (05 pts) Considérons les coniques (E) : $x^2 - y^2 - x - 3y - 12 = 0$ et (F): $(x-2)(y+1) = 10$. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

1- Par changement de repère, montrer que (F) a une nouvelle équation: $Y = \frac{10}{X}$ que vous tracerez. 1pt

2- Montrer que (F) est l'image de (E) par la similitude S de centre l'origine du repère, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$, puis caractérisez (F). 2pts

3- Justifier que $x^2 - y^2 - x - 3y - 12 = 0$ équivaut à (H) : $(x - y - 2)(x + y + 1) = 10$. 0,5pt

4- Déterminer alors les points de (E) qui ont des coordonnées entières. 1,5pt

Exercice 2 : (05 pts)

Soit E un espace vectoriel de base orthonormée $B = (\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ et $\vec{a} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}, \vec{n} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{\imath} - \vec{k}$. Soit f l'endomorphisme de E définie par $f(\vec{u}) = (\vec{a} \wedge \vec{u}) \wedge \vec{n}$. Soit (D) la droite passant par A(1 ;-1 ;2) et de vecteur directeur $\vec{a}$. R est le demi-tour d'axe (D).

1- Donner **la matrice et l'expression analytique de f** dans B. 1pt

2- Déterminer $\boldsymbol{ker(f)}, \boldsymbol{Im(f)}$ et dire si f est **bijective.** 1,5pt

3- Montrer que $\boldsymbol{fof = f}$ et déterminer l'expression analytique de R. 1,5pt

4- Ecrire la **matrice de f dans la nouvelle base $B' = (\vec{a}, \vec{n}, \vec{b})$** . 1pt

Exercice 3. (05 pts)

1- Montrer que pour $x > 1$, $\frac{1}{2}\boldsymbol{w(x)} \leq \int_1^x \frac{\ln(t)}{1+t^2} dt \leq \boldsymbol{w(x)}$ sachant que $\boldsymbol{w(x) = 1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{x}}$. 2pts

2- On estime le bénéfice Y d'une entreprise en fonction du chiffre d'affaire cumulé X sur dix mois :

Mois	janvier	février	mars	avril	mai	juin	juillet	aout	septembre	octobre
X (en millions de FCFA)	4	5	6	8	9	10	11	12	13	15
Y (en centaines de milliers de FCFA)	1,2	2,2	3	5	6,3	6,9	8	9	10	12

Dire si la corrélation entre X et Y est bonne et donner la droite de Mayer de X et Y. 1,5 pt

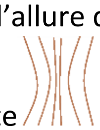
3- Dans une école, il y a 45% de filles et le reste des élèves sont des garçons. 30% des filles aiment le cours de mathématiques et 75% des garçons disent ressentir le contraire envers les mathématiques. Déterminer la probabilité qu'un élève choisi au hasard dans cette école, aime le cours de mathématiques. 1,5pt

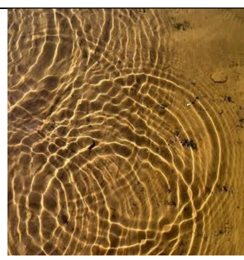
Evaluation des compétences (05 pts)

Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans les situations de vie où interviennent les définitions géométriques et analytiques d'une conique.

Situation-problème : Deux pointes d'une fourche excitée par un diapason électrique frappent synchroniquement la surface d'une cuve rectangulaire remplie d'eau. Ces pointes situées en A et B (distincts) génèrent des ondes circulaires, de longueur d'onde λ, qui se propagent à la surface. Dans ce cas on a interférence d'ondes mécaniques scalaires. L'amplitude de vibration est maximale aux points M tels que $|AM - BM| = k\lambda$ avec k entier naturel. On pose $c = \frac{AB}{2}$, O = milieu de $[AB]$, $a = \frac{k\lambda}{2}$ et $b = \sqrt{c^2 - a^2}$. Toto aimerait comprendre pourquoi une émission scientifique dit « ***qu'on représente l'ensemble des points M grâce à des hyperboles homofocales d'équations*** $(\boldsymbol{H_{a,b}})$: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \boldsymbol{1}$ ».

Tâches :

1. Utiliser l'allure des courbes associées aux équations $(H_{a,b})$ pour expliquer l'allure suivante  observée des points M d'amplitude de vibration maximale. (1,5pt)
2. Expliquer à partir de $|AM - BM| = k\lambda$ d'où viennent les équations $(H_{a,b})$ si on considère un repère du plan de centre O et d'axe des abscisses (AB). (1,5pt)
3. Expliquer pourquoi on parle «hyperboles homofocales » . (1,5pt)



Présentation générale: **0,5 point** [« *Don't forget to protect ourselves from Covid19 by following the barrier measures* », Dpt of Mathematics]