

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$. On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé $(\vec{O}, \vec{i}, \vec{j})$.

- (a) Détermine trois réels a, b et c tels que pour tout $x \neq 0$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$. **0,5pt**

(b) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **1pt**

(c) Montre que la droite (\mathcal{D}) d'équation $y = x - 2$ est asymptote à la courbe (C_f) . **0,5pt**
- Montre que le point $\Omega(0; -2)$ est centre de symétrie pour la courbe (C_f) . **0,5pt**
- Détermine la dérivée de la fonction f et dresse le tableau de variations de f . **0,75pt**
- Trace (\mathcal{D}) et la courbe (C_f) . **0,75pt**
- Soit g la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $g(x) = f(|x|)$. On note (C_g) la courbe de g .
 - Etudie la parité de la fonction g , puis compare $g(x)$ et $f(x)$ pour $x > 0$. **0,5pt**
 - Trace (C_g) sur le même graphique que (C_f) . **0,5pt**

EXERCICE 2 : (4 points)

$ABCD$ est un carré de centre O et de sens direct tel que $AB = 4cm$. On désigne par r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$; t la translation de vecteur \overrightarrow{AB} ; h l'homothétie de centre C et de rapport $\sqrt{3}$. On pose $\varphi = t \circ r$.

- Fais une figure que l'on complètera au fur et à mesure. **0,5pt**
- Détermine la nature et les éléments caractéristiques de φ . **0,5pt**
- On considère la transformation $f = \varphi \circ h$.
 - Détermine l'image de C par f . **0,5pt**
 - Donne la nature et les éléments caractéristiques de f . **0,5pt**
- Détermine et construis l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $\frac{MD}{MC} = \sqrt{3}$. **1pt**
- Soit Ω le centre de f .

Montre que Ω appartient à (Γ) et au cercle de diamètre $[DC]$; détermine $mes(\widehat{CD}, \widehat{C\Omega})$. **1pt**

EXERCICE 3 : (2 points)

Pour tout réel x , on pose $A(x) = -1 + 2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x$.

- Montre que pour tout réel x , on a : $A(x) = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$. **0,5pt**
- Résous dans $[0; 2\pi[$ l'équation (E) : $A(x) = -1$. **1pt**
- Place les points images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (4 points)

A) L'espace \mathcal{E} est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne $2x + y + z - 2 = 0$ et \mathcal{S} l'ensemble des points

$M(x, y, z)$ de l'espace tels que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 6z + 10 = 0$.

1. Détermine la nature et les éléments caractéristiques de \mathcal{S} (On notera Ω son centre). **0,75pt**
2. Détermine la distance de Ω à \mathcal{P} . **0,25pt**
3. Détermine les coordonnées du point H , projeté orthogonal de Ω sur \mathcal{P} . **0,5pt**
4. Détermine l'intersection de \mathcal{S} et \mathcal{P} . **0,5pt**

B) \mathbf{E} est un plan vectoriel dont une base est $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$. Soit f l'endomorphisme de \mathbf{E} défini par $f(\vec{i}) = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = \vec{i} + 4\vec{j}$.

1. Ecris la matrice M de f dans la base \mathcal{B} . **0,25pt**
2. (a) Détermine le noyau de f ; f est-elle bijective ? Justifie. **0,75pt**
 (b) Donne une base de l'image de f . **0,25pt**
3. Calcule M^2 et déduis-en l'expression analytique de $f \circ f$. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**SITUATION :**

M. HASSAN loue une maison à partir du **1^{er} janvier 2020**. Il a le choix entre deux formules de contrat. Dans les deux cas, le loyer annuel initial est de **480.000 FCFA** et **M. HASSAN** s'engage à occuper la maison pendant neuf années complètes.

Contrat N° 1 : Il accepte une augmentation annuelle de **5%** du loyer de l'année précédente ;

Contrat N° 2 : Il accepte une augmentation annuelle forfaitaire de **30.000 FCFA** du loyer de l'année précédente.

Etant confronté au problème de fourniture en eau par la **CDE** dans cette maison, le bailleur de **M. HASSAN** décide de creuser un forage ; pour cela, il contacte l'entreprise en charge de le réaliser. Cette entreprise estime le coût d'un forage ainsi :

- ✓ Le premier mètre coûte **1000 FCFA** ;
- ✓ Le second mètre coûte **1050 FCFA** et chaque mètre supplémentaire coûte **50 FCFA** de plus que le précédent.

Le bailleur de **M. HASSAN** dispose d'une somme de **519.750 FCFA** allouée au forage.

Tâches :

1. Calcule la somme que paiera **M. HASSAN** à l'issue des **9** années avec le **contrat N° 1**. **1,5pt**
2. Calcule la somme que paiera **M. HASSAN** à l'issue des **9** années avec le **contrat N° 2**. **1,5pt**
3. Calcule la profondeur du forage si cette entreprise utilise toute la somme allouée au forage par le bailleur de **M. HASSAN**. **1,5pt**

Présentation :

0,5pt