CORRIGÉ BEPC BLANC 2021

Partie A : Évaluation des Ressources

I) Activités Numériques

Exercice 1.

1\. (a) Développons et réduisons $E(x)$.

$E(x) = x^2 - 1 + 4(x-1) = x^2 - 1 + 4x - 4$

$= x^2 + 4x - 5$. 0,5pt

(b) Factorisons $E(x)$.

$E(x) = x^2 - 1 + 4(x-1) = x^2 - (1)^2 + 4(x-1)$

$= (x-1)(x+1) + 4(x-1)$

$= (x-1)[(x+1)+4] = (x-1)(x+5)$ 0,5pt

(c) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x+5)(x-1)=0$.

$(x+5)(x-1)=0$ équivaut à : $x+5=0$ ou $x-1=0$

- $x+5=0$ équivaut à : $x=-5$
- $x-1=0$ équivaut à : $x=1$.

Ainsi, $S_{\mathbb{R}} = \{-5 ; 1\}$. 0,5pt

2\. (a) Déterminons l'effectif de cette classe.

L'effectif de cette classe est de $N = 10+7+8+6+9+8+7+1$ soit 56 élèves. 0,25pt

(b) Déterminons la note moyenne des élèves de cette classe.

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{Somme (Effectif} \times \text{note)}}{\text{Effectif total}}$$

$$= \frac{10\times3+7\times5+8\times7+6\times9+9\times11+8\times12+7\times13+1\times15}{56}$$

$$= \frac{30+35+56+54+99+96+91+15}{56} = \frac{476}{56} = 8{,}5$$

la note moyenne des élèves de cette classe est de 8,5. 0,75pt

Exercice 2.

1. Montrons que le couple $(x;y)$ vérifie le système d'équations $\begin{cases} x+y=80 \\ 2x+3y=180 \end{cases}$.

Soit x le nombre de bouteilles de 20cl et y le nombre de bouteilles de 30cl.

- Moussa en prend 80 bouteilles signifie que $x+y=80$.
- MOUSSA paye en tout la somme de 18.000 FCFA signifie que $200x+300y=18.000$

En divisant chaque membre de cette équation par 100, on obtient $2x+3y=180$ 1pt

d'où le couple $(x;y)$ vérifie le système d'équations: $\begin{cases} x+y=80 \\ 2x+3y=180 \end{cases}$

2. Déterminons le couple $(x;y)$.

$$\begin{cases} x+y=80 & (E_1) \\ 2x+3y=180 & (E_2) \end{cases}$$

- De l'équation (E_1), on a: $x=80-y$.
- En remplaçant x par sa valeur dans (E_2), on obtient

$2(80-y)+3y=180$

Ce qui donne : $160-2y+3y=180$

Soit : $y=180-160=20$

On en déduit aisément que $x=80-20=60$. 1pt

Ainsi, le couple cherché est $(60;20)$.

3. Déduisons-en le nombre de bouteilles de 20cl et le nombre de bouteilles de 30cl achetées par MOUSSA.

En vertu des résultats des questions précédentes, MOUSSA a acheté 60 bouteilles de 20 cl et 20 bouteilles de 30 cl. 0,5pt

II) ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES.

Exercice 1.

1. Montrons que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

Nous avons : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-(-1) \\ 5-2 \end{pmatrix}$, Ainsi $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

De même $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 5-(-1) \\ 2-2 \end{pmatrix}$, ainsi $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

Comme $0\times 6 + 3\times 0 = 0$, alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux. 0,75pt

2. Déduisons-en la nature du triangle ABC

les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ étant orthogonaux, alors le triangle ABC est rectangle en A. 0,25pt

3. Calculons les longueurs AC et BC.

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{6^2 + 0^2} = 6.$ 0,5pt

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(5-(-1))^2 + (2-5)^2} = \sqrt{6^2 + (-3)^2} = \sqrt{36+9}$
$= \sqrt{45} = \sqrt{9\times 5} = 3\sqrt{5}.$ 0,5pt

4. Déduisons-en le cosinus de l'angle $\widehat{ACB}$.

$$\cos\widehat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$ 0,5pt

Exercice 2.

1. Montrons que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

- les points A, M et B sont alignés dans le même ordre que les points A, N et C

- De plus, $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{5} = 0{,}6$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{6}{10} = 0{,}6$ $\Big\}$ donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Ainsi, d'après la propriété réciproque de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

1,5pt

2. Déterminons la longueur du segment [MN].

les points A, M et B sont alignés dans le même ordre que les points A, N et C. De plus (MN) // (BC), donc d'après la propriété directe de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$.

Ce qui donne : $\frac{3}{5} = \frac{MN}{5}$

soit : $MN = 3$.

$$\boxed{MN = 3\ m.}$$

1pt

Partie B. Évaluation des Compétences.

Tâches.

1. Somme d'argent que Sabina donnera à Alain lorsque le récipient confié à Alain sera totalement plein d'eau.

- Volume du récipient à remplir par Alain.

la Section étant faite à mi-hauteur, $k = \frac{1}{2}$.

$V_{recipient} = V_{Tronc\ de\ cône} = V_{grand\ cône} - V_{petit\ cône}$.

$V_{petit\ cône} = \frac{\pi r'^2 h'}{3}$ $\qquad k = \frac{r'}{r}$, donc $r' = k \times r$

$= \frac{1}{2} \times 0{,}75m = 0{,}375m$

$V_{\text{petit cône}} = \frac{\pi \times (0{,}375)^2 \times 1}{3} = 0{,}1471875\, m^3.$

$V_{\text{grand cône}} = \frac{\pi r^2 h}{3}$ $\quad k = \frac{h'}{h}$, donc $h = \frac{h'}{k} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2m$

$V_{\text{grand cône}} = \frac{3{,}14 \times (0{,}75)^2 \times 2}{3} = 1{,}1775\, m^3.$ 1,5pt

N.B. On peut également calculer le volume du petit cône ainsi:

$V_{\text{petit cône}} = k^3 \times V_{\text{grand cône}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 1{,}1775 = 0{,}1471875\, m^3.$

le volume du récipient à remplir par Alain est donc:

$1{,}1775\, m^3 - 0{,}1471875\, m^3$ soit $1{,}0303125\, m^3$

Ce qui donne 1030,3125 litres

- Nombre de seaux puisés

$1030{,}3125\, l : 10\, l = 103{,}03125$

≈ 104 seaux. 1,5pt

- Somme d'argent que Sabina donnera à Alain.

$104 \times 75 = 7800$ FCFA.

2. Somme d'argent que Sabina donnera à Paul lorsque le récipient confié à Paul sera totalement plein d'eau.

- Volume du récipient à remplir par Paul.

$V_{\text{récipient}} = V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h. = 3{,}14 \times (0{,}5)^2 \times 1$

$= 0{,}785\, m^3 = 785\, l.$

- Nombre de seaux de 10l à puiser.

$785\, l : 10\, l = 78{,}5 \approx 79$ seaux.

- Somme d'argent que Sabina donnera à Paul.

$79 \times 75 = 5925$ FCFA

3pts

3. Somme d'argent que Sabina donnera à Marcel lorsque le récipient confié à Marcel sera totalement plein d'eau.

- Volume du récipient à remplir par Marcel.

$V_{récipient} = V_{tronc\ de\ pyramide} = V_{grande\ pyramide} - V_{petite\ pyramide}$.

$V_{grande\ pyramide} = \dfrac{B \times h}{3}$.

$B = 1m \times 1m = 1m^2$. $h = 2m$ (pour les mêmes raisons qu'à la 2ème tâche).

$V_{grande\ pyramide} = \dfrac{1 \times 2}{3} = 0{,}66\ m^3$.

$V_{petite\ pyramide} = k^3 \times V_{grande\ pyramide} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 \times 0{,}66$

$= 0{,}0833 \ldots m^3$.

Volume du récipient $\simeq 0{,}585\ m^3$

Soit 585 l.

- Nombre de seaux de 10 l à puiser.

$585\,l : 10\,l = 58{,}5 \approx 59$ seaux.

- Somme d'argent que Sabina donnera à Paul.

$59 \times 75 = 4425$ FCFA.

3pts

Par Nathanaël AWONO MESSI
PLEG Maths.