



EXERCICE 1:

I- On considère dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes les équations :

$$(E_1): Z = (1+i)\bar{Z} + 3 - 2i \quad \text{et} \quad (E_2): Z^2 = 7 - 24i.$$

1-Résoudre l'équation (E_1) . 1pt

2-a) Calculer $(4 - 3i)^2$. 0,5pt

b) Résoudre l'équation (E_2) . 1pt

II- Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On considère dans \mathbb{C} l'équation : $z^3 - (6 + i\sqrt{3})z^2 + (11 + 4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$

1- Résoudre cette équation en sachant qu'elle a deux solutions réelles. 1pt

2- On désigne par A, B, C, et G les points d'affixes respectives 3, $2 + i\sqrt{3}$, -1, et $11 + 4i\sqrt{3}$.

a) Démontrer que le triangle IAB est équilatéral 0,75pt

b) Démontrer que les points B, C et G sont alignés. 0,75pt

EXERCICE 2:

Partie A. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x\sqrt{x^2 + 1} - 1$.

1-a)-Déterminer l'ensemble de définition D_g de g et calculer les limites aux bornes de D_g . 0,5pt

b)- Déterminer la dérivée g' de g et dresser son tableau de variation. 0,75pt

2-Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$. Prouver que $0,7 < \alpha < 0,8$. 0,5pt

3-En déduire le signe de g sur \mathbb{R} . 0,25pt

Partie B. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x^3}{3} - \sqrt{x^2 + 1}$.

1-Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. 0,5pt

2-Montrer que f est continue et dérivable sur \mathbb{R} . 0,25pt

Déterminer $f'(x)$ et montrer que pour tout réel x , on a : $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$. 0,5pt

3-a-En déduire le sens de variation de f . 0,5pt

b-Dresser le tableau de variation de f . 0,5pt

4-Montrer que $f(\alpha) = \frac{\alpha^4 - 3}{3\alpha}$ où α était solution de l'équation $g(x) = 0$. 0,75pt