MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES DU CAMEROUN

INSPECTION CHARGEE DES SCIENCES

EXAMEN : BACCALAUREAT ZERO SESSION : .2021

SERIE : D / TI EPREUVE : MATHEMATIQUES

DUREE: 4 HEURES. COEFFICIENT : 4

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

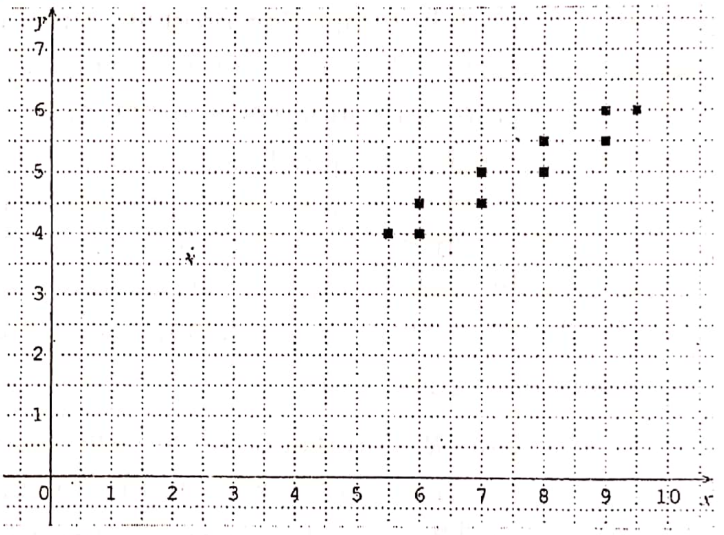
EXERCICE 1 : 3,5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$

1. Déterminer les racines carrées de $6 - 6i\sqrt{3}$. **1pt**
2. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des complexes, l'équation :
$z^2 - (5 + i\sqrt{3})z + 4 + 4i\sqrt{3} = 0$. **1pt**
3. Soit S la similitude de centre O, d'angle $\alpha = \frac{\pi}{3}$ et de rapport $k = \frac{1}{2}$.
   a) Déterminer l'écriture complexe de S. **0,75pt**
   b) Soient A et B les points d'affixes respectives $a = 4$ et $b = 1 + i\sqrt{3}$.
   Déterminer l'image par S de la droite (AB). **0,75pt**

EXERCICE 2 : 3,5 points

Après deux tests écrits (sur 20), l'un en chimie et l'autre en physique, le professeur a regroupé les deux feuilles de chaque élève et les a rangé suivant un ordre croissant des notes de chimie. Le report des 10 premiers couples (x, y) de notes de chimie et de physique (où x désigne la note de chimie et y celle de physique), lui a donné le nuage de points représentés ci-après:



1. Pour ce nuage où tous les points ont 1 pour effectif, dresser un tableau statistique associé. **1,5 pt**
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G associé à ce nuage de points. **0,5 pt**
3. Un ajustement affine est ici justifié. Déterminer une équation de la droite de Mayer associée à cette série statistique, puis utiliser cette équation pour estimer la note de physique du 1er de la classe qui a eu 20 en chimie. **1,5 pt**

EXERCICE 3 : 3 points

On considère sur $]0; +\infty[$ les équations différentielles

(E) : $2y'' - y' - y = \frac{2}{x} - (x + 1)lnx - 1$ et (E') : $2y'' - y' - y = 0$.

1. Démontrer que la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = e^x + xlnx$ est une solution de (E). **0,5pt**
2. Démontrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si $f - g$ est solution de (E'). **1pt**
3. Résoudre l'équation différentielle (E') ; puis en déduire la forme générale des solutions de (E). **1,5pt**

EXERCICE 4 : **5 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-1;1]$ par : $f(x) = \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$.

1. a) Calculer $f'(x)$. **0,5pt**

   b) i) Etudier le signe de $f'(x)$. **0,5pt**

   ii) Déterminer la limite de f en -1 à droit. **0,5pt**

   iii) En déduire le tableau de variation de la fonction f. **0,75pt**

2. Calculer $f(0)$ et montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une, que l'on désigne par α, appartient à $[-0,72;-0,71]$. **0,75pt**

3. Donner le signe de $f(x)$; pour x appartenant à $]-1;1]$. **0,5pt**

4. Tracer dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ la courbe C_f de f. **0,5pt**

5. a) Vérifier que la fonction F définie sur $]-1;1][$ par $F(x) = 3x - (2x + 3)\ln(x+1)$ est une primitive de f. **0,5pt**

   b) En déduire en unité d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe de f, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 5 points

Situation :

Une usine fabriquant des produits chimiques est ouverte chaque jour et les appareils doivent être surveillés par deux techniciens T_1 et T_2 hautement qualifiés. Une étude menée a montré que quotidiennement, on a :

- 94 % de chance que T_1 soit présent à l'usine ;
- 92 % de chance que T_2 soit présent à l'usine ;
- 98 % de chance que T_1 ou T_2 soient présents à l'usine ;

Dans cette usine, lors de la dissociation thermique de l'iodure d'hydrogène à une température fixe, le taux de dissociation y de cet iodure évolue en fonction du temps t (en secondes) selon la loi $\frac{1+3y}{1-5y} = e^{16At}$ (où A est une constante de l'ordre de 10^{-6}).

Un récipient $\mathcal{R}$ d'un dispositif de cette usine contient un liquide $\mathcal{L}$ dans lequel se trouve une substance S dont on veut diminuer la concentration. Initialement, le volume de toute la solution est 5 litres et la concentration de S est 1 gramme par litre. Pour l'opération de déconcentration de S dans $\mathcal{R}$ et dès le démarrage, on prélève à chaque minute les $\frac{1}{20}$ du litre du mélange puis, on injecte dans $\mathcal{R}$ le même volume du liquide $\mathcal{L}$.

Tâches:

1. Si T_1 est présent à l'usine, quelle chance a-t-on de trouver aussi T_2 en poste? **1,5pt**
2. Comment évolue le taux de dissolution y au fil du temps ? Quel est le seuil qu'il ne peut franchir ? **1,5pt**
3. Quelle sera la masse de la substance S dans le récipient après 8 heures de déconcentration journalière ? **1,5pt**

Présentation : **0,5pt**