



## EVALUATION SOMMATIVE DE FIN DU DEUXIEME TRIMESTRE

<i>Classe : Première D</i>	<i>Durée : 3heures</i>	<i>Coefficient : 04</i>	<i>Année Scolaire : 2020/2021</i>
----------------------------	------------------------	-------------------------	-----------------------------------

### EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

\*\*\*\*\*

#### **PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES** **15.5 POINTS**

#### EXERCICE 1 SUITES NUMERIQUES 05 POINTS

1. La suite  $(u_n)$  est une suite définie par :  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = \frac{3u_n+4}{u_n+3}$  pour tout entier naturel  $n$ 
  - 1.1. Calculer  $u_1, u_2$  et  $u_3$  0.75pt
  - 1.2. Construire sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite  $(u_n)$  et conjecturer la limite de cette suite. 1pt
  - 1.3. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 < u_n < 2$  0.5pt
  - 1.4. Montrer que  $u_{n+1} - u_n = \frac{4-u_n^2}{u_n+3}$  0.5pt
  - 1.5. Déduire le sens de variation de la suite  $(u_n)$  0.5pt
  
2. On suppose que chaque année la production d'une usine subit une baisse de 4%. Au cours de l'année 2000, la production a été de 25000 unités. On note  $P_0 = 25000$  et  $P_n$  la production prévue au cours de l'année  $2000 + n$ .
  - 2.1. Montrer que  $(P_n)$  est une suite géométrique dont on déterminera la raison 0.75pt
  - 2.2. Calculer  $P_5$  0.25pt
  - 2.3. Si la production descend au-dessous de 15000 unités, l'usine sera en faillite. Quand cela risque-t-il d'arriver si la baisse de 4% par an persiste ? La réponse sera recherchée par expérimentation avec la calculatrice 0.75pt

#### EXERCICE 2 FONCTIONS NUMERIQUES 05.5 POINTS

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x^3+3x^2+10x+5}{(x+1)^2}$  et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé  $(O, i, j)$ .

1. Montrer que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R} - \{-1\}$  0.5pt
2. Montrer que,  $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$  que  $f'(x) = \frac{x(x-1)(x+4)}{(x+1)^3}$  0.75pt
3. En déduire les variations de  $f$  0.75pt
4. Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que  $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ , on ait :  $f(x) = x + a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$  0.75pt
5. Soit  $(D)$  la droite d'équation  $y = x + 1$ . Soit  $M$  le point de  $(C_f)$  d'abscisse  $x$  et  $N$  le point de  $(D)$  de même abscisse.
  - 5.1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \overline{NM}$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \overline{NM}$  1pt
  - 5.2. Que peut-on en déduire pour la courbe  $(C_f)$  et la droite  $(D)$  ? 0.5pt
  - 5.3. Etudier le signe de  $\overline{NM}$ . 0.5pt

5.4. En déduire la position de  $(C_f)$  par rapport à la droite  $(D)$ .

0.5pt

6. Tracer  $(C_f)$  et  $(D)$  sur le même graphique.

0.75pt

### **EXERCICE 3 ANGLES ORIENTES ET TRIGONOMETRIE 02.5 POINTS**

On considère l'équation  $(E): (\sqrt{6} + \sqrt{2})\cos x + (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sin x + 2\sqrt{3} = 0$

1. Sachant que  $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$  calculer les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$  1pt
2. Ecrire l'équation  $(E)$  sous la forme  $a \cos(x - \varphi) + 2\sqrt{3} = 0$  où les réels  $a$  et  $\varphi$  sont à déterminer. 0.5pt
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E)$  0.5pt
4. Déduire les solutions dans  $]0; 2\pi[$  de l'équation  $(E)$  0.5pt

### **EXERCICE 4 LIGNES DE NIVEAUX 02.5 POINTS**

Soient A et B deux points du plan tel que  $AB = 3\text{cm}$ . Soit  $\theta$  un réel de l'intervalle  $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ . On note  $(\sigma_\theta)$  l'ensemble des points du plan tels que  $\frac{MA^2}{MB^2} = 1 + \tan^2\theta$

1. Montrer que  $1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$  0.25pt
2. En déduire que le point  $M \in (\sigma_\theta)$  si et seulement si  $MA \cdot \cos\theta = MB$  0.5pt
3. Déterminer  $(\sigma_0)$  0.5pt
4. Déterminer  $(\sigma_\pi)$  0.5pt
5. Déterminer  $(\sigma_{\frac{\pi}{3}})$  0.75pt

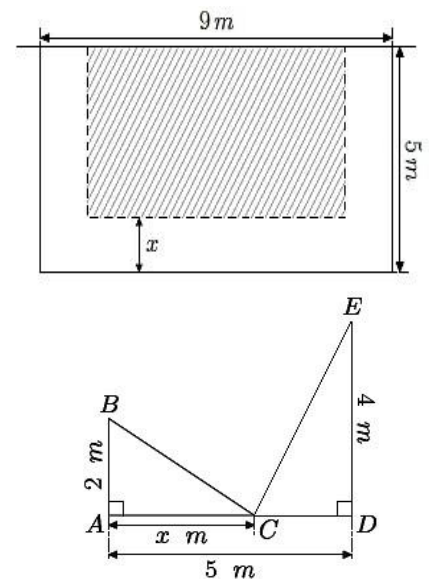
## **PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES**

**04.5 POINTS**

Dans l'immeuble de M. SONNA se trouve une salle de fête. La surface de cette salle a la forme d'un secteur angulaire de rayon 12 mètres et d'angle au centre  $60^\circ$  et sur l'un des murs de la salle est inscrit « capacité de réception 95 invités ». La norme voudrait qu'à chaque invité dans une salle de fête de cette envergure soit réservé un espace d'au moins  $2\text{m}^2$ .

A la fin de ses travaux, faute des moyens par M. SONNA, l'ingénieur a laissé une partie du sol inachevée par le carrelage ayant la forme de deux triangles ABC et EDC rectangles respectivement en A et D tels que les points A, C, D soient alignés. On note  $x$  la distance, en mètres, séparant les points A et C.

Adossé à cet immeuble, M. SONNA possède dans la cours de l'immeuble un jardin de forme rectangulaire ayant pour dimensions  $9\text{m}$  et  $5\text{m}$ . Il souhaite construire sur trois des côtés de ce jardin une allée ayant la même largeur et il plantera de la pelouse sur le reste du jardin. Il propose le schéma ci-dessous où la partie hachurée est l'espace de la pelouse.



Tâches à effectuer :

1. Cette salle de fête est-elle réglementaire ? 1.5pt
2. Quelle doit être la largeur de l'allée pour que l'ensemble de la pelouse ait une surface de  $10\text{m}^2$  ? 1.5pt
3. Quelle doit être la longueur du segment  $[AC]$  afin que les longueurs  $CB$  et  $CE$  soient égales. 1.5pt

**Examineur : M. SONNA GUIMGO JUNIOR**

Professeur des Lycées / Mathématiques

*Formation de Qualité, Réussite Assurée avec le N°1 du E-learning !*