Ministère des Enseignements Secondaires
Inspection de Pédagogie / sciences
Section Mathématiques

Examen : Baccalauréat
Épreuve Zéro: Mathématiques
Session : 2021
Série :D-TI
Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

L'épreuve est notée sur 20 et comporte deux parties A et B réparties sur trois pages.

<u>PARTIE A</u> : Évaluation des ressources (15points)

<u>Exercice 1</u> :5points (Uniquement pour la série D)

I.On considère le polynôme complexe P de degré 3 défini par :
$P(z) = z^3 - (2 + 2i)z^2 + 2(1 + 2i)z - 4i.$

1.Montrer que $P(2i) = 0.$ **0,5 pt**
2.a. Déterminerles nombres complexes a et b tels que :
$P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b).$ **0,5 pt**
b. Résoudre l'équation $P(z) = 0.$ **0,75pt**
3.Soient $z_A = 1 + i$ et $z_M = x + iy$ avec x et y des nombres réels.
Soit (C) l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tels que : $|z_M - z_A| = 4.$
a.Montrer que le point $B(-3,1)$appartient à (C). **0,25 pt**
b. Déterminer, puis représenter l'ensemble (C). **0,5 pt**
II. Dans le plan complexe, on donne les points $A(2; -5)$, $B(2; 3)$ et $C(8; -1)$.
1.Donner la forme algébrique de$\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}$. **0,5 pt**
2.En déduire la nature exacte du triangle ABC. **0,5 pt**
3.Donner la forme complexe de la rotation r de centre C qui transforme Ben A. **0,75 pt**
4.Soit (C_2) : $x^2 + y^2 = 9.$
Déterminer l'image de (C_2) par la rotation r. **0,75 pt**

<u>Exercice 1</u> : 5 points (Uniquement pour la série TI)

E est un plan vectoriel réel dont une base est $B = (\vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soit f un endomorphisme de E dont la matrice dans la base B ci-dessus est $A = \begin{pmatrix} m-4 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & m \end{pmatrix}$ où m est un paramètre réel.

1. Déterminer les valeurs de m pour que f soit un automorphisme de E. **0,5 pt**
On prend $m = 1$ pour la suite de l'exercice.
2. **a**. Déterminer $f(\vec{\imath})$ et $f(\vec{\jmath})$. **0,5 pt**
b. Déterminer le noyau de f, puis en donner une base. **0,5 pt**
c. Déterminer l'image de f, puis en donner une base. **0,5 pt**
3.on pose $\vec{u} = \vec{\imath} + \sqrt{3}\vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \sqrt{3}\vec{\imath} + \vec{\jmath}$ deux vecteurs de E.
a. Montrer que $B' = (\vec{u}, \vec{v})$ est une base de E. **0,5 pt**
b. Montrer que la matrice de f dans la base B' est $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. **0,5 pt**
c.Calculer M^2 et M^3. **0,5 pt**
d.Montrer par récurrence que pour tout entier naturel nonnul$n$, on a :
$M^n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (-2)^n \end{pmatrix}$. **0,5 pt**

4.Soient $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice unité d'ordre 2 et $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ la matrice nulle d'ordre 2.

a. Montrer que $2M = M^2 + M^3$ **0,25 pt**

b. En déduire que $M \times (M^2 + M - 2I) = O$. **0,25 pt**

c. La matrice $M^2 + M - 2I$ est-elle inversible ? **0,5 pt**

<u>Exercice 2</u> :4 points

1. On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(1 + x)$.

a. Montrer que f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$. **0,5 pt**

b.Calculer $f(0)$. **0,25 pt**

c.En déduire que pour tout $x \geq 0$, $f(x) \geq 0$. **0,5 pt**

d. Montrer que pour tout $x \geq 0$, $ln(1 + x) \leq x$. **0,75 pt**

2.On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \ln(1 + u_n)$.

a.Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n > 0$. **0,5 pt**

b.Montrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} \leq u_n$. **0,5 pt**

c. Déduire des questions précédentes que la suite (u_n) converge. **0,5 pt**

3. On désigne par l la limite de la suite (u_n) .On admet que $f(l) = l$.
Déterminer la valeur de l. **0,5 pt**

<u>Exercice 3</u> :3 points

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher parmi lesquelles 2 blanches, 3 bleues et 3 rouges. On tire successivement et sansremise2 boules de cette urne.

1. Calculer la probabilité pour que les 2 boules tirées soient de même couleur. **0,75 pt**

2.On appelle X la variable aléatoire qui à ce tirage associe le nombre de boules rouges tirées.

a.Montrer que la loi de probabilité de X est : **0,75 pt**

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$	10/28	15/28	3/28

b. Calculer l'espérance mathématique de X. **0,5 pt**

c.Calculer la variance de X. **0,5 pt**

d. Calculer l'écart-type de X. **0,5 pt**

<u>Exercice 4</u> : 3 points

Anne et Solange sont deux amies qui se rendent dans un supermarché pour acheter uniquement des oranges, ananas et avocats. Anne achète une orange à 200 FCFA, un ananas à 350 FCFA, un avocat à 600 FCFA et paie la somme de 23250 FCFA.
Solange achète une orange à 300 FCFA, un ananas à 500 FCFA, un avocat à 800 FCFA et paie la somme de 32500 FCFA. Elles achètent en tout 60 fruits.

1. On désigne respectivement par x,y et z le nombre d'oranges, d'ananas et d'avocats achetés par les deux amies.

a. Justifier que les nombres x,y et z vérifient le système (S) ci-dessous :

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ 2x + 3{,}5y + 6z = 232{,}5. \\ 3x + 5y + 8z = 325 \end{cases}$$ **1,5 pt**

b. Résoudre le système (S). **0,75 pt**

2. En déduire le nombre d'oranges, le nombre d'ananas et le nombre d'avocats achetés par les deux amies. **0,75 pt**

PARTIE B : Évaluation des compétences(5points)

Situation:

Les experts chinois en énergie solaire qui ont installé les lampadaires solaires dans lechef-lieu départemental d'une des régions du Cameroun ont révélé au Maire de ce chef-lieu que la quantité d'énergie solaire en kWhabsorbée par ces lampadaires pendant la journée en fonction du temps t en heure est donnée par la fonction f définie par :

$$f(t) = \begin{cases} 0 \quad si \ \ 0 \leq t \leq 6; \\ -54 + 12t - \frac{1}{2}t^2 \ \ si \ \ 6 \leq t \leq 18; \\ 0 \quad si \ \ 18 \leq t \leq 24. \end{cases}$$

M. le Maire se pose un certain nombre de questions légitimes concernant la capacité de ces plaques solaires à stocker effectivement l'énergie solaire. En répondant aux questions posées ci-après,donne des éléments de réponse à certaines questions que le Maire se pose.

Tâches **:**

1. Déterminer l'heure où l'absorption d'énergie solaire par ces lampadaires est maximale et donner cette quantité. **1,5pt**

2. Déterminer l'intervalle de temps pendant lequel l'absorption d'énergie solaire par ces lampadaires augmente. **1,5pt**

3. Est-il vrai qu'il existe deux temps distincts dans la journée où la quantité d'énergie solaire absorbée vaut 6 kWh ? **1,5pt**

Présentation : **0,5 pt**