Trimestre : 2 A/S : 2020-2021	Discipline	Examinateur	Classe		Durée 4H
Devoir Surveillé 4	Mathématiques	M. NCHARE	Tle C	Coefficient : 7	

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 Points)

Exercice 1 (5 POINTS)

Le plan étant direct, on considère un carré direct $ABCD$. E est le milieu de $[CD]$, F et G sont des points tels que $DEFG$ est aussi un carré direct.

1) Faire la figure **0,5pt**
2) Soit S la similitude directe de centre D qui transforme A en B. Donner le rapport et l'angle de S. **0,5pt**
3) Déterminer $S(E)$ **0,25pt**
4) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit à $ABCD$ et I le point d'intersection des droites (AE) et (BF).

a) Calculer $Mes(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EB})$ et en déduire que $I \in (\mathcal{C})$ **1pt**

b) Monter que les droites (IB) et (ID) sont orthogonales **0,25pt**

5) On suppose le plan rapporté au repère orthonormé $\left(A\,;\frac{\overrightarrow{AB}}{AB}\,;\,\frac{\overrightarrow{AD}}{AD}\right)$ et $AB=4$

a) Donner l'écriture complexe de S **0,75pt**

b) Donner l'expression analytique de S **0,25pt**

On pose $\vec{\imath}=\frac{\overrightarrow{AB}}{AB}$; $\vec{\jmath}=\frac{\overrightarrow{AD}}{AD}$. Soit $\vec{u}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}$ et $\vec{v}=\vec{\imath}-\vec{\jmath}$

c) Montrer que $(\vec{u};\vec{v})$ est une base **0,25pt**

d) Soit φ l'application linéaire associée à S.Déterminer $Ker\varphi$ et $Im\varphi$ **0,75pt**

e) Donner la matrice de φ^{-1} dans la base $(\vec{u};\vec{v})$ **0,5pt.**

Exercice 2 : (3.25 POINTS)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(0,\vec{u},\vec{v})$. Soit n un entier naturel, on définit la suite des points A_n d'affixe z_n tel que $z_O=O(origine\ du\ r\acute{e}p\grave{e}re)$ $Z_{n+1}=\frac{1}{1+i}Z_n$+i

1) Montrer que la suite A_{n+1} est L'image de A_n par une similitude S dont on donnera l'affixe du centre Ω, l'angle et le rapport ***0.75pt***
2) Construire A_1, A_2, A_3, A_4 et A_5 ***0.75pt***
3) Etablir que le triangle ΩA_nA_{n+1} est rectangle en A_{n+1} ***0.5pt***

On pose $D_k=A_kA_{k+1.}$

a) Calculer $S_n=D_0+D_1+\cdots+D_{n-1}$ ***0.75pt***

b) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ ***0.5pt***

Exercice 3 (3.5. POINTS)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3})$. On considère les points $A(2,3,0)$; $B(0,-1,2)$; $C(-1,2,4)$ et $D(3,0,-2)$.

1) Justifier que A,B et C sont non alignés et calculer l'aire du triangle ABC. **0,5pt**
2) Démontrer que les points A,B,C et D sont coplanaires et déterminer les coordonnées de I point de rencontre des droites $(AB)et$ (CD). **0,75pt**
3) a) Démontrer que pour tout point M de l'espace l'on a : $\overrightarrow{MA}\wedge\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\wedge\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MI}\wedge(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})$ **0,5pt**

$b)$ En déduire le lieu (Δ) des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{MA}\wedge\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}\wedge\overrightarrow{MD}$. **0,5pt**

4) (S) est la sphère d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 41 = 0$.

a) Déterminer le centre et le rayon de (S).

b) Etudier $(S) \cap (\Delta)$.

Exercice 4 (3.75 POINTS)

f est la fonction définie sur l'intervalle $I = [0; \frac{\pi}{2}[$ par $f(x) = 2sinx + tanx - 3x$ de courbe représentative (c_f).

1) Justifier que f est dérivable sur l'intervalle I et que $\forall x \in I,\ f'(x) = \frac{2\cos^3 x - 3\cos^2 x + 1}{\cos^2 x}$. **0,5pt**

2) a) Démontrer que la fonction $u: t \longmapsto 2t^3 - 3t^2 + 1$ est positive sur l'intervalle $[0; 1]$ et en déduire le sens de variations de f sur l'intervalle I. **1pt**

b) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle I. **0,5pt**

c) Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution $\beta \in I$ **0,25pt**

d) Etudier la parité de f et tracer (c_f) sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ **0,5pt**

3) a) Montrer que $\forall x \in I,\ 2sinx + tanx \geq 3x$. **0,5pt**

b) En déduire de ce qui précède que pour tout réel u de l'intervalle I, $\ln\left(\frac{1}{cosu}\right) - 2cosu \geq \frac{3}{2}u^2$ **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 Points)

SITUATION

Un laboratoire souhaite à l'aide des sous-marins déposer une nouvelle espèce de poissons clonés au fond de la mer. Pour le transport de ces espèces, le laboratoire réquisitionne deux sous-marins qui en plongée se déplacent en ligne droite, chacun à vitesse constante.

Le laboratoire dispose plus de 10 poissons. Si on les répartit dans les aquariums contenant 20 poissons ou des aquariums qui en contiennent 25, il en reste toujours 7.

A chaque instant t, exprimé en minutes, le premier sous-marin Blu-NSA est repéré par le point $S_1(t)$ et le second sous-marin β-NSA est repéré par le point $S_2(t)$ dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dont l'unité est le mètre. Le plan défini par $(0, \vec{i}, \vec{j})$ représente la surface de la mère. La cote z est nulle au niveau de la mer et négative sous l'eau.

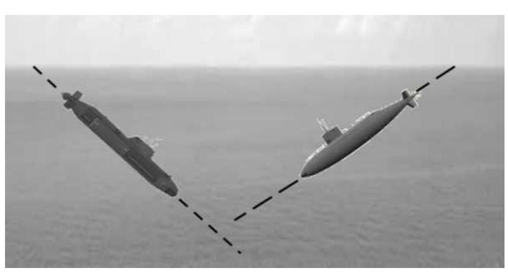
On admet que pour tout réel $t > 0$, le point $S_1(t)$ a pour coordonnées $S_1(x(t); y(t)); z(t))$ avec $x(t) = 140 - 60t$; $y(t) = 105 - 90t$ et $z(t) = -170 - 30t$. Au début de l'observation, le sous-marin β-NSA est situé au point $S_2(0)$ de coordonnées $(68; 135; -68)$ et atteint au bout de trois minutes le point $S_2(3)$ de coordonnées $(-202\ ;\ -405\ ;\ -248)$.

TACHES :

Tache1 : Déterminer la vitesse en km/h de Blu-NSA une heure après sa plongée. **1,5pt**

Tache 2 : Quel est le nombre minimal de poissons clonés dans ce laboratoire ? **1,5pt**

Tache 3 : A quel instant t, exprimé en minutes, les deux sous-marins sont-ils à la même profondeur pour le dépôt des poissons ? les deux sous-marins se rencontrent-ils justifier ? **1,5pt**



Sous-marins en plongée

Présentation 0.5pt