



EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'épreuve comporte deux parties indépendantes réparties sur deux pages. La qualité de la copie, la rigueur du raisonnement seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES 15 points

EXERCICE I : 3 points

A/ Pour chaque question ci-dessous répondre par vrai ou faux, donner une preuve ou un contre exemple.

1. La fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une bijection. 1pt
2. L'ensemble de définition de la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est \mathbb{Z} . 1pt
 $x: \mapsto 2x + 1$
3. La bijection réciproque de la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est la fonction $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 1pt
 $x: \mapsto \sqrt{x - E(x)}$
 $x: \mapsto x^2$ $x: \mapsto \sqrt{x}$

EXERCICE II : 7 points

A. Dans le plan orienté, $ABCD$ est un quadrilatère inscrit dans un cercle dont les diagonales se coupent en un point I , tel que $\text{mes}(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BD}) = \frac{\pi}{2}$. J est le milieu de $[CD]$, (IJ) coupe (AB) en H . On pose $\theta = \text{mes}(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.

1. Faire une figure. 0,75pt
2. Montrer que $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{IJ}) = \theta + (\overrightarrow{IC}; \overrightarrow{IJ}) + 2k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ est un entier relatif. 0,75pt
3. a) Exprimer $(\overrightarrow{DI}; \overrightarrow{DJ})$ en fonction de θ . 0,5pt
 b) Montrer que le triangle DIJ est isocèle. 0,75pt
 c) En déduire $(\overrightarrow{IC}; \overrightarrow{IJ})$ en fonction de θ . 0,5pt
4. Justifier la position relative des droites (AB) et (IJ) 0,5pt
- B. 1.a) Exprimer $\tan(2x)$ en fonction de $\tan(x)$. 0,5pt
 b) Montrer que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ est solution de l'équation $(E): x^2 + 2x - 1 = 0$. 0,75pt
 c) En déduire la valeur exacte de $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$. 0,5pt
- 2.a) Résoudre alors dans \mathbb{R} , l'équation $(E'): (\sqrt{2} - 1) \cos(2x) + \sin(2x) = 1$. 0,75pt
 b) Placer les points images des solutions de (E') sur le cercle trigonométrique. 0,75pt

EXERCICE III : 3 points

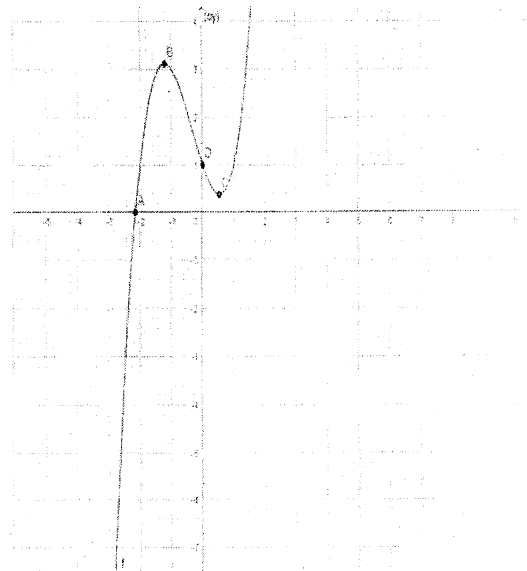
Soient ABC un triangle rectangle en A de centre de gravité G et A' le milieu du segment $[BC]$. On pose $BC = a$.

1. Exprimer $4\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{AA'}$ en fonction de a . 1pt
2. Exprimer $GB^2 + GC^2$ en fonction de a . En déduire que $GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{2}{3}a^2$. 1pt
3. Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{3}{4}a^2$. 1pt

EXERCICE IV : 2 points

La courbe (C_f) d'une fonction f est représentée ci-dessous.

1. Déterminer les solutions réelles de l'équation $f(x) = 1$ 0,5pt
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) > 0$. 0,5pt
3. Reproduire la courbe (C_f) puis construire la courbe de la fonction g définie par $g(x) = |f(x)|$. 1pt



Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 5 points

Situation :

Monsieur Jack est un éleveur. Il dispose d'un champ de forme le rectangle $ABCD$ inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 5cm . I est le milieu de $[AB]$ et x est une mesure en radians l'angle AOI . Il entoure d'une rangée de fil barbelé son champ.

Tâches

- Tâche 1 : Montrer que l'aire de ce champ est $(x) = 50 \sin(2x)$, avec $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$. 1.5pt
 - Tâche 2 : Pour quelle valeur de x l'aire de champs représente 60% de l'aire du disque. 1.5pt
 - Tâche 3 : Quelle longueur de fil sera nécessaire pour entourer ce champs si $x = \frac{\pi}{4}$. 1.5pt
- Présentation : 0,5 pt

