MINESEC
CAMRA
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
CLASSE DE TERMINALE D
ANNEE SCOLAIRE 2020-2021

DEVOIR SURVEILLE N° 3
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

DUREE : 4h COEFFICIENT : 4

PARTIE A-EVALUATION DES RESSOURCES 15 pts

EXERCICE 1 4,5 pts

1) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-8+6i$. **0,5pt**

On considère le polynôme P definie par : $P(z)=z^3-(5+i))z^2+(10+6i)z-8-16i$

2) Montrer que P admet une racine imaginaire pure. **0,5pt**

3) Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $P(z)=(z-2i)\ (z^2+az+b)$ **0,5pt**

4) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z)=0$ **0,5pt**

5) Soient trois points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=3+i$, $z_B=2i$ et $z_C=2-2i$

a) Placer les points A, B et C sachant que le plan est rapporté au repère orthonormé $(0;\overrightarrow{e_1};\overrightarrow{e_2})$ **0,5pt**

b) Calculer $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ et les distances AB et AC. **0,75pt**

c) En déduire la nature exacte du triangle ABC. **0,25pt**

6) Déterminer l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallelogramme et placer D sur la figure précédente. **0,5pt**

7) On note R la rotation de centre A telle que $R(B)=C$. Déterminer l'angle de R et donner l'écriture complexe de R. **0,75pt**

EXERCICE 2 2,75 pts

Soit (E) l'equation differentielle $y''+2y'+y=x^2+2x-2$

1) Déterminer un polynôme de second degré g qui soit solution de (E). **0,5pt**

2) Démontrer que φ est solution de (E) si et seulement si $\varphi-g$ est solution de l'équation différentielle $y''+2y'+y=0\ (E')$. **0,5pt**

3) Démontrer que si h est solution de (E'), alorsla fonction $g+h$ est solution de (E'). **0,5pt**

4) Résoudre (E'), puis (E). **0,75pt**

5) Quelle est la solution de (E) dot la courbe représentative admet à l'origine du repère une tangente horizontale.

EXERCICE 2 7,5 pts

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (Unité graphique :1cm). $(\mathcal{C}_f)$ est la courbe représentative de la fonction f definie par $f(x)=(x+1)(e^{-2x}+1)$

1) Soit g la fonction numérique définie par $g(x)=e^{2x}-2x-1$.Etudier le sens de variations de g et en deduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **1,5pt**

2-a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=e^{-2x}g(x)$. **0,5pt**

b) En déduire le sens de variation de f, puis dresser son tableau de variation. **0,75pt**

3-a) Déterminer la limite en $-\infty$ de $\frac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique de ce résultat. **0,5pt**

b) Démontrer que la droite d'équation (D): $y=x+1$ est asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_f)$. **0,5pt**

c) Etudier les positions relatives de $(\mathcal{C}_f)$ et (D). **0,5pt**

4) Construire $(\mathcal{C}_f)$ et (D). **0,5pt**

5) On désigne par h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty;0[$.

a) Justifier que h est une bijection de $]-\infty;0[$ sur un intervalle que l'on précisera. **0,5pt**

b) Dresser le tableau de variation de la bijection réciproque h' de h, puis tracer sa courbe representative dans le meme repere que $(\mathcal{C}_f)$ **0,75pt**

6) On pose pour tout réel $\alpha>-1$, $I_\alpha=\int_{-1}^{\alpha}(x+1)^{e^{-2x}}dx$

A l'aide d'une intégration par parties déterminer I_α en fonction de α. **0,5pt**

7) Soit D_α le domaine du plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (D) et les droites d'équations $x=1$et $x=2$

a) Déduire la question 6) l'aire notée A_α du domaine D_α. **0,5pt**

b) Déterminer la limite de A_α lorsque α tend vers $+\infty$. **0,5pt**

<u>PARTIE B-EVALUATION DES COMPTENCES</u> 5 pts

M. Prakasso décide d'acheter du fil barbelé pour clôturer ses trois terrains. Le rouleau de 5m de fil barbelé est vendu à 3 500 Fcfa.

Le premier terrain : est formé de l'ensemble de tous les points $M(x, y)$ du plan complexe verifiant $|2iz - 1 - zi| = 8$

Le second terrain quant à lui est de forme rectangulaire et dont les dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire solution et la partie imaginaire solution de l'équation $(1 + 4i)z + (z - 4i)\bar{z} = 4 - 8i$ où $\bar{z}$ est le conjugué de z.

Le troisième terrain est formé de l'ensemble des points M.d'affixe $z$du plan complexe tels que $Re(z) = 0$ avec $Z = \frac{z}{z+2i}$.

NB : Les distances dans tous ces terrains sont exprimées en décamètre.

1) Quel est le montant à dépenser par M. Prakasso pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le premier terrain ? **1,5pt**

2) Quel est le montant à dépenser par M. Prakasso pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le deuxième terrain ? **1,5pt**

3) Quel est le montant à dépenser par M. Prakasso pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer entièrement le troisième terrain ? **1,5pt**

Présentation : 0,5pt

Examinateur : METEKA JEAN JEAN