DPT : Mathématiques	Année scolaire : 2020 - 2021	CC3 : Février 2021
CLASSE : 1^{er} D	COLLEGE BILINGUE LA BOURGEONNIERE	COEF : 4
EPREUVE : Mathématiques		DUREE : 3H

I. EVALUATION DES RESSOURCES / 15.5PTS

Exercice 1 /3.5PTS

X est un nombre réel donne.

1. Exprimer cos 3x en fonction de cos x et sin 3x en fonction de sin x. **1pts**
2. Montrer que : $\sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x.\cos^2 x - 1 = 0$ **0.75pts**
3. **a)** Démontrer que **:** $\tan(a + b) = \frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a.\tan b}$. **0.5pts**

   b) En déduire que : $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1-tan^2 x}$. **0.5pts**

   c) On pose t = tan x. Déduire de ce qui précède que : **0.75pts**

   $\tan 4x = \frac{4t-4t^2}{t^4-6t^2+1}$ (Indication : $\tan 4x = \tan 2\times 2x$)

Exercice 2 / 4.5PTS

Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

A. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). A, B et C trois points du plan tels que A (5 ; 3), B (-1 ; 3) et C (0 ; 1). Soient G_m le barycentre du système $\{(A, m); (B, 2); (C, 4)\}$, où m est un réel et I le milieu du segment [AB].

1. Déterminer les valeurs de m pour que G_m existe. **0.5pts**
2. Déterminer la valeur de m pour que G_m soit le milieu du segment [IC]. **0.5pts**
3. On pose le vecteur $\vec{u} = m\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}$ avec m = 2.

   a. Montrer que $\vec{u} = 8\overrightarrow{MG_2}$ et en déduire les éléments caractéristiques de l'ensemble (E) des points M du plan tels que $\|\vec{u}\| = 24$. **0.75pts**

   b. Soit φ l'ensemble des points M de coordonnes (x ; y) du plan tels que $\vec{u}.\overrightarrow{MC} = 0$

   i. Montrer que G_2 a pour coordonnées (1 ;2) **0.25pts**

   ii. Déterminer une équation cartésienne de φ **0.5pts**

   iii. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de φ **0.5pts**

B. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I ; J), on donne A (-2 ;7) ; B (0 ;1) deux points du plan. Soit (C) le cercle de centre Ω = bar {(A ; -1) ; (B ;3)} et tangent à (D) : x + 2y -2 = 0. On donne EF = 5cm.

1. Placer les points A, B et Ω et construire la droite (D) et le cercle (C) dans le repère. **0.75pts**
2. Détermine une équation paramétrique du cercle (C). **0.75pts**

Exercice 3 / 4.5PTS

1. Soit x un réel tel que $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ et $\cos x = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. Calculer cos 2x et en déduire x. **0.75pts**

2. **a)** Exprimer cos x en fonction de cos $\frac{x}{2}$, puis en fonction de sin $\frac{x}{2}$. **0.5pts**
   b) Exprimer sin x et fonction de cos $\frac{x}{2}$ et sin $\frac{x}{2}$. **0.25pts**
   c) En déduire que $\frac{1-\cos x+\sin x}{1+\cos x+\sin x}$ = tan $\frac{x}{2}$. **0.5pts**
3. **a)** Développer $(2 + 2\sqrt{3})^2$ **0.25pts**
   b) Résoudre l'équation : $4x^2 + 2(\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$ dans R. **0.75pts**
   c) Résoudre l'équation $4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} - 1)\sin x - \sqrt{3} = 0$ dans $]-\pi\ ;\ \pi]$. **0.75pts**
   d) Résoudre l'inéquation $4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} - 1)\sin x - \sqrt{3} \leq 0$ dans $]-\pi\ ;\ \pi]$. **0.75pts**

Exercice 4 / 3PTS

1. Soit la fonction f défini par f(x) = $\frac{|x-1|+2x+3}{|x+1|-5}$
   a. Déterminer l'ensemble de définition de f. **0.5pts**
   b. Déterminer les restrictions de f respectivement sur] -∞ ; -1] et [1 ; +∞[. **1.5pts**
2. On considère les fonctions h et g définies de R vers R par : h(x) = $-4x + \frac{1}{3}$; g(x) = $\frac{1}{2}x - 7$
   a. Démontrer que h est bijective. **0.75pts**
   b. Déterminer l'expression de g o h. **0.25pts**

I. EVALUATIONS DES COMPETENCES / 4.5PTS

Situation problème :

Accompagné de ses trois garçons, Mr Essomba se rend avec son véhicule à sa plantation situe à 600km de son domicile. Cette plantation a la forme d'un rectangle ABCD de longueur AB et de largeur AD. Ce jardin est clôturé et séparé en deux par le segment [EF]. Il faut 180 mètres de grillage pour entourer le jardin et faire la séparation [EF]. L'aire de ce jardin est de 1200 m^2. Paul l'aine des garçons, fait remarquer que si la vitesse avait été supérieur de 16 km/h, ils auraient mis 1 heure et quart de moins pour arriver à la plantation.

Une fois à la plantation, Mr Essompba partage les espaces pour le défrichage : l'aine Paul aura le tiers de la plantation, le second Henri aura le tiers du reste et le benjamin Pascal aura le tiers du reste après ses frères. La dernière portion sera donc défrichée par papa lui-même.

Tache 1 : Déterminer les dimensions de la plantation de Mr Essomba. **1.5pts**

Tache 2 : Quelle était la vitesse moyenne du véhicule de Mr Essomba en allant à la plantation ? **1.5pts**

Tache 3 : Quelle fraction de la plantation a été défrichée par Mr Essomba. **1.5pts**

Examinateur : Mr KUETE Wilfried