

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 Points)

Exercice 1 : 6 Points

- 1- Montrer que pour tout nombre réel x , on : $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$ **1pt**
- 2- Résoudre dans $]-\pi, \pi[$ l'équation $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ **1,5pt**
- 3- Placer les points images de ces solutions sur un cercle trigonométrique. **0,5pt**
- 4- x est un nombre réel non multiple entier de $\frac{\pi}{2}$
 - a) Calculer $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$ **1pt**
 - b) Calculer $\cos x$ et $\sin x$ sachant que $\tan x = \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ et $x \in]-\frac{\pi}{2}, 0[$ **1pt**
- 5- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sin 2x - 2 \sin x \cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ **1pt**

Exercice 2 : 4,5 Points

ABC est un triangle, B' le milieu de $[AC]$, C' le milieu de $[AB]$, D est le barycentre de $(A, 3)$ et $(B, 2)$; E est le barycentre de $(B, 2)$ et $(C, 1)$; H, G et K sont trois points tels que : $\overrightarrow{BH} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AH}$; $\overrightarrow{GH} = 2\overrightarrow{GC}$ et $\overrightarrow{CK} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; P est le symétrique de B par rapport à C .

- 1- Faire une figure **1pt**
- 2- Démontrer que (CD) , (AE) et $(B'C')$ sont concourantes **2pts**
- 3- Ecrire G comme barycentre des points A, B et C affectés des coefficients que l'on déterminera **1,5pt**

EXERCICE 3 : 5 Points

On rappelle que si (C) et (C') sont deux cercles de centres respectifs Ω et Ω' et de rayons respectifs r et r' , (C) et (C') ont deux points communs si et seulement si $|r - r'| < \Omega\Omega' < r + r'$.

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) , le point B a pour coordonnées $(4, 4)$; on note (C) , l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. On note aussi (C') le cercle d'équation cartésienne $x^2 + y^2 - 9x - 4y + 18 = 0$

- 1- Ecrire une équation cartésienne (C) et en déduire que (C) est un cercle dont on précisera le centre Ω et le rayon r . **1pt**
- 2- Préciser le centre Ω' et le rayon r' de (C') **1pt**

- 3- Démontrer que ces deux cercles sont sécants 1pt
4- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ces deux cercles.

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 Points)

Compétences visées : Résoudre une situation problème où interviennent les inéquations irrationnelles, les équations trigonométriques et les polynômes.

Situation :

Situation : Pour organiser l'anniversaire de son mari, une épouse a fait préparer du riz et du couscous. Compte tenu de la délicatesse de la préparation du couscous, le cuisinier du service traiteur a déclaré que sa préparation dépend d'un réel x strictement positif, plus petit que $\frac{\pi}{10}$ et vérifiant la relation $|\cos 2x| = \left| \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right|$. Les invités étaient reçus sur un espace aménagé et ayant la forme d'un carré dont le côté entier c est tel que $\frac{1225}{c} = 149 - 4c$. La hauteur h en mètres des bâches installées vérifiaient $\sqrt{h - 2} \leq h - 4$. Les enfants ont commissionné un coursier pour acheter des canettes identiques de boisson pour un coût total de 39 000 F. Un des enfants déçu du nombre insuffisant de canettes de boisson a déclaré qu'il pouvait avoir 10 canettes de plus pour le même montant si le coursier avait fait des achats dans un supermarché où une canette coûte 25 F de moins. A la fin de la réception, chaque invité a reçu quatre canettes.

Tâches :

1. Déterminer le réel x nécessaire à la préparation du couscous. 1,5pt
2. Déterminer l'aire de l'espace réservé à la réception ainsi que la hauteur minimale des bâches. 1,5pt
3. Déterminer le nombre d'invités à cette réception. 1,5pt