Travaux Dirigée De Mathématiques N°1

Partie A : Evaluation des ressources

Exercice 1

L'impédance complexe d'un oscillateur électrique **(circuit RLC)** série est donnée par la relation $Z = R + i(Lw - \frac{1}{CW})$ ou **R** est la résistance total et **X=g(w)=** $Lw - \frac{1}{CW}$ la réactance du circuit. On pose **W=2πf** avec **W** la pulsation et **f** la fréquence du circuit. L'oscillateur électrique entre dans sa phase de résonnance électrique si son impédance complexe est égale à sa résistance électrique et dans cette phase, sa fréquence **f** prend une valeur f_0 appeler fréquence propre

1) Quelle est la nature de l'impédance complexe si le circuit est dans Phase de résonance
2) établir l'expression de Sa fréquence propre
3) Etablir que le déphasage φ est $\tan\varphi = \frac{LW - \frac{1}{CW}}{R}$ (φ est un argument de l'impédance **Z**)
4) Etudier et tracer **g** sur $]0;+\infty[$ et en déduire f_1 pour laquelle la réactance atteint son max

Exercice 2

Soit $\alpha = \left]0;\frac{\pi}{4}\right[$ un réel et (U_n) la suite réelle définie par : $U_{n+1} = (cos2\alpha)U_n + 1 \; et \; U_0 = 1 + \frac{1}{2Sin^2\alpha}$
1) montrer par récurrence $que \; \forall \, n \in IN, U_n > 1$
2) on pose $V_n = U_n - \frac{1}{2Sin^2\alpha}$ et $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n \; \forall \, n \in IN$
a)démontrer que (V_n) est une suite géométrique et préciser les caractéristiques
b) exprimer V_n , U_n et S_n en fonction de **n** puis calculer les limites

Exercice 3

1) Soit **g** la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$
a) Dresser le tableau de variation de **g**.
b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution **β** avec $\beta \in]0\,;1[$
c) En déduire le signe de **g(x)** suivant les valeurs de **x**.
2) Soit **f** la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{x^3+x^2+1}{3x}$.
a) Montrer que pour tout réel non nul **x**, on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{3x^2}$
b) Dresser le tableau de variation de f.
c) Montrer que $f(\beta) = \frac{\beta}{6} + \frac{1}{2\beta}$. En déduire que $0 \leq f(\beta) \leq \frac{2}{3}$.
3) Soit **G** une primitive de **g**
a) déterminer les primitives de g puis en déduire celle qui s'annule en **2**
b) Quesque la primitive, les primitives et une primitive de **g** ont en commun ?

Exercice 4

Soit **ABC** un triangle rectangle isocèle en **A**. **I**, **J** et **K** milieu respectif des segments $[AB], [AC]$ et $[BC]$. f une application du plan dans lui-même qui transforme le point **J** en **B** et le point **A** en **K** .

1) déterminer l'application **f** et préciser ses éléments caractéristiques
2) déterminer l'expression analytique de **f**. Quelle est l'image de **I** par **f**
3) déterminer une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle **ABC** et en déduire une équation cartésienne de son image par **f**

Partie B : Evaluation des ressources

Situation Problème 1

Un commerçant vend des pagnes au prix marqué de **6000F** l'un. Cependant, il est résolu à accorder jusqu'à **10%** de remise à ses clients, suivant le marchandage de chacun.

Tâche1 : Quel est la gamme des prix de vente d'un pagne ?
Tâche2 : Donner un encadrement de la recette R_n issue de la vente de **n** pagnes.

Tâche3 : A la fin d'une journée, le commerçant se rend compte qu'il a eu une recette de **57000F**. Montrer que le nombre de pagne vendus ne peut être que **10**.
Bonus: Sur les dix pagnes vendus à **57000F**, est-il possible qu'il ait vendu **6** pagnes sans remise ?

Situation Problème 2

Afin de leur éviter Des problèmes après sa mort, votre grand-père a décidé de partager son terrain entre votre oncle et votre père et souhait que la parcelle du père soit la plus grande possible et que celle de l'oncle soit la plus petite possible. Le terrain a la forme d'un triangle isocèle en **A** tel que $AB + AC = 2a$ *et* $BC = b$ **(en m)** La ligne de séparation des deux parcelles coupe les côtés **AB** et **AC en I** et **J tel que (IJ)//(BC)**. Cette ligne de séparation confondue à la droite **(IJ)** est repérer par rapport au côté **BC** du terrain par sa position x (x est la distance entre **(BC)** et **(IJ)**
Tâche 1 : Faire une figure illustrant la situation
Tâche 2 : Où faut-il délimiter les deux parcelles de terrain pour que le souhait du Grand-Père soit réalisé
Tâche 3 : Quelles sont donc les parcelles de terrain qui reviennent au père et à l'oncle

Situation Problème 3

Lorsqu'un appareil est très consommateur d'énergie électrique, il faut améliorer son facteur de puissance permettant ainsi à celui-ci de réduire le courant absorbé. Il est noté **Cosφ** et est compris entre **0** et **1**.**Mr YAMI** possède un appareil consommateur fonctionnant en régime sinusoïdal donc le circuit électrique est un dipôle d'impédance complexe $\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$. On monte en parallèle un condensateur de capacité **C** avec ce dipôle afin de lui rentre moins consommateur. Pour cela, l'admittance complexe de l'ensemble noté $\underline{Y_e} = jCw + \frac{1}{\underline{Z}}$ doit être un réel. **YAMI** souhaite également alimenté une charge d'impédance inconnu $\underline{Z_c} = R_c + jX_c$ par une source de tension sinusoïdale modernisée par sa f.e.m $e(t) = Ee^{jwt}$ et son impédance interne $\underline{Z_0} = R_0 + jX_0$ pour que la puissance $P = R_e(\underline{P})$ quelle reçoit soit maximale et dans ce cas, on parlera d'adaptation d'impédance. $\underline{P} = \frac{1}{2}\underline{Z_c}\underline{i}^2$ avec $\underline{i} = \frac{e(t)}{\underline{Z_c}+\underline{Z_0}}$ **NB** : **j** est l'imaginaire pure remplaçant **i**
Tâche 1 : Quelle doit être la capacité du condensateur à utiliser pour l'appareil consomme moins ?
Tâche 2 : Quelle doit être l'impédance de la charge pour quelle reçoive une puissance maximal ?
Tâche 3 : Donner donc l'expression de cette puissance maximal ?