

**EXERCICE : I 5PTS**

- I) Soit l'équation différentielle (E) :  $y'' - 2y' + y = 4e^x$
- 1- Justifier que la fonction définie sur R par  $g(x) = 2x^2e^x$  est une solution de (E) 0.75pt
  - 2- Résoudre dans R l'équation différentielle ( $E_0$ ):  $y'' - 2y' + y = 0$  0.5pt
  - 3- On pose  $h = f - g$ 
    - a- Démontrer f est solution de (E) si et seulement si h est solution de ( $E_0$ ) 0.5pt
    - b- Déduire toutes les solutions de (E) 0.5pt
    - c- Déterminer la solution  $f_0$  de (E) dont la courbe représentative dans le repère  $(O, I, J)$  passe par l'origine du repère et admet en ce point une tangente perpendiculaire à la droite d'équation  $y = \frac{1}{3}x$  0.75pt

II) GUY a relevé a un point de vente le nombre annuel d'achat d'un article. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant

Année (x)	70	71	72	73	74	75	76	77
Achat (y)	440	500	560	610	660	740	790	855

- a) Calculer les coordonnées du point moyen de ce nuage (0.25pt)
- b) Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de y en x. (1.5pts)
- c) Donner une estimation du nombre d'achat correspondant à l'année 91. (0.25pt)

**Exercice II 5pts**

- A) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O ; I ; J)$ . soit (E) l'ensemble des points  $M(x ; y)$  d'affixe  $z = x + iy$  telle que  $10z\bar{z} + 3(z^2 + \bar{z}^2) = 4$ .
1. Montrer que (E) est équivalente à  $16X^2 + 4Y^2 = 4$  0.5pt
  2. a) quelle est la nature de (E) 0.25pt
  - b) préciser ses foyers ; ainsi que ses directrices et son excentricité 0.75pt
  3. construire (E) 0.5pt

B) dans le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O ; I ; J)$ . on considère le point  $F(0 ; 4)$  et la droite (D) :  $2y = 3$ . H est le projeté orthogonal de M sur la droite (D).

(E) est la conique dont les points  $M(x ; y)$  vérifient  $\frac{MF}{MH} = 2$

- a) Préciser la nature de (E) ; son excentricité ; un de ses foyers et la directrice 0.75pt
- b) Démontrer qu'une équation cartésienne de (E) est :  $X^2 - 3Y^2 + 4Y + 7 = 0$  1pt
- c) En déduire l'équation réduite de (E) 0.75pt
- d) Tracer (E) 0.5pt

### **Problème : 10points**

Dans tout ce problème on note :  $f$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (x - 2)e^x + x$  ; (C) la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, i, j)$  (unité de longueur sur les axes 1 cm ). Enfin,  $g$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = (x - 1)e^x + 1$

**le problème comporte deux parties liées A, B .**

#### **Partie A**

1. Calculer les limites de  $g$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ . 0,5pt
2. calculer la dérivée de  $g$  et dresser le tableau de variation de  $g$ . 1 pt
3. En déduire le signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ . 0,5 pt

#### **Partie B**

1. a) Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$  0,5 pt  
b) Démontrer que la droite (D) d'équation  $y = x$  est asymptote à la courbe (C) en  $-\infty$  et étudier la position de (C) par rapport à (D) 0,5 pt
2. a) Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$  0,5 pt  
b) Calculer la limite quand  $x \xrightarrow{\Delta} +\infty$  de  $\frac{f(x)}{x}$  Interpréter graphiquement ce résultat. 0,5pt
3. Calculer la dérivée de  $f$  et en déduire le tableau de variation de  $f$  1 pt
4. a) Démontrer que (C) coupe l'axe des abscisses en un unique point d'abscisse  $\alpha$  0,5 pt  
b) Calculer les valeurs à trois décimales de  $f(1,68)$  et  $f(1,7)$  en déduire une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près par défaut 0,5 pt
5. tracer (C). 1pt

#### **PARTIE C (indépendante)**

On considère la sphère (S):  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 6z + 10 = 0$ .

- 1-Déterminer le centre A et le rayon R de la sphère (S) . 1pt
- 2-(P) est le plan d'équation:  $2x + y + z - 2 = 0$ .
  - a) Déterminer la distance de A à (P) . 0,75pt
  - b) Montrer que (S) et (P) sont sécants. 0,75pt
- 3 (C) le cercle intersection du plan (P) et de la sphère (S). Calculer le rayon de (C). 0,5pt