

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (12,5 points)

Exercice 1 : (5 points)

I. Pour chaque question, quatre réponses sont proposées et une seule est juste.
 Recopier le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse jugée juste.

1. $B = (\vec{i}; \vec{j})$ est une base de l'espace vectoriel E , f l'endomorphisme de E défini par

$$f(\vec{i}) = \vec{i} - 2\vec{j} \text{ et } f(2\vec{i} + \vec{j}) = 3\vec{i} + \vec{j}$$

a) La matrice de f dans la base (\vec{i}, \vec{j}) est: a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
0,75pt

2. L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère le plan (P) d'équation $x - y + z + 1 = 0$, A le point de coordonnées $(-1; 0; 3)$

Le projeté orthogonal du point A sur le plan (P) a pour coordonnées :

a) $(-1; 0; 3)$; b) $(1; -1; 1)$; c) $(2; -1; -1)$; d) $(-2; 1; 2)$ **0,75pt**

II. Le plan est orienté. On considère le triangle ABC tel que $AB = AC = 4 \text{ cm}$ et $Mes(\widehat{AB}, \widehat{AC}) = \frac{\pi}{2}$. Le point I est le milieu de $[BC]$ et $D = \text{bar}\{(A; -1), (B; 1), (C; 1)\}$.

1. a) Montrer que I est le milieu de $[AD]$, puis que $ABDC$ est un carré de centre I . **1 pt**

b) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - MD^2 = 16$. **1pt**

2. Soient t la translation de vecteur $2\vec{AB}$ et r la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

a) Déterminer la droite (Δ) telle que $t = S_{(BD)} \circ S_{(\Delta)}$ et $r = S_{(\Delta)} \circ S_{(ID)}$. **0,5 pt**

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de la transformation tor . **1pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

On considère la suite (U_n) définie par
$$\begin{cases} U_1 = 140 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}U_n \cos 2x + 220 \sin^2 x \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

1. a) Montrer que $U_2 = 210 - 200 \sin^2 x$. **0,5pt**

b) Déterminer dans $[-\pi; \pi[$ les valeurs pour lesquelles $U_2 = 160$. **0,75pt**

2. Dans la suite, on suppose que $x = \frac{\pi}{6}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $V_n = \frac{3}{2}U_n - 330$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. **0,75pt**

b) Exprimer (V_n) puis (U_n) en fonction de n . **1pt**

EXERCICE 3 : (4,5 points)

Voici le tableau de variations d'une fonction numérique f d'une variable réelle x définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, I, J).

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	o	-	+
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	1	\searrow	$-\infty$
				$+\infty$	\nearrow
				g	$+\infty$

1. Donner une équation d'une asymptote (D) à la courbe (C). **0,25pt**

2. On suppose que pour tout réel x distinct de 1, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

a) Montrer que $a = 2, b = 3$ et $c = 2$. **0,75pt**

b) Montrer que la droite (D') d'équation $y = 2x + 3$ est asymptote à la courbe (C).
puis étudier les positions relatives de (C) et (D'). **1pt**

c) Construire (C), (D) et (D'). Prendre 1 cm pour 1 unité en abscisses et 1 cm pour 2 unités en ordonnées. **1,5pt**

3. Construire dans le même repère que (C) la courbe (C') de la fonction $g : x \mapsto f(|x|)$. **1pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (7,5 points)**Situation :**

M. FITCHOUA enseignant de mathématiques voudrait remettre les statistiques des notes de la toute première évaluation de l'année à sa hiérarchie. Il se rend compte que le gel hydroalcoolique s'est versé sur le tableau statistique ci-dessous écrit au stylo à bille, et a effacé deux nombres qui sont remplacés par a et b. Cependant il se souvient que le mode est 7, la moyenne des notes est 7,95 et que l'élève ayant la plus petite note est appelé MBOUT.

Notes sur 20	$[1; 3[$	$[3; a[$	$[a; b[$	$[b; 11[$	$[11; 15[$
Effectifs	1	5	6	3	5

La punition donnée à MBOUT pour son mauvais travail consiste à nettoyer les 11 salles de classe du lycée.

Il entame sa punition à 7h et souhaiterait nettoyer toutes ces salles avant de quitter le lycée à 13h14, pour se rendre à la prière de 13h30 à la grande mosquée.

Pour nettoyer chaque salle de classe, MBOUT met 4 minutes de plus que le temps mis pour nettoyer la précédente.

M. FITCHOUA évalue ses élèves chaque semaine et constate que la moyenne des notes à une évaluation augmente de 5% de la moyenne de la précédente évaluation. Pour représenter l'établissement au concours régional de mathématiques, une classe doit avoir une moyenne générale supérieure ou égale à 11.

Tâches

1. Retrouver les deux nombres illisibles du tableau statistique de M FITCHOUA. **2,25pts**

2. Quel temps maximal doit mettre MBOUT pour nettoyer la première salle de classe s'il veut partir du Lycée à l'heure. **2,25pts**

3. Après combien d'évaluations cette classe pourra-t-elle représenter l'établissement au concours régional de mathématiques ? **2,25pts**

Présentation : **0,75 pt**