

**Exercice 1****4 points**

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $(x - 2)(2x^2 + 5x - 3) = 0$ . [1,5pt]
- Montrer que :  $2x^3 + x^2 - 13x + 6 = (x - 2)(2x^2 + 5x - 3)$ . [1pt]
- Déduire des questions précédentes la résolution de l'équation  $2(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 13(\ln x) + 6 = 0$ . [1,5pt]

**Exercice 2****6 points**

La production de la société Elemva a été relevée pendant 10 ans. Les années sont notées  $x + i$  et la production exprimée en tonnes est notée  $y_i$ . On a obtenu le tableau ci-dessous.

Années ( $x_i$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Productions ( $y_i$ )	3	4	5,1	6	7,5	8	9,4	10,5	11,5	13

- Représenter le nuage de points de cette série statistique dans un repère orthonormé. [1,5pt]
- Déterminer le point moyen  $G$  du nuage de cette série. [1pt]
- Un expert veut faire des prévisions pour la production des années à venir de la société. Il propose l'ajustement de Mayer pour cette série.
  - Montrer qu'une équation cartésienne de la droite d'ajustement de cette série par la méthode de Mayer est :  $y = 1,072x + 1,904$ . [2,5pts]
  - Utiliser cette équation pour estimer la production de la société pendant la douzième année. [1pt]

**Problème****10 points**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \ln x + \ln(x + 1)$ . On note  $(C)$  sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 1 cm.

- Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ . [0,5pt]
  - Quelle interprétation graphique peut-on en déduire pour la courbe  $(C)$ ? [0,5pt]
  - Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . [0,5pt]
- On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Montrer que  $f'(x) = \frac{2x + 1}{x(x + 1)}$ . [1pt]
- Etudier, pour tout  $x$  de l'intervalle  $]0; +\infty[$ , le signe de  $f'(x)$ . [0,5pt]
  - En déduire le tableau de variations de  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . [1pt]
- Recopier et compléter le tableau suivant : (les valeurs de  $f(x)$  seront arrondies à  $10^{-1}$  près).

$x$	0,1	0,5	1	2	4
$f(x)$			0,7		

- Tracer la courbe  $(C)$  dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . [1,5pt]
- Résoudre dans  $]0; +\infty[$  l'équation  $f(x) = 0$ . (On vérifiera que  $f(x)$  s'écrit sous la forme  $f(x) = \ln[x(x + 1)]$  et on donnera la valeur exacte de la solution). [1,5pt]
- Montrer que la fonction  $F$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $F(x) = x \ln x + (x + 1) \ln(x + 1) - 2x$  est une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . [1,5pt]