VECTEURS DANS ESPACE

LISTE DES COMPETENCES	
CODE	**DENOMINATION**
VE101	
VE102	
VE103	
VE104	
VE105	
VE106	
VE107	
VE108	
VE109	
VE110	
VE111	
VE112	
VE113	
VE114	
VE115	
VE116	
VE117	
VE118	
VE119	
VE120	
VE121	
VE122	
VE123	
VE124	

Exercice n°1

ABCDEFGH est un cube d'arrête 1. Dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$,

on considère les $M\left(1;1;\frac{3}{4}\right)$, $N\left(0;\frac{1}{2};1\right)$, $P\left(1;0;-\frac{5}{4}\right)$.

Placer M, N et P sur la figure

Exercice n°2

ABCDEFGH est un pavé droit. I est le milieu de [AH].
K est le centre de gravité du triangle (AHF).
On considère les points M et N définis par :

$\overrightarrow{FM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{DF}$

1) On se place dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

Déterminer les coordonnées de tous les points de cet exercice.

2) Refaire la question 1) en se plaçant dans le repère ($\left(B;\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BG}\right)$.

Exercice n°3

ABCDEFGH est un cube. I est le milieu de [HF].

Le point M vérifie : $2\overrightarrow{IM}=\overrightarrow{MA}$.

1) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AI}$
   Placer le point M sur la figure.
2) Démontrer que E, M et C sont alignés sans utiliser de repère.
3) Démontrer que E, M et C sont alignés en utilisant un repère bien choisi.

Exercice n°4

ABCDEFGH est un cube. Les points P et Q sont tels que :

$\overrightarrow{EP}=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{FH}$ et $\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{EC}$.

1. (a) Construire le point P .
   (b) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{EP}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{EH}$.
2. Construire le point Q et expliquer pourquoi les vecteurs $\overrightarrow{BQ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.
3. (a) Expliquer pourquoi $\overrightarrow{HP}=\overrightarrow{CQ}$.
   (b) Quelle est la nature du quadrilatère HPQC ?

Exercice n°5

ABCDEFGH est un parallélépipède. I est le symétrique de D par rapport à E
1) Démontrer que les droites (IF) et (CE) sont parallèles sans utiliser de repère.
2) Refaire la question 1) en utilisant un repère bien choisi.

Exercice n°6

ABCD est un tétraèdre.
I, J, K, L sont les milieux respectifs de [AB], [CD], [BC], [AD].
O est le milieu de [IJ]. G est le centre de gravité du triangle (BCD).
1) Démontrer que IKJL est un parallélogramme.
2) Démontrer que les points G, O et A sont alignés.

Exercice n°7

ABCD est un tétraèdre. I est le milieu de [AB].

E est le symétrique de D par rapport à C. F est le point tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DB}$

1) Démontrer que les droites (IC) et (EF) sont parallèles sans utiliser de repère.

2) Refaire la question 1) en utilisant un repère judicieusement choisi

Exercice n°8

On donne A(2 ; 1 ; 3), B(1 ; 2 ; 0), C(2 ; 1 ; 2) et D(1 ; 2 ; 5).

1) ABCD est-il un parallélogramme ? Un rectangle ?

2) Calculer les coordonnées de l'isobarycentre du quadrilatère ABCD.

Exercice n°9

L'espace est muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

1) On considère les points A(1 ;-1 ;2), B(3 ;3 ;8) et C(-3 ;5 ;4). A, B et C sont-ils alignés ?

2) On considère le point D(a,b,9).

Existe-t-il des nombres a et b tels que les droites (AC) et (BD) soient parallèles ?

Exercice n°10

On donne A(3 ; 1 ; 4), B(2 ; 1 ; 7), C(4 ; 1 ; 2) et D(5 ; 5 ; 4).

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice n°11

ABCD est un tétraèdre. I et K sont les milieux respectifs de [AB] et [CD].

On considère les points J et L définis par : $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

Les points I, J, K et L sont-ils coplanaires ? Justifier.

Exercice n°12

ABCDEFGH est un cube. I et J sont les milieux respectifs de [EF] et [BC].

1) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$; $\overrightarrow{CE}$ $\overrightarrow{CG}$ sont coplanaires à l'aide d'une décomposition.

2) Refaire la question 1) à l'aide d'un repère judicieusement choisi.

Exercice n°13

ABCD est un tétraèdre.

I, J, K, L sont les milieux respectifs de [AB], [AC], [CD], [BD].

1) Les points I, J, K, L sont-ils coplanaires ? Justifier sans utiliser de repère.

2) Refaire la question 1) à l'aide d'un repère bien choisi.

Exercice n°14

ABCDEFGH est un pavé droit. I est le milieu de [BF].

1) les vecteurs $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DG}$ sont-ils coplanaires ? Justifier.

2) les vecteurs $\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{HE}$ sont-ils coplanaires ? Justifier

Exercice n°15

On donne A(1 ; 1 ; 3), $B\left(\sqrt{2}+1;0;2\right)$ et $C\left(\sqrt{2}+1;2;2\right)$.

Quelle est la nature du triangle ABC ?

Exercice n°16
On donne A(1 ; 2 ; 3), B(0 ; 4 ; 4) et C(4 ; 20 ; 9).
Les points A, B et C sont-ils alignés
Exercice n°17
ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a. On note G son centre de gravité.
1) Démontrer que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{a^2}{2}$ et qu'il en est de même pour les autres sommets.
2) Démontrer que deux arêtes opposées sont orthogonales.
3) Soit A' le centre de gravité du triangle BCD. Exprimer
$\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AA'}$.

Exercice n°18
ABCDEF GH est un cube de côté égal à 1. On considère le $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.
1) Calculer la longueur CE.
2) Calculer les coordonnées du centre de gravité I de AHF et du centre de gravité J de BDG.
3) Démontrer que la droite (IJ) est orthogonale au plan (AHF) ainsi qu'au plan (BDG).
Rappel : pour montrer qu'une droite (d) est orthogonale à un plan P , on montre qu'elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.
4) Démontrer que $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.
Exercice n°19
ABCD est un tétraèdre. On note I et J les milieux respectifs de [AC] et [BD].
On définit les points P , Q, R et S par :
$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
$\overrightarrow{CR}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{CS}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.
Le but de ce problème est de démontrer que les droites (P S), (QR) et (IJ) sont concourantes.
1) Faire une figure.
2) Démontrer que :
a) P est le barycentre de (A ; 2) et (B ; 1) ;
b) Q est le barycentre de (A ; 2) et (D ; 1) ;
c) R est le barycentre de (C ; 2) et (B ; 1) ;
d) S est le barycentre de (C ; 2) et (D ; 1).
3) On considère le point G barycentre de (A ; 2), (B ; 1), (C ; 2) et (D ; 1).
En utilisant la règle d'associativité, démontrer que G est sur (P S), mais aussi sur (QR) et sur (IJ).
4) Conclure.
Question subsidiaire : que pensez-vous du quadrilatère P QRS ? Justifier votre réponse.

Exercice n°20
ABCDEF GH est un cube de côté égal à 1. On considère le repère $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.
I est le centre du carré EF GH et J le centre du carré BCGF .
1) Faire une figure.
2) Préciser les coordonnées de I et J .
3) Calculer les distances AI , AJ et IJ .
4) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{AJ}$ et en déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AJ}\right)$.

Exercice n°21

ABCDEF GH est un cube de centre O tel que $AB = 1$.

L'espace est rapporté au repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées des points G, H , F et C dans ce repère.

2. Calculer $\overrightarrow{GF} \cdot \overrightarrow{HC}$. En déduire que (GF) et (HC) sont orthogonales.

Exercice n°22

L'espace est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère les points :
A(1 ; 0 ; 1) B(1 ; 0 ; 0) C(1 ; 6 ; 4) D(4 ; 9 ; 5) E(3 ; 6 ; 3)
1) Montrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.
2) Montrer que le point D appartient à la droite (AE).
3) Montrer que ABCE est un parallélogramme. Est-ce un rectangle ? Est-ce un carré ?

Exercice n°23

ABCDEF GH est un cube et I et J sont les milieux des segments [HE] et [F B].
On se propose de démontrer par deux méthodes que la droite (HJ) coupe le plan (BGI) en M milieu de [HJ]
Méthode analytique
1) Déterminer les coordonnées des points B, G,
I , H, J et M milieu de [HJ] dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

2) Démontrer que la droite (HJ) coupe le plan (BGI) en M .
Méthode géométrique
1) Démontrer que le plan (BGI) coupe le cube suivant un polygone BGIK où K est le milieu de [AE].
2) Quelle est la nature du quadrilatère KJGH ?
3) Conclure.

Exercice n°24

SABCD est une pyramide à base carrée ABCD de centre O.
G est le centre de gravité du triangle SBD et E est le milieu du segment [SC].
Démontrer que les points A, G et E sont alignés.

Exercice n°25

ABCDEF GH est un pavé droit.

On note I le milieu de l'arête [AB] et J le point tel que $\overrightarrow{HJ} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

O est le centre de la face BCGF .
Démontrer que les droites (IH) et (JO) sont parallèles.

Exercice n°26

Les points A(5 ; 2 ; 2), B(6 ; 7 ; 4), C(2 ; 5 ; 3) et D(0 ; 5 ; 1) sont-ils coplanaires ?

Exercice n°27

On donne E(3 ; 1 ; 4) et F (5 ; 6 ; 2).
Déterminer les coordonnées du point G intersection de la droite (EF) avec le plan (xOz).

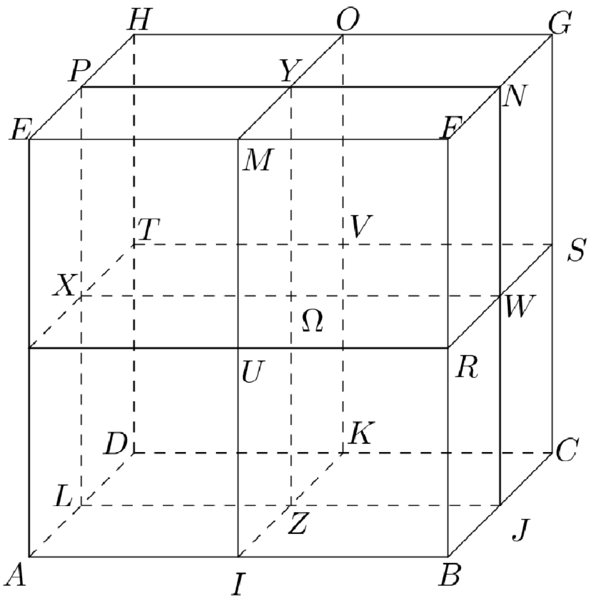
Exercice28

Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation : $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{O}$

Montrer que les points A, B, C sont alignés.

Exercice29

Le cube représenté ci-dessous est composé de 8 petits cubes identiques et juxtaposés :



1) Dans chaque question, déterminer le vecteur, ayant pour origine A représentant la somme :

a. $\overrightarrow{MY}+\overrightarrow{KW}$

b. $\overrightarrow{A\Omega}+\overrightarrow{VS}+\overrightarrow{CX}$

c. $\overrightarrow{\Omega H}+\overrightarrow{ZE}+\overrightarrow{QC}$

d. $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{EA}$

2) Dans chaque question, déterminer le vecteur, ayant pour extrémité A, représentant la somme :

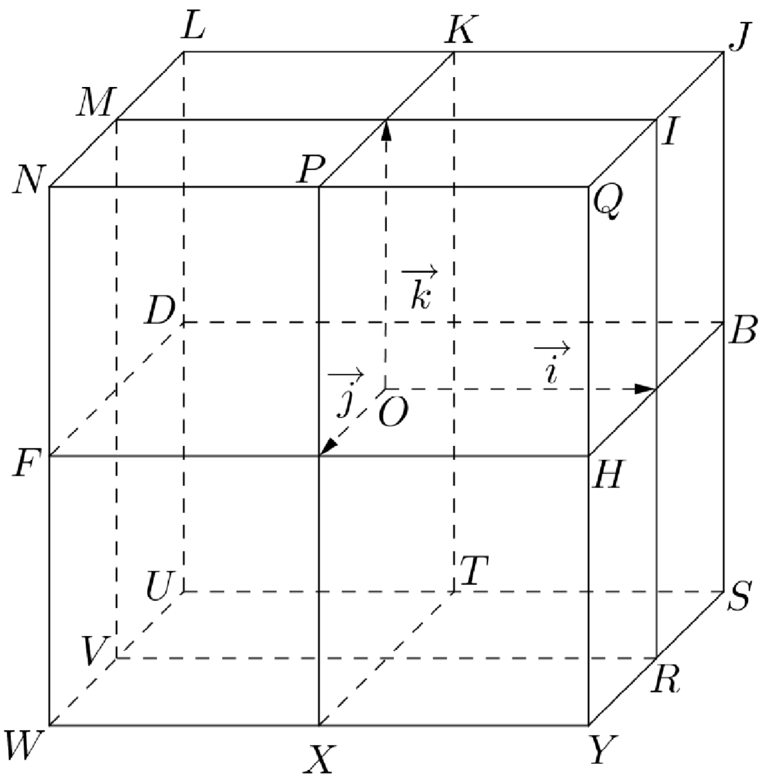
a. $\overrightarrow{U\Omega}+\overrightarrow{VL}$

b. $\overrightarrow{LZ}+\overrightarrow{XZ}+\overrightarrow{SX}$

c. $\overrightarrow{YQ}+\overrightarrow{AY}+\overrightarrow{SA}$

d. $\overrightarrow{X\Omega}+\overrightarrow{XH}+\overrightarrow{GZ}$

Exercice 30



Quels points de la figure vérifient $y \geq 0$?

2. a. Le pavé droit P QJKXY ST est-il inclus dans le demi-espace défini par l'inéquation : $x \geq 0$

b. Le pavé droit F DBHWUSY est-il inclus dans le demi - espace défini par l'inéquation : $z \geq 0$

3. Décrire les demi-espaces suivants :

a. $x \leq 0$

b. $z \geq 0$

c. $y - z \leq 0$

Exercice n°31

On considère le cube ABCDEF GH et les points M et N de l'espace.

1. Supposons le point M appartenant au plan (EF B) ; justifier que les droites (AD) et (HM) sont non-coplanaires.

2. Supposons le point M appartenant au plan (EHD) :

   a. Justifier que les droites (AD) et (HM) sont coplanaires.

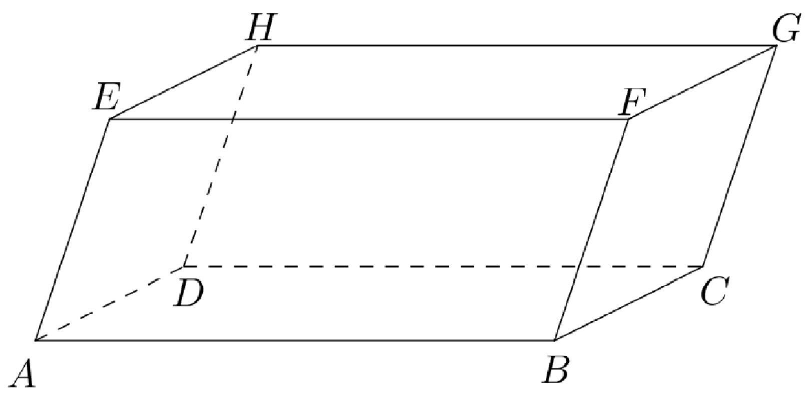
   b. Placer le point L intersection des droites (AD) et (HM).

3. Suivant la position du point N dans l'espace, préciser si les droites (GF) et (HN) sont coplanaires ; si oui, placer leur point d'intersection :

a. $N \in (HEF)$ b. $N \in (HDC)$

Exercice n°32

On considère le parallélépipède ABCDEF GH représenté ci dessous :



Notons O le milieu du segment [AG] :

1. Démontrer que le point O est milieu du segment [EC].

2. Démontrer que le point O est milieu du segment [HB]

Exercice n°33

1) Montrer que les couples suivants de vecteurs sont colinéaires :

a) $\vec{u}(6;21;9)$; $\vec{v}(4;14;6)$

b) $\vec{u}\left(3;5;\frac{4}{3}\right)$; $\vec{v}\left(\frac{6}{5};2;\frac{8}{15}\right)$

2) Justifier que les deux vecteurs suivants ne sont pas colinéaires

$\vec{u}(5;8;3)$; $\vec{v}\left(3;\frac{24}{5};\frac{8}{5}\right)$

Exercice n°34

On considère le cube ABCDEF GH représenté ci-contre et les trois points définis par :

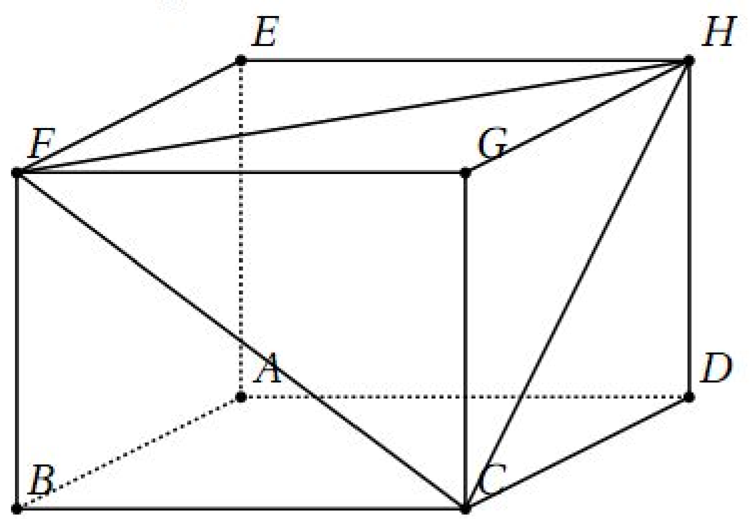
- Le point K est le milieu de [EF] ;
- le point I vérifie la relation $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$;
- le point J vérifie la relation $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$.

En utilisant le repère $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$, montrer que les droites (IJ) et (KH) sont parallèles.

Exercice n°35

ABCDEFGH est un cube (Voir figure ci-Dessous).

1. Déterminer les coordonnées de C, F, G, et H dans le repère(A, $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}$) .
2. Donner une équation cartésienne du plan (CFH) et calculer la distance du point G à ce plan.
3. Montrer que le triangle CFH est équilatéral.



Exercice n°36

On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête de longueur 1. On note I le centre de la face $ADHE$, J celui de la face $ABCD$ et K le milieu de $[IJ]$.

L'espace est rapporté au repère orthonormé $(A;\ \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$.

1. Démontrer que les points A , K et G ne sont pas alignés.
2. Démontrer que le plan (AKG) est le plan médiateur du segment $[IJ]$.
3. Déterminer une équation du plan (AKG).
4. Calculer le volume de la pyramide $KABCD$.

Exercice n°37

ABCDEFGH est un cube d'arête a.

M, N et P sont les points définis par $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{EN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$. I, J, K et R sont les milieux respectifs de [AB], [HG], [CB] et [CG].

a) Démontrer que $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{JC}$ et que (IC)//(PQ) et (JC)//(MR).

b) Démontrer que la section du cube par le plan (MNP) est le pentagone MNPQR.

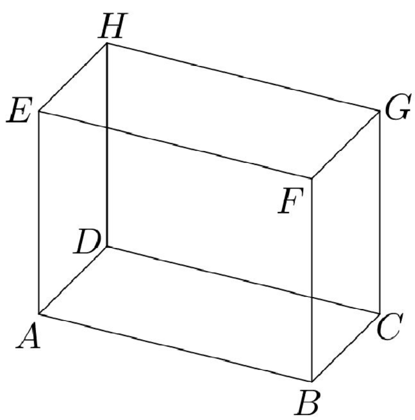
c) Calculer en fonction de a, les longueurs des côtés du pentagone MNPQR.

d) En déduire que $\overrightarrow{PM}=2\overrightarrow{QR}$ et que $PM=a\sqrt{2}$.

e) On suppose que a=8. Calculer les angles du pentagone

Exercice38

On considère le cube ABCDEFGH de côté 1 dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$. R est le milieu de [BF], S est tel que $3\overrightarrow{ES}=2\overrightarrow{EH}$, et T est le pied de la hauteur issue de S dans le triangle ARS.

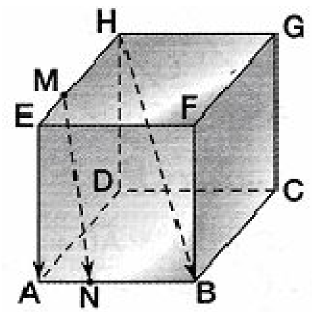


1\. a. Déterminer les coordonnées de R, et en déduire un système d'équations paramétriques de la droite (AR).
b. Déterminer les coordonnées de S, et en déduire une équation cartésienne du plan (P) passant par S et perpendiculaire à la droite (AR).
c. Trouver les coordonnées du point T.
d. Calculer l'aire A_{ARS} du triangle ARS.

2\. a. Calculer le volume V_{ARSE} du tétraèdre ARSE.
b. Calculer la distance du point E au plan (ARS).

Exercice n°48

Soit le cube ABCDEFGH. M est le point tel que $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$ et N le point tel que $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$



1\. Démontrer que $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{EA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$

2\. Les vecteurs $\overrightarrow{EA},\overrightarrow{MN}$, et $\overrightarrow{HB}$ sont-ils coplanaires ?

Exercice n°49
Soit un cube ABCDEFGH.

1. Construire les points M et N tels que : $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BG}$
2. Montrer que les points A, M, et N sont alignés .
3. (a) Les vecteurs $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{BF}$ sont-ils coplanaires ? Pourquoi ?
   (b) Les vecteurs $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{BH}$ sont-ils coplanaires ? Pourquoi ?

Exercice n°50
Cet exercice est un QCM. Une seule des réponses proposées est exacte.
ABCDEFGH est un cube. Les points M et N sont tels que 3EM = EH et 3AN = AB .

(a) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\left(a\overrightarrow{EA}+b\overrightarrow{BH}\right)$ avec a et b entiers relatifs.

(b) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(a\overrightarrow{EA}+b\overrightarrow{BH}\right)$ avec a et b entiers relatifs.

(c) $\overrightarrow{MN}=a\overrightarrow{EA}+b\overrightarrow{BH}$ avec a et b entiers relatifs.

(d) $\overrightarrow{MN}=2\left(a\overrightarrow{EA}+b\overrightarrow{BH}\right)$ avec a et b entiers relatifs.

Exercice n°51
Soit ABCDA'B'C'D' un cube. On note I le milieu de [A'D'], J celui de [AD], K celui de [B'C'] et L celui de [BC].
1. Démontrer que les points I, J, K et L sont coplanaires.
2. (a) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{IB'}$, $\overrightarrow{A'B'}$ et $\overrightarrow{A'D'}$ sont coplanaires.
   (b) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{D'K}$, $\overrightarrow{D'C'}$ et $\overrightarrow{B'C'}$ sont coplanaires.
   (c) Comparer $\overrightarrow{IB'}$ et $\overrightarrow{D'K}$
.
3. Démontrer que les plans (IJB') et (D'KL) sont parallèles.

Exercice n°52
1. On donne les points A(5 ;2 ;1), B(7 ;3 ;1), C(-1 ;4 ;5) et D(-3 ;3 ;5).
Démontrer que A, B, C, D sont coplanaires.
2. On donne les points A(4 ;3 ;-1), B(0 ;-3 ;5), C(2 ;1 ;1) et D(4 ;4 ;-1).
Les droites (AC) et (BD) sont –elles parallèles ?

Exercice n°53
Soit ABCDEFGH un parallélépipède rectangle. On note I le point défini par $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$, J le milieu de [HG], K le milieu de [CD], et L est défini par $\overrightarrow{AL}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$.

1. Exprimer chacun des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{IL}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.
2. Vérifier que $\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IK}=-2\overrightarrow{IL}$
3. Que peut-on en déduire ?
4. Soit M le milieu de [AB]. Prouver que (MG) // (IJK).

Exercice n°54

1. Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\6\\0\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ sont-ils coplanaires ?

2. Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-2\\0\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\-1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$ sont-ils coplanaires ?

3. On considère la droite *d* passant par $A(-2\,,3\,,1)$ et $B(5\,,2\,,-2)$.
(a) Donner un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite *d*.
(b) Donner une représentation paramétrique de la droite *d*.
(c) Les points $M(-9\,,4\,,4)$ et $N(12\,,1\,,1)$ appartiennent-ils à cette droite ?

Exercice n°55

L'espace est rapporté au repère orthogonal $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Les points A, B, et C ont pour coordonnées respectives :
A(1 ; -1 ; 2) B(3 ; 3 ; 8) C(-3 ; 5 ;4)

On note D la droite ayant pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x = t+2 \\ y = 2t-1 \\ z = 3t-4 \end{cases}$

et D' la droite ayant pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x = s+3 \\ y = 2s+1 \; \hat{\text{I}} \\ z = -s+3 \end{cases}$

Cet exercice est un QCM. Une seule des réponses proposées est exacte.
(a) Les droites D et D' sont parallèles.
(b) Les droites D et D' sont coplanaires.
(c) Le point C appartient à la droite D.
(d) Les points A, B et C sont alignés

Exercice n°56

ABCDEFGH est un cube de longueur 1. Les deux parties sont indépendantes.
PARTIE 1
1. (a) Justifier que (DFG) est le plan médiateur du segment [HC].
   (b) En déduire que $(DF)\perp(HC)$
2. Montrer de même que les droites (DF) et (AC) sont orthogonales.
3. En déduire que la droite (DF) est perpendiculaire au plan (ACH).
PARTIE 2
On note I le milieu de [AE], J le centre de la face CDHG, R et S sont définis par
$\overrightarrow{ER}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{AS}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
K est le milieu du segment [RS].
La figure est donnée ci-dessous. On se place dans le repère $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Calculer les coordonnées des points I et J.
   (b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (IJ).
2. (a) Vérifier que $R\left(0,\frac{1}{3},1\right)$ et $S\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},0\right)$

.
(b) Déterminer les coordonnées du point K.
(c) Démontrer que les points I, K et J sont alignés.
(d) En déduire que les points I, J, K, R et S sont coplanaires.
3. Le plan (IRS) coupe la droite (AB) en un point noté L.
(a) Construire le point L sur la figure (on laissera les traits de construction).

(b) Justifier que le système $\begin{cases} x = 2b \\ y = 2a + 2b \\ z = \frac{1}{2} + 3a - 3b \end{cases}$ est une représentation paramétrique du plan (IRS).

(c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).