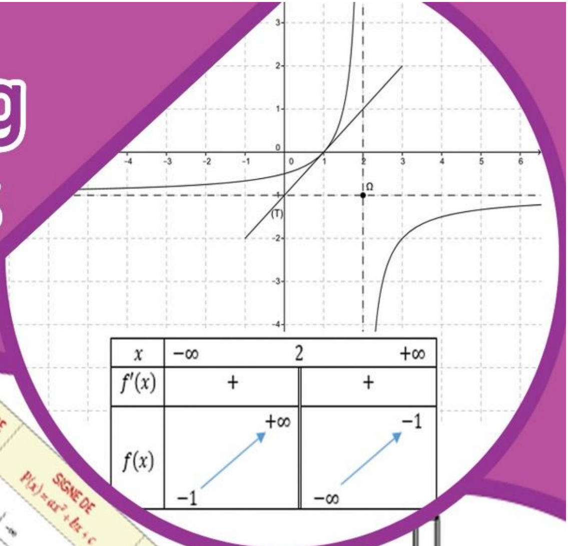
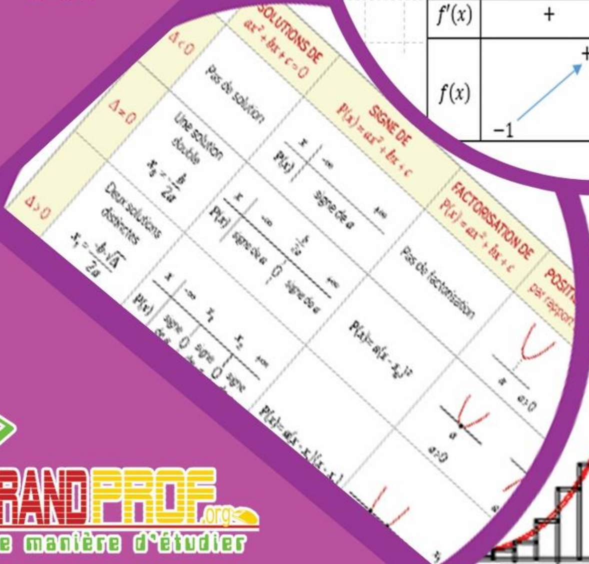
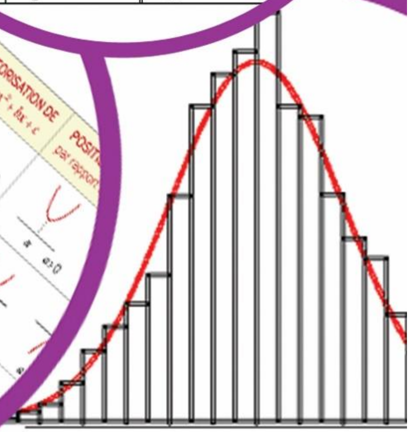
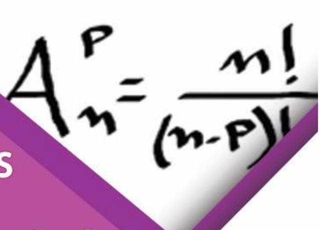
grandprof.org

MATHÉMATIQUES
AU PROBATOIRE
A4









GRANDPROF.org
Une nouvelle manière d'étudier

- Cours bien détaillés
- Exercices corrigés et commentés
- Les derniers sujets d'examen corrigés

TACHAGO Anderson

SCAN ME

Édition : Août 2018

Email: contact@grandprof.org
Site web: www.grandprof.org
Infographie et couverture: NTAKENDO Emmanuel

(+237) 676519464 / 699494671
grandprof.org
NOS FASCICULES
INFORMATIQUE - MATHS - PHYSIQUE A-C-D-TI
YAOUNDE
DOUALA
BAFOUSSAM
EBOLOWA
NKONGSAMBA
BANGANGTE
MAROUA
NGAOUNDERE
BERTOUA
MBOUDA
DSCHANG
FOUMBAN ...
Et
+encore

SOMMAIRE

SOMMAIRE

S O M M A I R E

CHAPITRE 1

PROBLEMES DU SECOND DEGRE

A - Polynôme du second degré

1 Définition

On appelle **fonction polynôme du second degré**, toute fonction P définie sur $\mathbb{R}$, qui à tout nombre réel x associe le nombre $P(x)$ qui peut s'écrire sous la forme : $P(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b, c sont des réels et $a \neq 0$.

L'expression algébrique associée $ax^2 + bx + c$ s'appelle un **trinôme du second degré**.

- Exemples :

$A = 2x^2 - 5x + 7 \quad (a = 2, b = -5 \ et \ c = 7)$;

$B = (x-1)(2x+3)$ [À développer et réduire] $(a = 2, b = 1 \ et \ c = -3)$;

$C = 3x^2 - 1 \ (a = 3, b = 0 \ et \ c = -1)$. A, B et C sont des trinômes du second degré.

2 Les différentes formes d'un polynôme du second degré

Nous connaissons déjà trois formes d'écritures réduites d'une expression algébrique (ou trinôme) du second degré. Par exemple :

$P(x) = 2x^2 - 4x - 6$ est la *forme développée* réduite de P ;

$P(x) = 2(x+1)(x-3)$ est la *forme factorisée (réduite)* de P ;

$P(x) = 2(x-1)^2 - 8$ qu'on appelle la *forme canonique* de P.

Suivant le problème posé, nous sommes amenés à utiliser l'une ou l'autre de ces formes. Le passage de l'une à l'autre est plus ou moins facile.

Théorème et définition

> Tout trinôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) s'écrit de manière unique sous la forme $P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$
> avec $\boldsymbol{\alpha = -\frac{b}{2a}}$ et $\boldsymbol{\beta = \frac{-b^2+4ac}{4a}}$.
> Cette forme s'appelle **la forme canonique** du trinôme $P(x)$.

Méthode de détermination de la forme canonique d'un polynôme P partant de la forme développée

On considère le trinôme : $P(x) = 2x^2 - 4x - 6$.

- On détermine les coefficients : $a = \cdots\cdots$; $b = \cdots\cdots$; $c = \cdots\cdots$
- On détermine $\alpha = -\frac{b}{2a} = \cdots\cdots = \cdots\cdots$

PROBLEMES DU SECOND DEGRE

- On détermine $\beta = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \cdots\cdots = \cdots\cdots$
- On obtient la forme canonique : $P(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$.

Autre méthode

Comme $a \neq 0$, on met a en facteur pour commencer la transformation de l'écriture $P(x)$: $P(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$,

Qu'on peut encore écrire :

$$P(x) = a\left(x^2 + 2\left(\frac{b}{2a}\right)x\right) + c$$

On reconnaît le début de l'identité remarquable « $u^2 + 2u.v + v^2 = (u+v)^2$ », donc

$$P(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

On réduit au même dénominateur,

$$P(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-b^2+4ac}{4a}$$

On pose $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $= \frac{-b^2+4ac}{4a}$. On obtient ainsi la forme canonique : $P(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$.

- **Exemple** : Trouver la forme canonique du polynôme : $P(x) = 2x^2 - 4x - 6$.

On suit la même procédure :

$$\begin{aligned} P(x) &= 2(x^2 - 2x) - 6 \\ &= 2((x-1)^2 - 1) - 6 \\ &= 2(x-1)^2 - 2 - 6 \\ P(x) &= 2(x-1)^2 - 8 \end{aligned}$$

D'où la forme canonique de $P(x)$.

Définition

> On appelle **racine** d'un polynôme P toute valeur de la variable x, **solution** de l'équation $P(x) = 0$.

- **Exemple** : 3 est une racine du polynôme P défini par : $P(x) = x^2 - 4x + 3$.
  En effet, $P(3) = (3)^2 - 4(3) + 3 = 9 - 12 + 3 = \mathbf{0}$.

Propriété 1 : La forme factorisée d'un polynôme dépend entièrement de ses racines.

On considère le polynôme du second degré P défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$).

- Si P n'admet pas de racine alors il n'admet pas de forme factorisée ;
- Si P admet une unique racine x_0 alors sa forme factorisée est : $P(x) = a(x - x_0)^2$;

- Si P admet deux racines x_1 et x_2 alors sa forme factorisée est : $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- **Exemple** : Donner la formule générale des polynômes du second degré ayant pour racines -1 et 2.

  On a : $\mathbf{P(x) = a(x+1)(x-2)}$, avec $a \in \mathbb{R}^*$.

B – Équation et factorisation

1 Définition

Soit un trinôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$).

$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$.

La factorisation et les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ dépendent du signe de Δ.

On appellera Δ le **discriminant** du trinôme $ax^2 + bx + c$ et il aura pour valeur : $\boldsymbol{b^2 - 4ac}$.

2 Résolution d'une équation du 2nd degré dans ℝ à l'aide du discriminant

Si $\Delta > 0$	L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions distinctes dans ℝ : $\boldsymbol{x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}$ et $\boldsymbol{x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}}$
Si $\Delta = 0$	L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet une solution unique dans ℝ : $\boldsymbol{x_0 = -\frac{b}{2a}}$
Si $\Delta < 0$	L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet pas de solution dans ℝ. Par conséquent, le trinôme $ax^2 + bx + c$ ne peut s'écrire comme produit de facteur du Ier degré.

Remarques

- Lorsque l'équation admet une unique solution x_0, c'est-à-dire lorsque $\Delta = 0$, on dit que x_0 est **une solution double** car elle est deux fois solution et $\mathbf{P(x) = a(x - x_0)^2}$.
- Lorsque $b = 0$, il est plus aisé de résoudre l'équation en factorisant le trinôme à l'aide de l'identité remarquable : $\boldsymbol{u^2 - v^2 = (u - v)(u + v)}$.
- Lorsque $c = 0$, on a : $\mathbf{P(x) = x(ax + b)}$.

Théorème : **Somme et produit des racines**

Si le polynôme P défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) admet deux racines x_1 et x_2 distinctes ou confondues, alors :
leur **somme** est $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et leur **produit** est $P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$.
L'équation de somme et produit du trinôme $P(x)$ est : $X^2 - SX + P = 0$ où X est l'inconnue. Celle-ci est équivalente à l'équation $P(x) = 0$; donc x_1 et x_2 sont les solutions de cette équation.

On utilise ce théorème pour :

- Vérifier le calcul des solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.
- Trouver une racine connaissant l'autre ; en particulier lorsque le polynôme admet une racine "évidente" $(1, -1, 2$ et $-2)$ ou une racine connue.
- Déterminer le signe des racines sans en déterminer leurs valeurs.

Exemple :

Déterminer deux nombres réels dont la somme $S = 3$ et le produit $P = -10$.

Les nombres cherchés sont solutions de l'équation $X^2 - 3X - 10 = 0$.

$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(-10) = 9 + 40 = 49$ donc $\sqrt{\Delta} = 7$.

$X_1 = \frac{3+7}{2} = 5$ et $X_2 = \frac{3-7}{2} = -2$.

Ces deux nombres sont : **-2 et 5**.

3 Signe du trinôme du 2nd degré : Inéquation.

Soit le trinôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) et son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.

Signe de Δ	Signe de $P(x)$	Tableau de signe
Si $\Delta < 0$	$P(x)$ a le signe de a pour $x \in \mathbb{R}$	x : $-\infty$ … $+\infty$; $P(x)$: signe de a
Si $\Delta = 0$	$P(x)$ a le signe de a pour $x \in \mathbb{R}$-$\{x_0\}$ (où x_0 est la racine de P)	x : $-\infty$ … x_0 … $+\infty$; $P(x)$: signe de a 0 signe de a

Si $\Delta > 0$	$\mathrm{P}(x)$ a le signe de a pour x de $]-\infty;x_1[\cup]x_2;+\infty[$ (où x_1 et x_2 sont les racines de P et $x_1 < x_2$)	x: $-\infty$ … x_1 … x_2 … $+\infty$ $\mathrm{P}(x)$: signe de a | 0 | signe de $-a$ | 0 | signe de a

- **Exemple** : On considère le trinôme : $\mathrm{P}(x) = -2x^2 + 7x - 3$.

I- a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\mathrm{P}(x) = 0$. $-2x^2 + 7x - 3 = 0$

$\Delta = (7)^2 - 4(-2)(-3) = 49 - 24 = 25$ donc $\sqrt{\Delta} = 5$.

$x_1 = \frac{-7-5}{2} = -6$ et $x_2 = \frac{-7+5}{2} = -1$

D'où $\mathbf{S}_{\mathbb{R}} = \{-6;-1\}$.

b) En déduire le tableau de signe du trinôme $\mathrm{P}(x)$.

x	$-\infty$		-6		-1		$+\infty$
$\mathrm{P}(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2- A l'aide de la question I- b), résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $-2x^2 \leq 3 - 7x$.

$-2x^2 \leq 3 - 7x \Leftrightarrow -2x^2 + 7x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow \mathrm{P}(x) \leq 0$.

Nous prendrons donc l'(les) intervalle(s) sur le(s)quel(s) le trinôme $\mathrm{P}(x)$ est strictement négatif et les racines de P.

D'où $\mathbf{S}_{\mathbb{R}} =]-\infty;-6] \cup [-1;+\infty[$.

4 Équations (Inéquations) se ramenant au 2nd degré

Équations bicarrées

Soit à résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$.

Méthode :

On effectue le changement d'inconnue : $X = x^2$.

Contrainte : $X \geq 0$.

On résout alors l'équation du second degré : $X^2 + 2X - 3 = 0$.

$\Delta = (2)^2 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16$ donc $\sqrt{\Delta} = 4$.

L'équation admet deux solutions : $X_1 = \frac{-2-4}{2} = -3$ et $X_2 = \frac{-2+4}{2} = 1$.

L'équation $x^2 = -3$ n'a pas de solution.

L'équation $x^2 = 1$ a deux solutions : 1 et -1.

Par conséquent, les solutions de l'équation $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$ sont : **1** et **– 1**.

Inéquations rationnelles

Les inéquations rationnelles sont sous la forme $\sqrt{\mathrm{P}(x)} \leq (ou <, ou >, ou \geq) \mathrm{Q}(x)$ où P et Q sont des polynômes.

$\sqrt{\mathbf{P}(x)} \leq \mathbf{Q}(x)$ a le même ensemble solution que : $\begin{cases} \mathbf{P}(x) \geq \mathbf{0} & \mathbf{(1)} \\ \mathbf{Q}(x) \geq \mathbf{0} & \mathbf{(2)} \\ \mathbf{P}(x) \leq (\mathbf{Q}(x))^2 & \mathbf{(3)} \end{cases}$

- **Exemple** : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\sqrt{5-x} \leq x+1$.

$$\sqrt{5-x} \leq x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x \geq 0 & (1) \\ x+1 \geq 0 & (2) \\ 5-x \leq (x+1)^2 & (3) \end{cases}$$

(1) $5-x \geq 0 \Leftrightarrow -x \geq -5 \Leftrightarrow x \leq 5 \Leftrightarrow x \in]-\infty; 5]$;

(2) $x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1 \Leftrightarrow x \in [-1; +\infty[$;

De (1) et (2), on conclut que $\boldsymbol{x} \in [-\mathbf{1}; \mathbf{5}]$ car $[-1; +\infty[\cap]-\infty; 5] = [-1; 5]$.

(3) $5-x \leq (x+1)^2 \Leftrightarrow 5-x \leq x^2+2x+1 \Leftrightarrow -x^2-3x+4 \leq 0$.

$\Delta = (-3)^2 - 4(-1)(4) = 9 + 16 = 25$ donc $\sqrt{\Delta} = 5$.

$x_1 = \frac{3-5}{-2} = 1$ et $x_2 = \frac{3+5}{-2} = -4$

Dressons le tableau de signe du trinôme $\mathrm{P}(x) = -x^2 - 3x + 4$ sur $\mathbb{R}$ et limitons notre étude à $[-1; 5]$ car $\boldsymbol{x} \in [-\mathbf{1}; \mathbf{5}]$.

x	$-\infty$		-4		-1		1		5		$+\infty$
$\mathrm{P}(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	

Donc $\sqrt{5-x} \leq x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-1; 5] \\ -x^2 - 3x + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; 5]$.

D'où $\mathbf{S}_{\mathbb{R}} = [\mathbf{1}; \mathbf{5}]$.

5 Méthode de résolution des Problèmes

- Identifier l'(les) inconnue(s) ;
- Le(s) nommer $x, y, z, l, L, \ldots$ si ce n'est pas encore fait dans l'exercice ;
- Mettre en évidence la(les) *contraintes* sur l'(les) inconnue(s) ;
- Traduire le problème posé par une équation (à une inconnue) du second degré ou se ramenant à une équation du second degré sur $\mathbb{R}$;
- Résoudre cette équation ;
- A l'aide des contraintes et des solutions de l'équation, donner la(less) réponse(s) au problème posé.

- **Exemple**

I- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 + 102x - 535 = 0$.

$\Delta=(102)^2$-4(1)(-535)=10404+2140=12544 donc $\sqrt{\Delta}= 112$.

$x_1 = \frac{-102-112}{2} = -107$ et $x_2 = \frac{-102+112}{2} = 5$

D'où $\mathbf{S}_{\mathbb{R}}= \{-\mathbf{107}; \mathbf{5}\}$.

2- Roméo place à un taux inconnu, un capital de 2 000 000F après un an, il retire le capital et les intérêts produits et place le tout à un taux supérieur de 2% au premier taux. Il retire 147000F d'intérêts après un an.

Déterminer le premier taux.

- Les inconnues ici sont le premier taux et le deuxième taux ;
- Soit t% ce premier taux alors le deuxième taux sera $(t + 2)$% ;
- Contrainte : $0 \leq t \leq 100$.
- Traduction : Après un an, Roméo possède : $2000000 + \frac{t}{100}(2000000)$, qui est : $20000(t + 100)$.

Après le 2ème placement, Roméo possède :

$\left[(20000\,(t + 100)) + \frac{t+2}{100}(20000\,(t + 100))\right]$, qui est : $200t^2 + 20400t = 147000$ donc $t^2 + 102t - 535 = 0$.

- D'après la question I), $t = 5$ ou $t = -107$.
- Comme $0 \leq t \leq 100$ alors $t = 5$.

D'où le premier taux est de **5%**.

PROBLEMES DU SECOND DEGRE

Tableau indicatif

Ce que je dois savoir	Comment m'en sortir ?
Résoudre une équation du 2^{nd} degré	• Si la factorisation est évidente, factoriser puis résoudre. • Si l'équation admet une solution évidente, déterminer l'autre solution à l'aide du produit ou de la somme. • Sinon, calculer le discriminant et utiliser les formules du sous-titre 2
Factoriser un polynôme du 2^{nd} degré	• Si cela est possible, à l'aide des identités remarquables ou à l'aide d'un facteur commun. • Sinon, calculer les racines si elles existent, puis appliquer la propriété I
Étudier le signe d'un polynôme du 2^{nd} degré	• Si le polynôme est sous forme factorisé, faire un tableau de signe. • Sinon, calculer le discriminant, puis appliquer le théorème du sous-titre 3
Résoudre les problèmes se ramenant à des équations du 2^{nd} degré	• Chercher l'ensemble D répondant aux conditions du problème. • Traduire mathématiquement parlant le problème posé • Ramener cette traduction à une équation du 2^{nd} degré et la résoudre. • Vérifier si les valeurs trouvées appartiennent à D.

EXERCICES

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, écrire le trinôme $P(x)$ sous forme canonique.
a) $P(x) = x^2 - 2x + 5$ b) $P(x) = x^2 + 10x + 16$ c) $P(x) = 4x^2 - 12x - 7$
d) $P(x) = -3x^2 + 12x + 8$.

Exercice 2

1-Déterminer le polynôme du second degré R ayant pour racines -3 et 2,et tel que :$R(0) = 4$.

2- Déterminer la formule générale des polynômes du second degré admettant 1 pour seule racine. Préciser celui qui prend la valeur -2 en 0.

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a)$2x^2 - 5x - 3 = 0$ b) $-4x^2 + 10x - 6 = 0$ c) $3x^2 - 14x + 8 = 0$
d) $2x^2 - 4\sqrt{3}x + 6 = 0$ e) $5x^2 - 7x - 6 = 0$ f) $4x^2 - x + 3 = 0$
g) $9x^2 - 4 = 0$ h) $-x^2 + 16 = 0$ i) $-3x^2 + 7x = 0$
j) $-9x^2 + 6x - 1 = 0$

Exercice 4

Déterminer deux nombres réels dont la somme est S et le produit P.
a) $S = 5$ et $P = 6$
b) $S = -6$ et $P = 9$
c) $S = 0$ et $P = -4$
d) $S = 3$ et $P = 0$.

Exercice 5

1- On considère l'équation (E) : $x^2 + 2000x + 1000 = 0$.
a) Justifier que (E) admet deux solutions.
b) Déterminer la somme et le produit de ces deux solutions. (On ne demande pas de déterminer les solutions).
c) Démontrons que ces solutions ont un même signe.

2- Démontrer que (E) admet deux solutions négatives.

PROBLEMES DU SECOND DEGRE

Exercice 6

1- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système (S) : $\begin{cases} x + y = 27 \\ xy = 180 \end{cases}$.

2- Un champ rectangulaire à 54 m de périmètre et 180 m² de surface. Calculer ses dimensions.

Exercice 7

1- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système (S) : $\begin{cases} x + y = 41 \\ (x+5)(y+5) = 630 \end{cases}$.

2- La somme des âges de Jean et son petit frère Paul est 41 ans. Dans cinq ans, le produit de leurs âges sera 630. Déterminer l'âge de chacun d'eux.

Exercice 8

On considère l'équation (E) : $12x^2 - 13x - 25 = 0$.

1- Justifier que -1 est une racine de (E).

2- Déduire l'autre solution en utilisant le produit (ou la somme) des solutions.

Exercice 9

Dans chacun des cas suivants, étudier suivant les valeurs de x, le signe du polynôme $P(x)$.

a) $P(x) = 4x^2 - x + 1$ b) $P(x) = -9x^2 + 6x - 1$ c) $P(x) = x^2 - 5x + 6$.

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $4 - 9x^2 \leq 0$ b) $-x^2 - x + 12 \geq 0$ c) $2x^2 - x - 3 > 0$

d) $8x^2 + 34x + 21 < 0$ e) $-3x^2 + 4x - 2 > 0$ f) $x \geq 4x^2$

g) $(2x - 3)^2 > (3x + 4)^2$ h) $(x^2 + x + 1)^2 < (x^2 - x + 1)^2$.

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $x^4 - x^2 + 12 = 0$ b) $x^4 - x^2 + 12 < 0$ c) $\sqrt{x + 6} \geq 14 - x$.

Problème 1

Un champ rectangulaire a 140 m de périmètre et 0,12ha de surface. Déterminer ses dimensions.

Pour aménager les alentours de son domicile, monsieur X a invité n jeunes et a prévu 54600 FCFA à partager de manière équitable à ces jeunes. Le jour de l'aménagement, deux de ces jeunes sont empêchés et la part de chacun des travailleurs augmente alors de 150 FCFA.

1- Exprimer en fonction de n :

a) la part prévue pour chacun des n jeunes au moment de l'invitation

b) le nombre de jeunes présents à l'aménagement

c) la part des chaque jeune présent à l'aménagement

2- Démontrer que $n^2 -2n -728 =0$.

3- Résoudre l'équation $x^2 - 2x - 728 = 0$.

4- En déduire :

a) le nombre de jeunes invités à cet aménagement

b) le nombre de jeunes présents à cet aménagement

c) la part de chaque jeune ayant pris part à cet aménagement

Problème 2

Un apprenti artisan fabrique entre 0 et 60 stylos par jour et estime que le coût de production de x stylo est modélisé par la fonction C donnée par $C(x) = x^2 - 10x + 500$. On note $R(x)$ la recette, en francs CFA, correspondant à la vente de x stylos fabriqués. Un stylo est vendu 50 f.

1) Exprimer $R(x)$ en fonction de x.
2) Calculer le coût, la recette et le bénéfice réalisé lorsque l'artisan vend 50 stylos.
3) Vérifier que le bénéfice, en francs CFA, réalisé par l'apprenti artisan est donné par la fonction B dont l'expression est : $B(x) = -x^2 + 60x - 500$.
4) **a)** Résolution de l'équation $-x^2 + 60x - 500 = 0$.

   b) En déduire à quel(s) intervalle(s) doit appartenir le nombre de stylo à vendre afin qu'il y ait gain d'argent.

PROBATOIRE SESSION 2014

Partie A

1.a) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, le système d'inconnue $(x;y)$ suivant : $\begin{cases} 2x + 3y = 7450 \\ x + y = 3125 \end{cases}$.

b) En déduire les réels x et y tels que : $\begin{cases} 2(100x - 75) + \frac{3(y+198)}{y} = 7450 \\ 100x - 75 + \frac{y+198}{y} = 3125 \end{cases}$.

2. Assomo achète deux machettes et trois houes pour un montant total de 7450 FCFA. Si elle avait plutôt acheté trois machettes et trois houes aux mêmes prix unitaires, elle aurait dépensé 9375 FCFA. On désigne par x le prix d'une machette achetée et par y, celui d'une houe.

a) Vérifier que x et y vérifient le système : $\begin{cases} 2x + 3y = 7450 \\ x + y = 3125 \end{cases}$.

b) En déduire le prix d'une machette et celui d'une houe.

Partie B

Des responsables d'un établissement scolaire ont noté durant une semaine, le temps passé par chaque élève d'une classe de $1^{ère}$ A4 au centre de ressources multimédia. Les résultats de cette enquête sont synthétisés dans le tableau ci-dessous :

Intervalles de temps en heure	$[0;2[$	$[2;4[$	$[4;5[$	$[5;6[$
Effectifs des élèves	5	45	10	20

1. Calculer la moyenne de la série statistique ainsi définie.
2. Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants.
3. Déterminer le nombre d'élèves qui ont passé au moins 4 heures ou moins 2 heures dans ce centre multimédia.
4. 5 élèves de cette classe dont 3 filles sont candidats à l'élection du bureau de cette classe constitué dans l'ordre d'un chef de classe, de son adjoint et d'un chargé des affaires sportives. On admet qu'il n'y a pas de cumul de poste.

   a) Combien peut-on avoir de bureaux ayant exactement une fille ?

   b) Combien peut-on avoir de bureaux ayant exactement une seule fille qui en plus occupe le poste de chef de classe ?

PROBATOIRE

Partie C

La courbe (C) ci-contre est la représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J) d'une fonction f définie dans l'intervalle $[-1;5]$ par $f(x)=x^2+bx+c$ où b et c sont des constantes réelles.

Répondre aux questions 1 et 2 par lecture graphique.

1) a. Déterminer l'image de l'intervalle $[1;4]$ par f.

b. Donner les antécédents de 8 par f.

c. Déterminer l'ensemble des réels x de l'intervalle $[-1;5]$ tels que $f(x) > 3$.

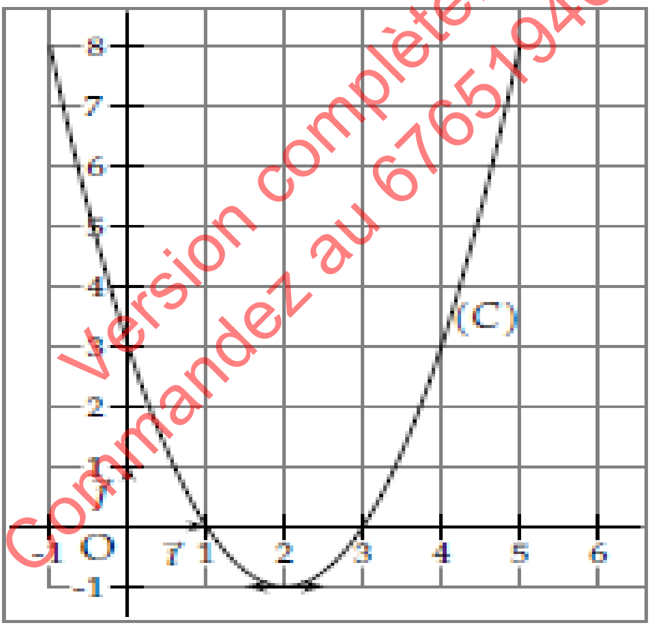
2) a. Donner l'image de 0 par f et en déduire que $c=3$.

b. Donner l'image de 1 par f.

c. En déduire que pour tout réel $x \in [-1;5], f(x) = x^2 - 4x + 3$.

3) Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f.

4) Reproduire (C) et en déduire dans le même repère, la courbe de la fonction h définie par $h(x) = -f(x)$.



PROBATOIRE SESSION 2015

Partie A

Un commerçant se souvient d'avoir vendu à une date, 90 articles constitués uniquement de crayons et de cahiers. La recette correspondante à cette vente était de 21 650 FCFA. On désigne par x et y, les nombres respectifs de crayons et de cahiers vendus ce jour-là.

1. a) Sachant que ce commerçant vendait ce jour-là, un crayon à 45 FCFA et un cahier 485 FCFA, justifier que x et y vérifient le système : $\begin{cases} x + y = 90 \\ 9x + 97y = 4330 \end{cases}$.

b) En déduire le nombre de cahiers et de crayons vendus ce jour-là par le commerçant.

2. Ces cahiers coûtent aujourd'hui 550 FCFA la pièce après une augmentation de $t\%$ où t est un nombre rationnel.

a) Justifier que t est solution de l'équation : $485 + 4{,}85t = 550$.

b) En déduire une valeur approchée de t à 10^{-1} près par défaut.

Partie B

On s'est intéressé aux notes sur 20 en mathématiques des candidats à un concours. Les résultats de cette enquête, regroupés en classe sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Classes de notes	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20]$
Nombre d'élèves	25	30	20	15	10

1. Donner la ou les classe(s) modale(s) de cette série statistique.
2. Calculer la moyenne et l'écart type de cette série (on donnera le résultat à 10^{-2}).
3. Recopier et compléter ce tableau par la ligne des effectifs cumulés croissants.
4. On voudrait attribuer un prix à un groupe de 4 candidats simultanément choisis au hasard parmi les 10 ayant ayant eu une note d'au moins 16/20. On admet que 4 de ces 10 candidats sont des dames.

a) De combien de façons peut-on choisir le groupe à primer ?

b) De combien de façons peut se faire le choix du groupe à primer s'il faut qu'il y comporte autant de dames que d'hommes ?

PROBATOIRE

Partie C

Soit f la fonction définie dans $[-2;1]$ par : $f(x) = -2x^2 - 2x + \frac{3}{2}$. On désigne (C_f) par sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2. a. Calculer $f'(x)$.

b. En déduire que $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left[-2; \frac{-1}{2}\right[$.

3. Dresser le tableau de variation de f.

4. a. Montrer que : $x \in [-2;1] \Leftrightarrow -1 - x \in [-2;1]$.

b. Tracer (C_f).

PROBATOIRE

PROBATOIRE SESSION 2016

Partie A

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + 8 = 3y - 10 \end{cases}$.

2. En déduire les réels x et y tels que : $\begin{cases} 2(x^2+5) - (y+9) = 0 \\ 3(x^2+5) + 8 = 3(y+9) - 10 \end{cases}$.

3. La longueur y d'un rideau rectangulaire est le double de sa largeur x. Si l'on augmente cette largeur de $\frac{8}{3}$ et diminue la longueur de $\frac{10}{3}$, le rideau deviendra un carré.

a) Montrer que vérifient le système de la question 1.

b) En déduire les dimensions de ce rideau.

Partie B

Dans un programme de lutte contre les relations sexuelles précoces, le Ministère des Affaires Sociales a effectué une enquête auprès d'un groupe de jeunes. Suite à la question : « à quel âge avez-vous eu votre première relation sexuelle ? », on a établi le relevé statistique suivant :

Tranches d'âges	$[12;14[$	$[14;16[$	$[16;18[$	$[18;20[$	$[20;22[$
Effectif	18	6	15	14	7

1. Combien de jeunes ont pris part à cette enquête ?
2. Déterminer la moyenne d'âge des jeunes interrogées.
3. Construire l'histogramme de cette série.
4. a) Combien de jeunes interrogés ont-ils au moins 18 ans ?

b) Combien de jeunes interrogés ont-ils au moins 14 ans ?

c) On choisit au hasard deux jeunes parmi ceux interrogés pour participer à un débat télévisé. De combien de façon peut-on faire ce choix si l'on souhaite faire participer un jeune de moins de 14 ans et un autre d'au moins

PROBATOIRE

Partie C

La courbe (C) ci-dessous est une partie de la courbe représentative d'une fonction f sur l'intervalle $[1;6]$ et (T) est la tangente à (C) au point d'abscisse 2.

1. a. Quels sont les images de 2 et 4 par f ?

b. Quels sont les antécédents de 4 par f ?

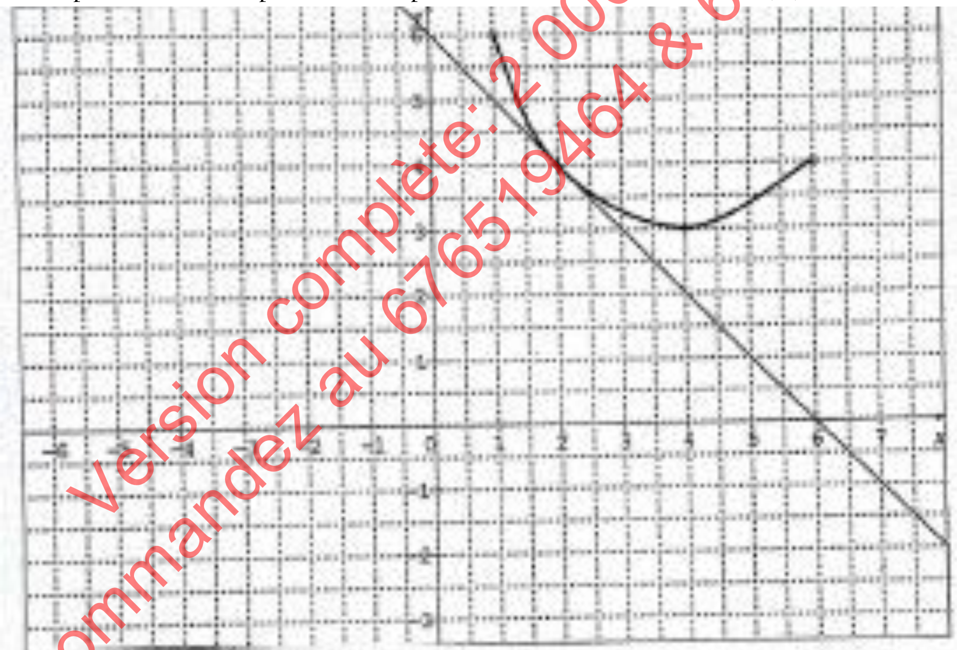
2. Résoudre graphiquement sur l'intervalle $[1;6]$ l'inéquation $f(x) < 4$.

3. Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T).

4. Sachant que f est une fonction impaire, recopier et compléter le tableau suivant

x	-1	-2	-4	-6
$f(x)$				

5. Reproduire et compléter l'autre partie de la courbe ci-dessous (C).



PROBATOIRE SESSION 2017

Partie A

1. a) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, le couple $(a;b)$ solution du système : $\begin{cases} 3a - 4b = -1 \\ 6a + 2b = 3 \end{cases}$.

b) En déduire le couple $(x;y)$ solution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y+1} = -1 \\ \frac{6}{x} + \frac{2}{y+1} = 3 \end{cases}$.

2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $X^2 - 5^2 = 0$.

b) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $(x^2+1)^2 - 5^2 = 0$.

Partie B

Une urne contient 6 boules distinctes : 1 blanche, 2 rouges et 3 vertes.

On tire simultanément deux boules de l'urne.

I/ 1. Combien de tirages différents peut-on effectuer ainsi ?

2. Déterminer le nombre de tirages différents pour lesquels :

a) les deux boules sont de couleurs différentes.

b) la boule blanche ne figure pas parmi les boules tirées.

3. On gagne 500 frs si la boule blanche est tirée, 200 frs par boule rouge tirée et on perd 300 frs par boule verte tirée.

Quels sont les gains possibles (positifs ou négatifs) lors d'un tirage simultané de deux boules ?

II/ On considère la série statistique donnée par le tableau ci-dessous :

Modalités	-600	-100	200	400	700
Effectifs	3	6	3	1	2

Calculer la moyenne et la variance de cette série.

PROBATOIRE

Partie C

La courbe (C) ci-contre est la représentation graphique, dans un repère orthonormé d'une fonction polynôme f de degré 2 définie sur $[-2; 4]$. f' désigne la dérivée de f.

1. Ranger dans l'ordre croissant :

a. $f(-1)$, $f(1)$ et $f(2)$.

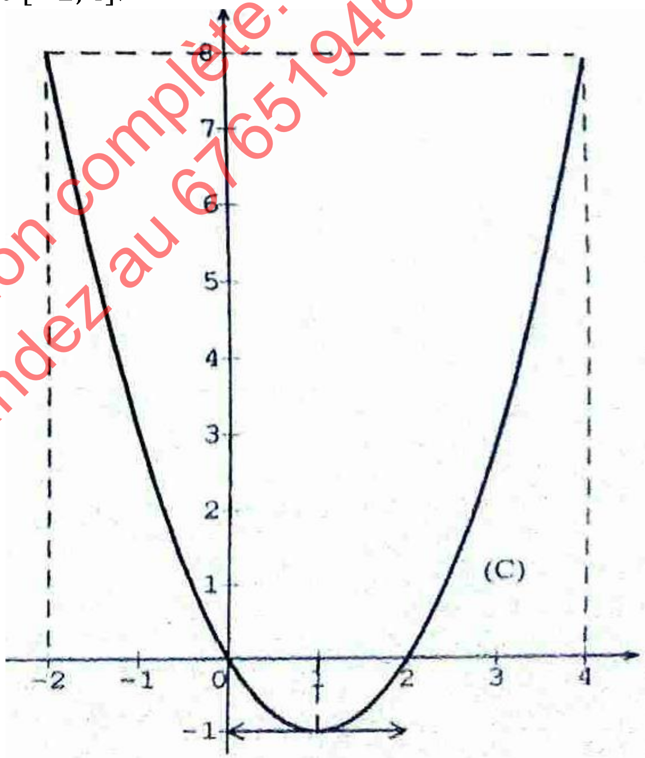
b. $f'(-1)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.

2. Déterminer les réels a et b pour que la fonction soit définie par $f(x) = x^2 + ax + b$.

3. Dresser le tableau de variation de f.

4. Sachant que $f'(2) = 2$, donner une équation de la tangente (T) à (C) en son point d'abscisse 2.

5. Discuter, suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$, dans l'intervalle $[-2; 4]$.



PROBATOIRE SESSION 2018

Partie A

On considère le polynôme $P(x) = x^2 - 3x - 270$ à variable réelle x.

1. Calculer $P(18)$.
2. En déduire dans l'ensemble $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation : $P(x) = 0$.
3. Un groupe d'élèves d'une classe de première décide d'entreprendre un voyage d'étude dont le coût est fixé à 54 000 F. Ce coût devrait être équitablement supporté par chaque élève. A la dernière minute, trois élèves désistent du groupe initial et le prix à payer pour chaque élève est alors augmenté de 600 F. On désigne par x le nombre d'élèves initialement retenu.

a) Montrer que x vérifie l'équation $x^2 - 3x - 270 = 0$.

b) En déduire le nombre d'élèves initialement retenu et le prix à payer par chacun d'entre eux après le désistement de 3 élèves.

Partie A

Le tableau ci-dessous donne les résultats d'une enquête sur les distances parcourues (en milliers de km) par 60 taxis d'une compagnie de transport urbain, quelque temps après leur mise en circulation :

Classes	$[0;3[$	$[3;6[$	$[6;9[$	$[9;12[$
Centres des classes (x_i)		4,5		10,5
Effectifs (n_i)		15	12	
$n_i x_i$	30			136,5

1. Recopier et compléter ce tableau.
2. Calculer la moyenne de cette série statistique.
3. Déterminer la classe modale et le mode de cette série.
4. Construire un histogramme représentant cette série.

PROBATOIRE

Partie C

La courbe (C) ci-contre est la représentation graphique d'une fonction numérique f de définie sur l'intervalle $[-2;4]$.

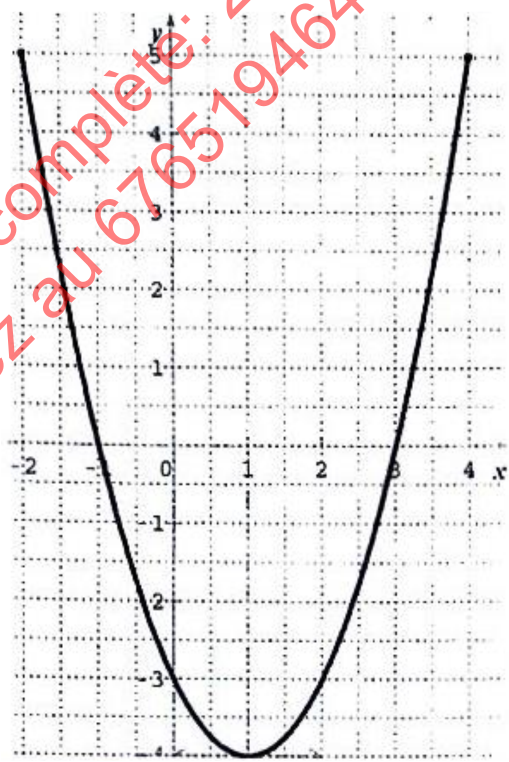
I) **Par lecture graphique :**

1. Déterminer les images des réels Ranger dans l'ordre croissant : $-2;-1;1$ et 4 par f.
2. Résoudre l'équation $f(x)=0$.
3. Dresser le tableau de variation de f.

II) On suppose que $f(x)=x^2+ax+b$ où a et b sont des réels.

1. En utilisant les images des réels -2 et 1, montrer que $a=-2$ et $b=-3$.
2. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 3.

III) Reproduire la courbe (C) et représenter graphiquement la fonction $g: x \longmapsto -f(x)$.



INFORMATIQUE

Informatique au BEPC
Informatique au Probatoire A C D
Informatiqiue au Baccalauréat A C D
Etude de cas & SI au Probatoire TI
Etude de cas & SI au Baccalauréat TI

MATHÉMATIQUES

Mathématiques au Probatoire A
Mathématiques au Probatoire D & TI
Mathématiques au Baccalauréat A
Mathématiques au Baccalauréat D & TI

PHYSIQUE

Physique -Chimie au Probatoire A
Physique au Probatoire C
Physique au Probatoire D & TI
Physique au Baccalauréat C
Physique au Baccalauréat D & TI

POURQUOI CHOISIR NOS DOCUMENTS?

- Les auteurs sont des enseignants qualifiés et expérimentés
- Nos documents passent au crible de plusieurs enseignants pour correction avant publication
- Nos documents sont très bien structurés et agréables à lire
- Nos documents respectent les programmes officiels et la définition des épreuves aux examens

À PROPOS DE GRANDPROF.ORG

grandprof.org est une plateforme e-learning proposant des **cours** conformes aux programmes officiels Camerounais, des **épreuves** des lycées et collèges de toutes les régions du pays, ainsi qu'un **réseau social** permettant aux élèves, enseignants et parents d'élèves d'interagir. grandprof.org c'est aussi un **forum de discussions**, un **blog d'informations** sur des sujets éducatifs et de l'actualité éducative au Cameroun, et bien d'autres. Ouvert à tous, grandprof.org se veut le portail de l'éducation par le numérique.

SCAN ME

(+237) 676519464
(+237) 699494671
(+237) 691797374

www.grandprof.org
contact@grandprof.org

GRANDPROF.org
Une nouvelle manière d'étudier