Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat Session : 1989
Série : C
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

## Exercice N°1

Dans un plan affine euclidien $\mathscr{P}$, on considère un triangle $ABC$ tel que $AB = 2$ $AC = 4$ ; $BC = 3$

1. Soit $(\Gamma)$ l'ensemble des points $M$ de $\mathscr{P}$ tels que :

$$\frac{11}{4}MA^2 - \frac{4}{3}MB^2 + -\frac{7}{3}MC^2 = 32$$

a) Etudier si les points A, B, C sont éléments de $(\Gamma)$

b) Déterminer l'ensemble $(\Gamma)$

2. Déterminer le rayon du cercle circonscrit au triangle $ABC$.

## Exercice N°2

Le but de cet exercice est de rechercher une condition nécessaire et suffisante pour qu'un entier naturel soit la différence de 2 carrés.

1. Soit $N$ en entier naturel

a) On suppose $N$ impaire. Montrer qu'il existe deux entiers naturels $a$ et $b$ dont la différence est 1, tels que : $N = a^2 - b^2$.

b) On suppose que $N$ est multiple de 4. Montrer qu'il existe deux entier naturels $a$ et $b$ tels que $N = a^2 - b^2$.

2. a) Soit $a$ et $b$ deux entier naturel tels que $a > b$. Montrer que $a+b$ et $a-b$ sont des mêmes parités.

En déduire que le produit $(a+b)(a-b)$ est soit impaire, soit multiple de 4

b) Quel sont les restes possible de division euclidienne par 4 d'un nombre impaire ?

c) Si une entier naturel $N$ est différence des carrés de deux entiers naturels quelle propriété son resté dans la division euclidienne par 4 vérifie-t-il ?

d) Enoncer une condition nécessaire et suffisante pour que $N$ soit la différence des carrés de deux entiers naturels.

## Problème

Dans tous les problèmes, on considère un plan affine euclidien $\mathscr{P}$ rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$. On appelle $E$ l'espace vectoriel euclidien associé à $\mathscr{P}$ pour tout réel non nul $\lambda$, soit $f_\lambda$ la fonction numérique de la variable réelle $x$ définie par :

$$\begin{cases} \text{si } x \neq -1, f_\lambda(x) = (x+1)Log\left[\lambda(x+1)\right] \\ f_\lambda(-1) = 0 \end{cases}$$

$Log$ Désigne le logarithme népérien)

On désigne par $(C_\lambda)$ la courbe représentative de $f_\lambda$ dans le plan $\mathscr{P}$ muni du repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

A. 1) Déterminer suivant les valeurs de $\lambda$, l'ensemble de définition $D_\lambda$ de $f_\lambda$.

2. a) Etudier la fonction $f_1$

En particulier, on étudiera avec soin la continuité et la dérivabilité de la fonction $f_1$ au point -1

b) montrer que $(c_1)$ admet une demi-tangente au point $\mathrm{I}$ de coordonnées $(-1,0)$.

Construire $(c_1)$ (on choisira 4 cm comme unité sur les axes)

3. on note $(c_\lambda^*) = (c_\lambda) - \{I\}$.

a) Montrer que pour tout réel non nul $\lambda$, $(c_\lambda^*)$ est l'image de $(c_1^*)$ par l'homothétie de centre $\mathrm{I}$ et de rapport $\dfrac{1}{\lambda}$.

b) Tracer $(c_{-1})$ et $(c_2)$ sur le dessin précédente.

4. a) soit $\alpha$ un élément de $]0,1]$. En intégrant par parties, calculer l'intégrale $\mathrm{I}(\alpha)$ définie par :

$$\mathrm{I}(\alpha) = \int_{-1+\alpha}^{-1+e^{-1}} f_1(x)dx$$

b) déterminer $\lim\limits_{\substack{\alpha \to 0 \\ \alpha < 0}}$

B. Pour tout réel $k$ strictement positif, on appelle $p_k$ la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Logk & 1 \end{pmatrix}$ et $M_k$ la matrice $k.P_k$

1. Montrer que l'ensemble $G$ des matrices $M_k$ , $k$ décrivant $\mathbb{R}_+^*$ muni de la multiplication des matrices, est un groupe commutatif

2. Soit $\rho_k$ l'endomorphisme de matrice $k.P_k$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ de $E$ et $T_k$ l'application affine l'endomorphisme associé $\rho_k$ et laissant $I(-1,0)$ invariant. Quelle est la structure de l'ensemble $H$ des applications $T_k$ muni de la loi $\circ$ de composition des applications de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ ?

3. Soit $R$ la relation binaire définie par :

$$M \; R \; M' \Leftrightarrow \exists \, K \in \mathbb{R}_+^* , \; T_k(M) = M'$$

a) Montrer que $R$ est une relation d'équivalence.

b) Déterminer la classe du point $\mathrm{I}$.

4. a) Montrer que $(c_1^*)$ est globalement invariante par toute transformation $T_k$.

b) Montrer que pour tout point $M$ de $(c_1^*)$, il existe une transformation $T_k$ telle que : $T_k(0) = M$

c) Déterminer la classe d'équivalence de $0$ par $R$.