Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat Session : 1990
Série : C
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Exercice : N°1

1. Soit N un entier naturel s'écrivant $\overline{xyyx}$ dans le système décimal. Déterminer x et y et tels que N soit un multiple de 105.
2. Soit M un entier naturel s'écrivant $\overline{xyzzyx}$ dans le système décimal.

a) Montrer que M est un multiple de 11.

b) Déterminer x et z tels que M soit un multiple de 35

c) Déterminer y tel que M soit également multiple de 3.

Exercice N°2

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} \text{si } x>1, f(x)=(x-1)Log(x-1)+1 \\ \text{si } x\leq 1, f(x)=xe^{x-1} \end{cases}$$

(Log Désigne la fonction logarithme népérien)

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

Etudier la continuité puis la dérivabilité de f au point 1.

2. Etudier la fonction de f

Tracer sa courbe représentative (C) dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

3. On pose $I=[-1,1]$. Soit g la restriction de f à l'intervalle I

a) Montrer que g est une bijection de I sur un intervalle J de $\mathbb{R}$ que l'on précisera.

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1} sur le dessin précédent. Déterminer une équation de la tangente à (C') au point d'abscisse 0.

4. Déterminer l'aire géométrique de la partie du plan comprise entre la courbe (C) et les droites d'équation $x=-1, x=1$ et $y=0$

Problème

A. Soit E un espace vectoriel réel de dimension 2, rapporté à une base $(\vec{i},\vec{j})$ et M l'ensemble des endomorphismes de E admettant dans la base $(\vec{i},\vec{j})$ une matrice de la forme $\begin{pmatrix} a & b \\ 1-a & 1-b \end{pmatrix}$ où a et b sont deux réels tels que $a-b\neq 1$.

1. Soit ρ un élément de M

Montrer qu'il existe une droite vectorielle D_1 dont on exprimera une base $(\vec{e}_1)$ en fonction de a et b, tels que pour tout vecteur $\vec{u}$ de $D_1, \rho(\vec{u})=\vec{u}$.

2. Montrer qu'il existe un unique nombre k, différent de 1 que l'on exprimera en fonction de a et b tels que l'ensemble $\{\vec{u}/\vec{u}\in E/\rho(\vec{u})=k\vec{u}\}$ soit une droite vectorielle D. Déterminer une base (e_2) de D.
3. Montrer que $(\vec{e}_1,\vec{e}_2)$ est une base de E et exprimer la matrice de ρ dans cette base.
4. Donner une condition nécessaire et suffisante, portant sur a et b, pour que ρ ne soit pas bijectif.

Déterminer alors la nature et les éléments caractéristique de ρ

B. On suppose que E est muni d'un produit scalaire et que $(\vec{i},\vec{j})$ est une base. Soit $\mathscr{P}$ un plan affine eucludien associé à E, o un point $\mathscr{P}$ orthonormée de $\mathscr{P}$.on munit $\mathscr{P}$ du repère $(o,\vec{i},\vec{j})$ et on considère l'application affine F de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ qui, a tout point M de coordonnées (x,y) associé le point M' de coordonnées (x',y') tel que $\begin{cases} 2x'=3x-y \\ 2y'=-x+3y \end{cases}$

1. Montrer que l'endomorphisme associé à F appartient à M.
2. Soit M un point quelconque de $\mathscr{P}$ n'appartenant pas Δ, $\Delta=\{M\in E, f(M)=M\}$, M' son image par F et m sa projection orthogonale sur Δ. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ appartient à une droite vectorielle fixe et qu'il existe un nombre réel λ indépendante M tel que : $\overrightarrow{mM}=\lambda\overrightarrow{mM}$.

C. Soit f la fonction numérique de la variable réel λ indépendant de M tel que :

$$f(x)=\frac{3x-3\sqrt{x^2-5}}{10}$$

1. Etudier la fonction f, construire sa courbe représentative (C) dans le plan rapporté au repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

   Déterminer les asymptotes.
2. Soit (Γ) la courbe d'équation : $20y^2-12xy+9=0$

Montrer que (Γ) est la réunion de (C) et d'une courbe (C'), déduite de (C) par une transformation affine simple que l'on précisera.

3. a) Déterminer une équation de l'image (Γ') de (Γ) par l'application F. Quelle est la nature de (Γ') ?

b) construire (Γ) et (Γ') dans le repère $(o,\vec{i},\vec{j})$.